УДК 536.242:66.045.12

О. М. Гумен[1], д.т.н., проф.,
В. О. Мілейковський[2], к.т.н., доц.,
В. Г. Дзюбенко[2], ст. вик.

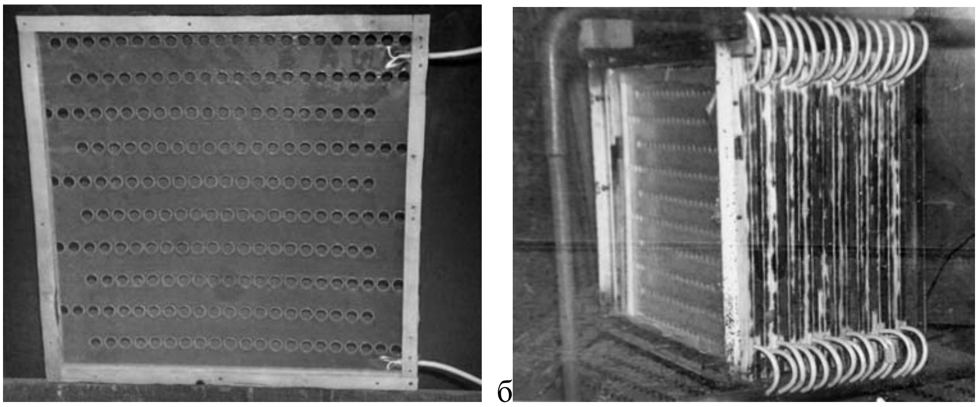
ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗА СКЛАДНОЮ МАТЕМАТИЧНОЮ МОДЕЛЛЮ

[1]*Національний технічний університет України*
"Київський політехнічний інститут", Україна
[2]*Київський Національний Університет Будівництва і Архітектури, Україна*

Наведено підхід до апроксимації результатів досліджень нелінійною математичною моделлю на прикладі дослідження теплообміну для умов індивідуального теплопостачання в плівковому теплообмінному апараті, розробленому на кафедрі теплогазопостачання і вентиляції Київського національного університету будівництва і архітектури.

Постановка проблеми. При дослідженні складних фізичних явищ виникають проблеми математичного опису результатів, коли математична модель явища є нелінійною відносно експериментальних констант, а особливо, коли вона виражається системою рівнянь. Існує простий спосіб визначення експериментальних констант для випадку, коли математична модель зводиться до лінійної відносно цих констант елементарними перетвореннями. Однак, коли це неможливо, наприклад, при неявному заданні функції відгуку, необхідно шукати шляхи для визначення дослідних констант.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Математичні моделі, лінійні відносно експериментальних констант розглянуті в багатьох довідниках, підручниках та посібниках з аналізу експериментальних даних [1 – 3]. При дослідженні тепловіддачі від стінки до рідини або газу математична модель є добутком критеріїв подібності у певних степенях, що є експериментальними константами [4]. Логарифмування зводить таку модель до лінійної відносно коефіцієнтів, а вихідними факторами має бути прийняти логарифми критеріїв подібності [4]. Проблеми виникли при дослідженні плівкового теплоутилізатора, розробленого на кафедрі теплогазопостачання і вентиляції Київського національного університету будівництва і архітектури [4] (автори: канд. техн. таук, професор Ю. К. Росковшенко та канд. техн. таук Є. О. Кезля). Він складається із секцій, зварених з двох піддатливих плівкових листів з утворенням каналів для води (рис. 1). Повітря переміщується в просторі між секціями. Зварний шов виконаний з отворами для пропуску повітря. Такий теплообмінник доцільно застосувати для глибокої утилізації відхідних газів для індивідуального теплопостачання



а б

Рис. 1. Конструкція теплообмінника: а – секція, б – зібраний теплообмінник

Рис. 1 а показує, що поворот теплоносія з одного каналу до іншого має складну геометричну форму, що збурює потік та інтенсифікує теплообмін. Коливання листів при русі теплоносіїв теж інтенсифікує теплообмін. Тому встановлення датчиків температури на плівці порушує піддатливість і суттєво впливає на теплообмін. Таким чином, дослідження окремо тепловіддачі з кожного боку плівки є складною задачею. Більш ефективно досліджувати теплопередачу в теплообміннику в цілому.

Формулювання цілей та завдання статті. Метою даної роботи є пошук підходу до апроксимації складною математичною моделлю на прикладі дослідження теплообміну в плівковому теплообміннику для індивідуального теплопостачання.

Основна частина. Фізичні властивості води, вологого повітря та плівки (поліетилен) відомі з достатньою точністю [5 – 11].

Основною проблемою дослідження теплопередачі є нелінійна форма функції відгуку – коефіцієнта теплопередачі k, Вт/(м^2 °С), що складена за аналогією до досліджень Є.А. Кезлі [4]:

$$\hat{k} = \frac{1}{\frac{1}{b_{2.1} Re_{ПГС}^{b_{2.2}}} \frac{d_{e,ПГС}}{\lambda_{ПГС}} + \frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{d_e}{\lambda} \frac{1}{b_{1.1}\left(RePrd_e / \ell\right)^{b_{1.2}} \left(Gr'\,Pr\right)^{b_{1.3}}} \frac{1}{\Delta t_1^{b_{1.3}} \Delta\ell^{b_{1.4}}}}, \quad (1)$$

де $b_{i,j}$ – шукані коефіцієнти апроксимації; $Re_{ПГС} = v_{ПГС}\, d_{e,ПГС} / \nu_{ПГС}$ – число Рейнольдса для парогазової суміші; $v_{ПГС}$ – швидкість парогазової суміші, м/с; $d_{e,ПГС} = \chi / \pi$ – визначальний зовнішній розмір каналів, м; χ – периметр каналу, м; $\nu_{ПГС}$ – кінематична в'язкість парогазової суміші, м^2/с; $\lambda_{ПГС}$ – коефіцієнт теплопровідності парогазової суміші, Вт/(м °С); d_e – внутрішній еквівалентний діаметр каналів, м; λ – коефіцієнт теплопровідності води, Вт/(м °С); $Re = v\, d_e / \nu$ – число Рейнольдса для води; v – швидкість води, м/с; Pr – число Прандтля для води; ℓ – характерна довжина внутрішньої порожнини каналів для врахування стабілізації теплообміну після зміни структури потоку теплоносія (вхід, поворот), яка дорівнює довжині однієї прямої ділянки каналу секції; $Gr' = g\, \beta\, d_e^3 / \nu^2$ – розмірна константа у числі Грасгофа для води, К$^{-1}$, причому само число Грасгофа становить $Gr = Gr'\, \Delta t_1$; g – місцеве значення прискорення вільного падіння, м/с^2; β – коефіцієнт об’ємного розширення води, К$^{-1}$; $\Delta t_1 = \tau - t_1$ – перепад температури, °С, між середньою температурою внутрішньої поверхні каналу τ, °С, та початковою температурою води t_1, °С, $\Delta\ell = \alpha_{ст}\,\tau$ – безрозмірний параметр видовження стінки; $\alpha_{ст}$ – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу стінки, К$^{-1}$.

Математична модель (1) ускладнюється за рахунок невідомого значення τ. Ця величина визначається з додаткового рівняння рівності середнього теплового потоку q, Вт/м^2, для теплопередачі крізь стінку та для тепловіддачі до води:

$$q = k\left(t_{ПГС} - t\right) = \alpha\left(\tau - t\right), \tag{2}$$

де $t_{ПГС}$ та t – середня температура, відповідно, парогазової суміші та води.

Пошук коефіцієнтів $b_{i,j}$ з системи рівнянь (1) та (2) за дослідними даними здійснюється за методом найменших квадратів, що передбачає мінімізацію суми квадратів відхилень (дисперсії) розрахункового коефіцієнта тепловіддачі $\hat{k}$ від дослідних значень k:

$$F = \sum\left(k - \hat{k}\right)^2 \to min \tag{3}$$

Умова (3) в загальному вигляді задає складну багатовимірну мультимодальну поверхню f з багатьма локальними екстремумами та ярами. Тому одинична спроба використати спеціалізований алгоритм Левенберга-Марквардта (у програмі SciLab) не дає можливості знайти глобальний мінімум. Ще більш складною задачею є пошук інженерних формул за умовою мінімізації максимального абсолютного або відносного відхилення.

$$G = max\left(k - \hat{k}\right) \to min \;\text{ або }\; H = max\left(100\left(k - \hat{k}\right)/\,k\right) \to min \tag{4}$$

Поверхні G та H лише шматково-гладкі. Таким чином, існує можливість збою метода оптимізації, призначеного для гладких функцій.

Припустимо, що поверхня має скінченну кількість мінімумів у кубічній області C багатовимірного факторного простору. Певний метод оптимізації гарантовано знаходить локальний мінімум, якщо його запустити з точки, що належить багатовимірному кубу з центром в мінімумі й розміром грані 2 a. Тоді, якщо розділити простір на куби з розміром грані 2 a і запустити алгоритм з кожного центра куба, то буде гарантовано виявлено всі локальні мінімуми. Залишиться лише дослідити межі області C, щоб знайти глобальний мінімум. Для двовимірного простору автори використовували такий підхід, однак при збільшенні кількості вимірів простору кількість запусків методу оптимізації зростає в геометричній прогресії. Для тривимірного простору можна скористатися суперкомп’ютером для паралельного виконання тисяч операцій. Однак таке рішення вимагає витрат коштів, незрівнянних з очікуваним економічним ефектом від впровадження розробки.

Спростимо задачу: знайти таке значення F, G або H, яке б не перевищувало певного межового значення F_0, G_0 або H_0. Однак знаходження такого значення не гарантує, що кращого розв'язку не існує. Щоб зменшити кількість запусків оптимізаційного методу скористаємося початковими наближеннями з випадковими рівномірно розподіленими координатами. При кожному запуску немає гарантії відсутності збою метода оптимізації. Тому програма має обходити збої. При цьому безпосередньо перед збоєм можливе знаходження значення, меншого за всі попередні. Це слід враховувати при побудові програми.

Пропонується такий алгоритм аналізу багатовимірної поверхні, який є стійким до збоїв та гарантує повернення найкращого серед усіх обчислених результатів незалежно від причини зупинки оптимізаційного алгоритму (вдалий розрахунок, екстремум не знайдено, фатальна помилка):

1. Ініціюємо змінну з найкращим результатом, доступну підпрограмі (наприклад, глобальну). Початкове значення приймаємо найбільшим, яке ця змінна може вмістити (для SciLab – %inf – нескінченність). Також ініціюємо змінні, доступні підпрограмі, для відповідних значень факторів. Початкове значення не впливає на роботу алгоритму.

2. Якщо мова програмування BASIC, вмикаємо обробник збоїв

3. Генеруємо випадкові рівномірно розподілені координати початкової точки;

4. Якщо мова програмування не BASIC, відкриваємо try – блок;

5. Запускаємо алгоритм оптимізації функції F, G або H;

6. Якщо мова програмування не BASIC, закриваємо try – блок без додаткових дій у разі помилки (except, catch, finally тощо не потрібні).

7. Виводимо на дисплей найменший знайдений результат та відповідні значення факторів (зі змінної, доступної для підпрограми, наприклад, глобальної). Можна вивести додаткову інформацію (кількість запусків, час роботи тощо);

8. Перевіряємо натиснення клавіші зупинки, а якщо вона не натиснута, повертаємося до п. 2. Або створюємо нескінченний цикл шляхом повернення до п.2. При цьому має існувати можливість переривання програми (Ctrl+C, “зняти задачу” тощо).

Підпрограма обчислення функції F, G або H:

I. Обчислюємо значення функції;

II. Порівнюємо його зі змінною, яка зберігає найменше значення і доступна з рівня програми і не обнуляється при запуску підпрограми;

III. Якщо знайдено менше значення, оновлюємо цю змінну і аналогічні змінні з відповідними параметрами;

IV. Повертаємося до головної програми

Отримана програма запускається. Дослідник періодично дивиться на екран і оцінює, чи достатнє значення функції, яка оптимізується. Якщо він вважає, що подальше покращення результату не має сенсу, він переписує з екрану результат і зупиняє програму. Слід зауважити, що завжди існує імовірність не знайти потрібної точки за скінченної кількості запусків. Ця імовірність зменшується при зростанні кількості запусків.

Паралельно використано різні методи пошуку локального екстремуму, закладені в системі SciLab.

Отримано формули, справедливі при $Re_{ПГС} = 188...1050$, $Re\,Pr\,de / \ell = 39{,}5...50$, $Pr\,Gr = 3{,}89\cdot10^5...2{,}97\cdot10^6$; $\Delta\ell = 5{,}8\cdot10^{-3}...1{,}6\cdot10^{-2}$:

$$\hat{k} = \frac{1}{\dfrac{1}{0{,}0045Re_{ПГС}^{1{,}718}}\dfrac{d_{e,ПГС}}{\lambda_{ПГС}} + \dfrac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \dfrac{d_e}{\lambda}\dfrac{\left(\Delta\ell\cdot10^3\right)^{4{,}19}}{1{,}02\left(RePrd_e/\ell\right)^{1{,}087}\left(GrPr\cdot10^{-5}\right)^{2{,}284}}}. \quad (5)$$

Діапазони факторів визначені при аналізі витрати димових газів сучасних котельних установок для індивідуального теплопостачання різних виробників. Відхилення даних за формулами (3-5) від дослідних не перевищує 5 %. Це дозволяє виконати інженерний розрахунок теплообмінника для індивідуального теплопостачання.

Висновки. Досліджено теплообмін у плівковому теплообміннику в діапазонах параметрів, характерних для індивідуального теплопостачання, за відсутності конденсації пари з парогазової суміші. Отримано експериментальну залежність для визначення коефіцієнта теплопередачі.

Література

1. *Новиков Д. А., Новочадов В. В.* Статистические методы в медико-биологическом эксперименте (типовые случаи). Волгоград : Издательство ВолГМУ, 2005. – 84 с.

2. *Калиткин Н.* Численные методы. – СПБ. : БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.

3. Статистические методы и модели: Учебное пособие / В. *Н. Костин, Н. А. Тишина*. – Оренбург : ГОУ ОГУ, 2004. – 138 с.

4. *Кезля Е. А.* Воздухонагреватель из полимерной плёнки для систем воздушного отопления теплиц. – Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. – К., 1988.

5. Физические величины: Справочник / *А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др.*; Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

6. *Николаев А. Ф.* Синтетические полимерыи пластические массы на их основе: учеб. пособие. – М., Л. : «Химия», 1964. – 783 с

7. *Милейковский В. А.* Математическое моделирование переменного гидравлического режима однотрубных вертикальных систем водяного отопления // Данфосс INFO #3-4 / 2011 | отдел Теплоснабжение

8. Внутренние санитарно-технические устройства. В. 3-х частях. Ч. І. Отопление / *В. Н. Богословский, Б. А. Крупнов, А. Н. Сканави и др.* – под ред. И.Г. Староверова и Ю. И. Шиллера. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Стройиздат,

1990. – 344 с

9. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов / *Н.Б. Варгафтик, Л. П, Филиппов, А. А. Тарзиманов, Е. Е. Тоцкий.* – М. : Єнерноатомиздат, 1990. – 352 с

10. Отопление и вентиляция. Учебник для ВУЗов. В 2-х ч. Ч. 2. Вентиляция. Под ред. В. Н. Богословского. М.: Стройиздат, 1976. – 439 с. Авт: *В. Н. Богословский, В. И. Новожилов, Б. Д. Симаков, В. П. Титов*

11. *Нестеренко А. В.* Основы термодинамических расчётов вентиляции и кондиционирования воздуха: Учебн. пособие. – Изд. 3, доп. – М. : “Высшая школа”, 1971. – 460 с

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО СЛОЖНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Гумен Е. Н., Милейковский В. А., Дзюбенко В. Г.

Приведен подход к аппроксимации результатов исследований нелинейной математической моделью на примере исследования теплообмена для условий индивидуального теплоснабжения в плёночном теплообменном аппарате, разработанном на кафедре теплогазоснабжения и вентиляции Киевского национального университета строительства и архитектуры.

EXPERIMENTAL RESEARCHES PROCESSING BY A DIFFICULT MATHEMATICAL MODEL

O. Gumen, V. Mileikovskyi, V. Dziubenko

We show an approach to approximate the results by non-linear mathematical model by the example of the heat exchange researches for individual heat supply conditions in the film heat exchanger developed on Heat Gas Supply and Ventilation department of Kyiv National University of Construction and Architecture.