

МОДЕЛЮВАННЯ КОНТУРУ ТЕРМОПРОФІЛЮ НА БІООБ'ЄКТІ ВІД ТОЧКОВОГО ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА

Національний технічний університет України «КПІ»

В роботі розглядається фрактальна розмірність термограми розподілу теплового поля в околі розігрітої ділянки тильної сторони долоні, після дії точкового джерела тепла, а також фрактальна апроксимація контуру термопрофілю.

Вступ. Для дослідження коефіцієнту теплопровідності, що характеризує процес розповсюдження тепла, необхідно розробити математичний апарат, що дає змогу визначити наявність порушення кровоплину. Апарат фрактальної геометрії дає можливість з деякою точністю апроксимувати термограму детермінованим фракталом.

Аналіз публікацій. В роботі [1] розглянута методика досліджень термограми, на основі фіксування розподілу температурного поля на поверхні шкірного покриття після дії точкового джерела тепла у стані спокою.

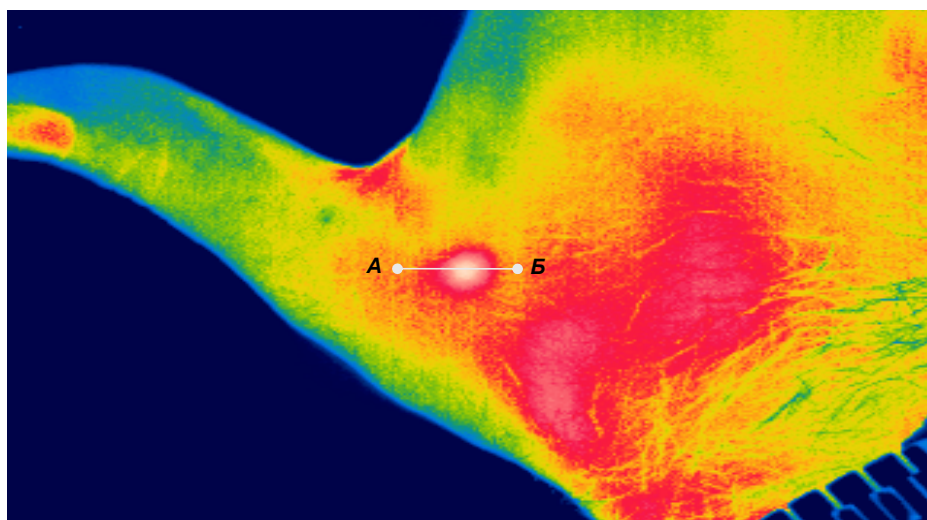


Рис. 1 Термограма поверхні шкірного покриття після дії точкового джерела тепла (а)

До поверхні тильної сторони долоні короткочасно (1-2 секунди) дотикалися тонким металевим стрижнем діаметром 2 мм, розігрітим до температури $T \approx 50^{\circ}\text{C}$ за допомогою інфрачервоного термографа. Зафіксовано розподіл теплового поля в околі розігрітої ділянки та його спектру теплового випромінювання (рис.1). В роботі [2] запропоновано

спосіб апроксимування структури поверхневого шару композитного матеріалу, що базується на його фрактальній розмірності [3]-[4].

Апарат фрактальної геометрії надає математичний опис розповсюдження тепла на тильній стороні долоні під дією точкового джерела тепла, що дозволяє з визначеною точністю прогнозувати подальше розширення тепла на ураженій (або не ураженій) ділянці долоні.

Мета досліджень. Дослідити фрактальну розмірність розповсюдження тепла під дією точкового джерела, апроксимувати контур розповсюдження по експериментальним даним наведених в роботі [1] та встановити коефіцієнт розповсюдження тепла.

Результати та їх аналіз. На рис.1 зображена поверхня тильної сторони лодоні після дії точкового джерела тепла, а на рис.2 проміжний результат випромінювання у вигляді термопрофілю по лінії АБ, довжина якої на поверхні шкірового покриття відповідає 20мм.

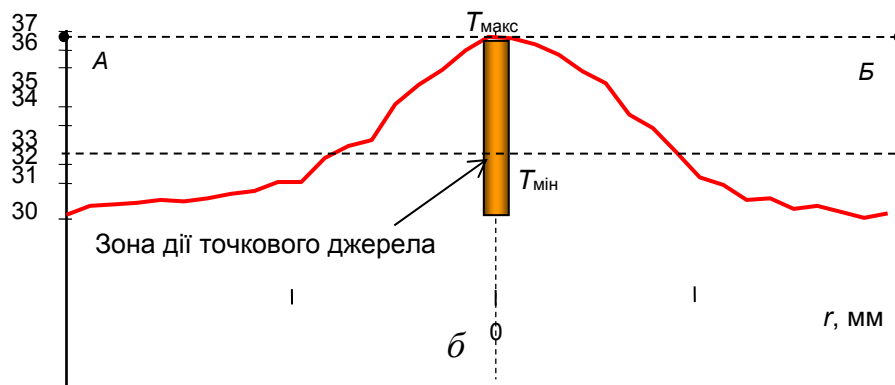


Рис. 2 Термограма поверхні шкірного покриття після дії точкового джерела тепла (а) та відповідний термопрофіль (б): $T_{\text{макс}} = 36,3^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{мін}} = 31,7^{\circ}\text{C}$; r – відстань від точки дії джерела тепла; $AB=20$ мм

Розглянемо область дії джерела тепла G (рис.3). Виходячи з експериментальних даних область G за площею покриття становить $101,28 \text{ мм}^2$. Підраховуючи кількість пікселів, що ввійшли до даної області маємо масштаб $2,5:1$.

Для встановлення фрактальної розмірності покритої область G n -мірними чарунками, де n визначається евклідовською розмірністю k з співвідношення $n=k-1$.

Фрактальна розмірність визначається за допомогою показника Хаусдорфа-Безіковича. Оскільки, область G двовимірна, то для отримання фрактальної розмірності необхідно оцінити показник $N(l)$. З співвідношення $N(l) \approx l^{-D}$ (1), де D —фрактальна розмірність, l —довжина сторони чарунки (в данному випадку площа чарунки зі стороною l), $N(l)$ —показник Хаусдорфа-Безіковича (кількість чарунок необхідних для покриття).

$$N(l) \approx l^{-D} \Rightarrow -D \approx \log_{l(l)} N(l), D \approx \log_{l(l)} N(l)^{-1}$$

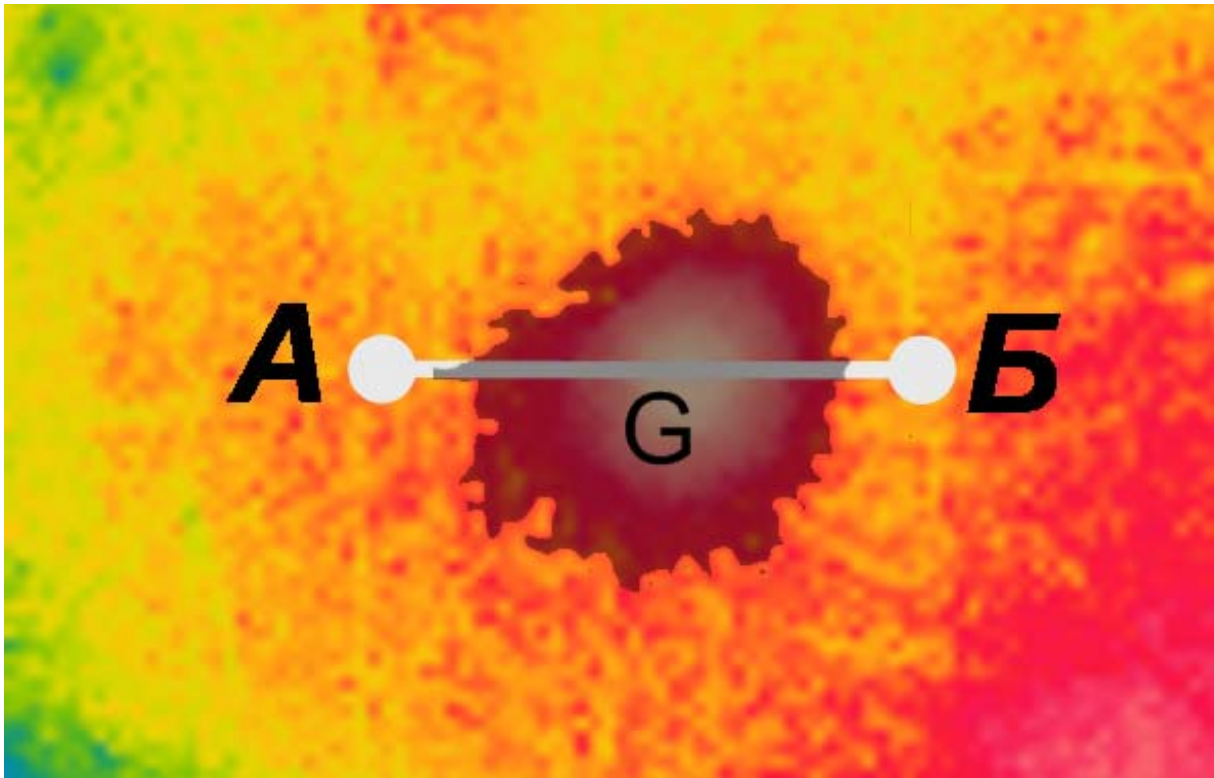


Рис.3 Область апроксимації G

Для знаходження міри Хаусдорфа-Безіковича скористаємося алгоритмом:

1. Область $dx-dy$ ($dx=x_{max}-x_{min}$, $dy=y_{max}-y_{min}$), в якій знаходяться пікселі, що покривають зону розповсюдження тепла, розбиваємо на чарунки. Довжина чарунки $l = \frac{dy}{N_y}$, де N_y —загальна кількість розбиття, а

значення l обмежено 1 пікселем з міркувань масштабування досліджень.

2. Знаходимо номери чарунки, що покривають ділянку розповсюдження тепла шкіри та підраховуємо їх кількість N

3. Проводимо перевірку на спряженість чарунок за допомогою співвідношення $[(i_x, i - i_x, i + 1) + (i_y, i - i_y, i + 1)] = (1, 1, 1)$. Для не спряжених чарунок розраховується $N_{\text{допоміжне.}}$ з умови

$$N_{\text{аіі}} = \left[\sqrt{(i_{x+1} - i_x)^2 + (i_{y+1} - i_y)^2} \right].$$

4. Розраховуємо $N(l) = N_l + N_{\text{аіі}}$ для певного вибраного значення l .

5. За допомогою рівняння регресії, методом найменших квадратів, будується пряма $y = kx + b$, де k —кутовий коефіцієнт, що визначає фрактальну розмірність (рис.4).

Контур розглядаємо в певному незмінному масштабі. Крок масштабування приймаємо за розмір ланки ламаної l , довжину $L(l)$ находимо таким же чином, як $N(l)$. Площу L находимо шляхом сумування всіх площ, що ввійшли до області G .

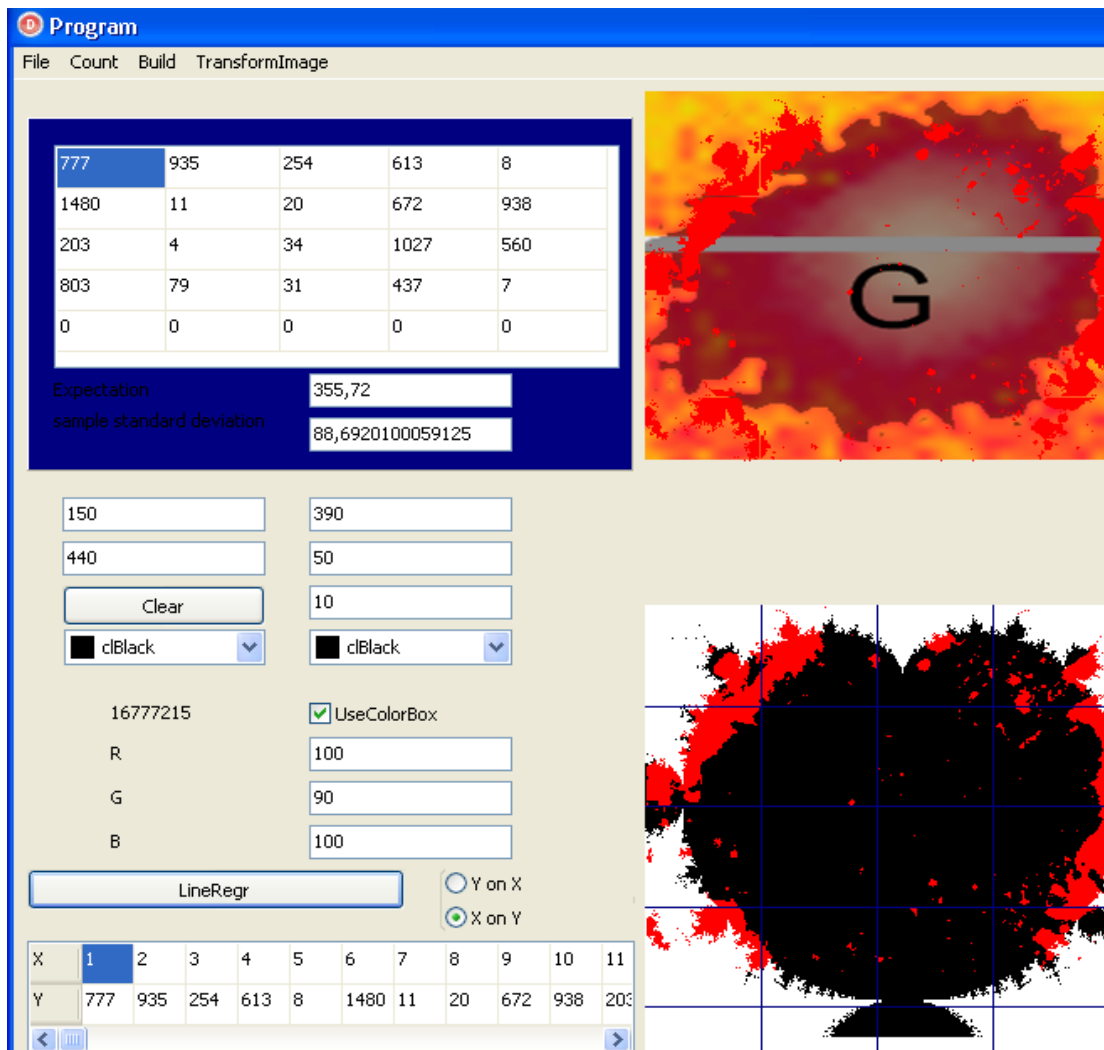


Рис.3 Реалізація програми на мові програмування Delphi

Знаходження фрактальної розмірності заданим чином, дає можливість знайти фрактальну розмірність всієї області поширення тепла.

Дані алгоритми були реалізовані за допомогою мови програмування Delphi, де вхідними даними є зображення термограми та довжина чарунки l . Було встановлено, що для довжини чарунки, обмеженої пікселем фрактальна розмірність є 1.31784.

Встановлення фрактальної розмірності, дало можливість опису ділянки поширення тепла від точкового джерела у стані спокою множиною Мандельброта, що підпорядкована закону $z_{i+1} = z_i^2 + c$, де c -комплексна змінна з точністю 0.0000381. Якщо точність апроксимації перевищує задану, це дає можливість встановити наявність порушення кровообігу.

Висновки та перспективи. Встановлення фрактальної розмірності та фрактальної апроксимації області розповсюдження тепла після дії точкового джерела дало можливість математично описати його контур з точністю 0.0000381 для подальшого аналізу. Якщо точність апроксимації

перевищує 0.0000381, то це може прогнозувати порушення кровообігу в даній ділянці.

Література

1. Котовський В.Й. Шляхи поліпшення характеристик сучасних піровідиконів: Автореф. дис. канд. техн. Наук
2. Дослідження точності фрактальної апроксимації структури деталей із композитних матеріалів. – Тези доповідей I-ї конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та інноваційна діяльність», м. Київ, НТУУ «КПІ», фізико-математичний факультет
3. Фрактальна розмірність поверхні кратера Місяця та його контуру, його фрактальна апроксимація. – Тези доповідей XIV міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання». м. Мелітополь, Таврійський державний агротехнологічний університет.
4. Фрактальна розмірність поверхні кратера Місяця та його контуру, його фрактальна апроксимація. – м. Мелітополь, Праці ТДАТУ, Вип.4, т.53

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТУРА ТЕРМОПРОФИЛЯ НА БИООБЪЕКТЕ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

В.В. Ванин, О.В. Залевская

В работе рассматривается фрактальная размерность термограммы распределения теплового поля в окрестности разогретой части тыльной стороны ладони, после действия точечного источника тепла, а также фрактальная аппроксимация контура термопрофиля.

MODELING OF A CONTOUR OF THERMOPROFILE ON BIOLOGICAL OBJECT FROM A POINT SOURCE OF HEAT

V. Vanin, O. Zalevska

This work considers the fractal dimension of the thermogram distribution of thermal field in the vicinity of the heated areas of the back of the hand, after exposure to a point source of heat and fractal approximation circuit thermoprofile. Apparatus of fractal geometry allows a certain amount of accuracy can be approximated thermogram deterministic fractal. If the accuracy of approximation exceeds 0.0000381, it can predict impaired circulation in this area.