

УДК 621.313.333:621.3.01

Н. А. КОСТИН – д. т. н., проф., Днепропетровский национальный университет
железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна

О. Г. ШЕЙКИНА – к. т. н., доцент, Днепропетровский национальный университет
железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, shog73@mail.ru

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ СПЕКТРОВ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ ЭЛЕКТРОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

Введение

Настоящая работа является продолжением и развитием исследований спектрального анализа процессов тяговых напряжений и токов систем электрического транспорта [1–4].

Анализ электромагнитной совместимости электротранспортных систем немыслим без спектрального анализа их напряжений и токов. Последний также тесно связан с определением реактивной мощности и тем самым является основой для оценки энергетики электромагнитных процессов, в том числе качества электроэнергии [5–10].

Применяемые в настоящее время методы спектрального анализа и тем самым существующие научные публикации по ним определялись временной формой исследуемых напряжений и токов. В частности, поскольку напряжения и токи в линиях внешнего тягового электроснабжения являются несинусоидальными, но периодическими, поэтому их неканонический гармонический состав авторы [2, 11–13] устанавливали классическим Фурье-анализом. Этим же методом автор работы [14] исследовал спектральный состав выходного напряжения тяговых подстанций с 6-ти и 12-пульсными диодными выпрямителями. Анализ гармонического состава низкочастотных пульсаций выходного напряжения тоже 6-пульсных, но управляемых (тиристорных) выпрямителей, подробно изучено в диссертации [15]. Наиболее подробно существующее состояние электромагнитной совместимости подсистем электрической тяги постоянного тока исследовано в работе [16]. Однако при этом основное

внимание автор обратил на оценку собственно уровня напряжения в линиях внешнего электроснабжения (10, 35 и 110 кВ), числовых характеристик несимметрии и показателей искажения напряжения.

В цитируемых работах напряжения и токи рассматриваются как детерминированные процессы. Исключение составляют публикации [17, 18], в которых выполнен спектральный анализ тяговых напряжений и токов при случайном характере их изменения. Однако в этих работах, во-первых, тягово-рекуперативный ток считается стационарным случайным процессом, что реально является неточным и даже ошибочным. Во-вторых, длительности реализаций напряжений и токов приняты бесконечными ради необходимости применения формулы Хинчина при оценке спектральной плотности процесса [1], что некорректно. Наконец, в работах отсутствует метод и теоретические соотношения определения спектральной плотности фидерного и подстанционного токов при нахождении нескольких поездов на фидерном участке и соответственно наличия нескольких фидеров на тяговой подстанции.

Цель работы – развитие теоретических предпосылок и методов спектрального анализа стохастических процессов тяговых напряжений и токов в системах электрического транспорта.

Методики и приборы экспериментальных исследований

Экспериментальные исследования проводили на ряде действующих электрифици-

цированных участках Приднепровской железной дороги.

Напряжение $U(t)$ на токоприемнике и тяговый ток $I(t)$ электровозов ДЭ1 и ВЛ8 экспериментально получали в процессе их реальной эксплуатации. Кроме того, были получены $U(t)$, $I(t)$ для трамвая типа ТЗД, который эксплуатируется на городских маршрутах г. Днепропетровска. Длительность реализаций $U(t)$ и $I(t)$ ЭПС составила ~ 70 мин., для трамваев ~ 30 мин. Реализации на ДЭ1 фиксировали с бортового компьютера электровоза, на ВЛ8 – с помощью разработанной микропроцессорной системы. Измерения напряжения на токоприемнике $U(t)$ и тягового тока $I(t)$ трамвая проводили путем подключения персонального компьютера к его контрольно-измерительной бортовой системе, которая содержит датчики тока и напряжения силовой цепи трамвая и аналогово-цифровой преобразователь.

К теории спектров: текущий и мгновенный спектры

В задачах анализа электромагнитной совместимости подсистем электрического транспорта тяговый ток любого типа электроподвижного состава (ЭПС) считается чаще всего стационарным случайным процессом и его спектр $S(\omega)$, в лучшем случае, определяется формулой прямого преобразования Фурье (интегралом Фурье) как спектр всей реализации $I(t)$ бесконечной длительности. По нашему мнению, такой подход является некорректным и даже ошибочным, что объясняется следующим.

Во-первых, надо иметь в виду, что не может существовать никакого реального физического процесса, в том числе $U(t)$ и $I(t)$, бесконечно протяженного по оси времени. Всякий действительный процесс имеет начало и конец. Во-вторых, как известно, режим работы любой единицы ЭПС

содержит фазы нагрузки (тяги), выбега, рекуперации (и «механического» торможения). В результате любая реализация тягово-рекуперативного (далее, тягового) тока $I(t)$ не является непрерывным процессом, а представляет собой непериодический импульсный случайный процесс (случайную последовательность), в котором формы и длительности «импульсов» тока тяги и выбегов являются случайными величинами (рис. 1). Поэтому применение интеграла Фурье с бесконечными пределами ($-\infty \dots \infty$) для определения спектральной функции $S(\omega)$ по всей реализации $I(t)$ неправомерно.

Изложенное побуждает ввести новое понятие спектра, который определялся бы как спектр только импульса тока. Кроме этого, практика и расчеты показывают, что основные колебания тягового тока (и напряжения $U(t)$) происходят при наборе (возрастании) и сбросе (уменьшении, перед выбегом) нагрузки. Это значит, что целесообразно оценивать спектр только части импульса тока и напряжения, т.е. только их фронтов и спадов. Поэтому при определении спектральной функции в интеграле Фурье необходимо интегрировать не в бесконечных пределах, а в некотором конечном интервале Δt : например, если определяется спектр фронта, то такими пределами должны быть t_0 (время начала импульса) и t (текущее время конца фронта) (рис. 2). Найденный таким образом спектр назовем текущим спектром [3, 4], точнее, спектральной функцией $S_t(\omega)$, т.к. она зависит от частоты ω и времени t :

$$S_t(j\omega) = \int_{t_0}^t f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1)$$

Момент времени t_0 может быть принят за начало отсчета и поэтому текущий спектр можно определить как:

$$S_t(j\omega) = \int_0^t f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2)$$

Понятие текущего спектра перекидывает мост между временным и частотным описанием электромагнитных процессов. Однако ощущается потребность в углублении и сближении временной и частотной точек зрения, что обуславливает необходимость ввести еще одно понятие: понятие мгновенного спектра [3, 4], определяемого как

$$S_T(j\omega, t) = \int_{t-T}^t f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (3)$$

т.е. как спектр отрезка процесса длительностью T , непосредственно предшествующего данному моменту времени t (рис. 3).

В выражении (3) определения спектра осуществляется «скользящее» интегрирование: интервал интегрирования имеет постоянную длину во времени, но перемещается по оси времени. Понятие мгновенного спектра не только сближает частотную и временную точки зрения но и: облегчает оценку функции $S(j\omega)$ для спада функции; изменяясь во времени, отражает свойства процесса в данный момент; позволяет определять мгновенную мощность (по Пейджемму [4]).

Если в подынтегральное выражение формулы (3) ввести «скользящую» (связанную с текущим временем) весовую функцию $\sigma(\tau-t)$ (рис. 4), тогда получаем более общее определение мгновенного спектра в виде:

$$S_\sigma(j\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\tau-t) f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (4)$$

Так как электротяговые напряжения и токи являются случайными процессами, а каждая их реализация – детерминированным процессом, тогда и короткие отрезки функции $f(t)$ (согласно рис. 2 и 3) являются детерминированными. Для определения спектров этих отрезков, т.е. для оценки текущего и мгновенного спектров приме-

ним метод дискретного преобразования Фурье, изложенный в [19] для анализа стохастических электромагнитных процессов.

Дискретизируем отрезок произвольной реализации функции $f(t)$ длительностью T на интервалы времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (рис. 5) по теореме Котельникова [20]. На рис. 5: N – общее количество интервалов дискретизации; $n = 1, 2, \dots, N$; тогда $\Delta t = T/N$.

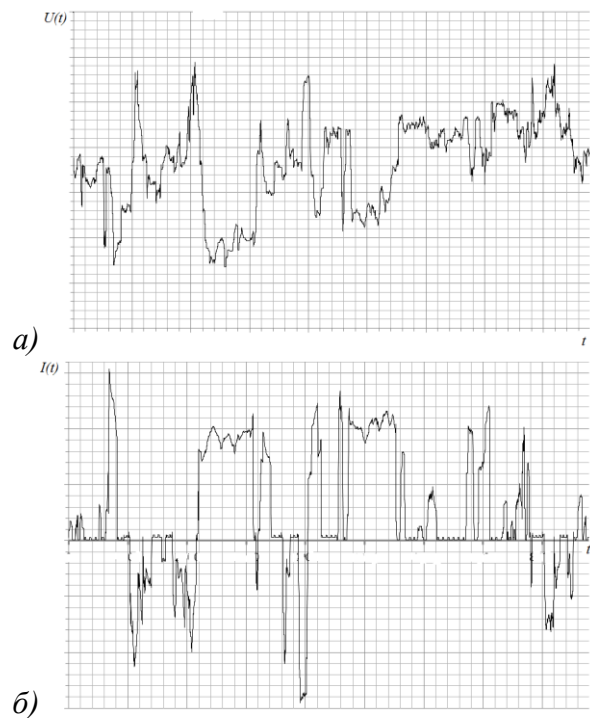


Рис. 1. Временные реализации напряжения на токоприемнике (а) электровоза ДЭ1 и его тягово-рекуперативного тока (б)

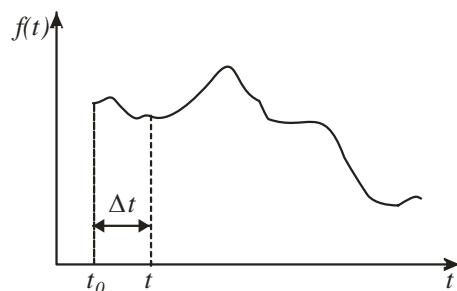


Рис. 2. Отрезок неперiodического случайного процесса для установления его текущего спектра

В результате дискретизации получаем последовательность δ -импульсов, умноженных на значение $f(n\Delta t)$ функции $f(t)$ в моменты взятия отсчетов

$$f_d(n\Delta t) = \sum_{n=1}^N f(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t), \quad (5)$$

или, переходя к безразмерным интервалам дискретизации, получаем

$$f_d(n) = \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right). \quad (6)$$

Подставим выражение (6) в формулу спектральной плотности n -ого прямоугольного импульса [21]

$$S(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_d(n) e^{-j\omega_k t} dt, \quad (7)$$

имеем

$$S(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\omega_k t} dt. \quad (8)$$

Изменяя порядок интегрирования и суммирования и учитывая «фильтрующее» свойство δ -функции, а также то, что дискретная угловая частота $\omega_k = \frac{2\pi}{T}k$, а $t_n = n\Delta t$, получаем (7) в виде

$$\begin{aligned} S(j\omega_k) &= \sum_{n=1}^N f(n) \int_{t_n}^{t_{n+1}} \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt = \\ &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}k(t_n + \Delta t)} - e^{-j\frac{2\pi}{T}kt_n} \right] = \\ &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}k(n+1)\Delta t} - e^{-j\frac{2\pi}{T}kn\Delta t} \right] = \\ &= S(\omega_k) e^{-j\psi(\omega_k)} \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда амплитуда $A_m^{(k)}$ k -той гармоники искомого ряда Фурье функции $f(t)$

$$f(t) = \sum_{k=1}^S A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}) \quad (10)$$

определится по формуле

$$A_m^{(k)} = \frac{2F(\omega_k)}{T}, \quad (11)$$

а начальная фаза $\psi^{(k)}$ – согласно (9).

Введение понятий текущего и мгновенного спектров, дополняя известные (в теории случайных процессов) понятия дискретных спектров собственно реализаций процессов (в данной задаче – напряжений и токов) и спектров их корреляционных функций (точнее, их «хвостов»), существенно расширяет и углубляет методы спектрального анализа реально существующих процессов $U(t)$ и $I(t)$ как в установившихся, так и в переходных режимах работы систем электротранспорта.

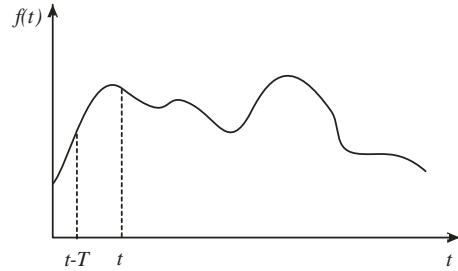


Рис. 3. Границы отрезка случайного процесса для установления его мгновенного спектра

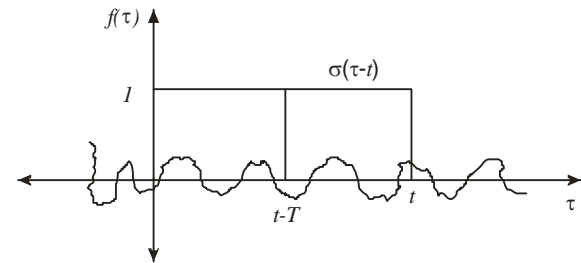


Рис. 4. Реализация исследуемого случайного процесса с весовой функцией $\sigma(\tau - t)$

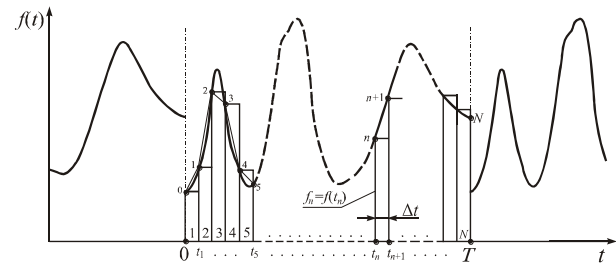


Рис. 5. Дискретизация реализации случайной функции $f(t)$

Результаты и анализ численных расчетов

Представляет интерес и поэтому были выполнены сравнительные исследования текущего и мгновенного спектров, а также спектров реализаций и «хвостов» корреляционных функций тяговых напряжений и токов электровозов ДЭ1 и ВЛ8, эксплуатирующихся на участках Приднепровской железной дороги, а также трамваев, работающих на маршрутах г. Днепропетровска.

Анализ стохастических изменений напряжения на токоприемнике и тягового тока исследованных типов ЭПС показывает, что основные их колебания происходят при пуске (включении) ЭПС и сбросе нагрузки, т.е. при переходных режимах. Об этом свидетельствуют текущие спектры фронтов и спадов напряжений и токов (рис. 6, *а, б*; 7, *а, б*) в сравнении со спектрами реализаций и «хвостов» корреляционных функций. Во-первых, в текущих спектрах содержатся гармоники с частотами от 1 до 9 Гц, в то время как в спектрах собственно реализаций $U(t)$ и в «хвосте» корреляционных функций частоты не превышают 0,11 Гц.

Во-вторых, текущие спектры спадов импульсов напряжения, но особенно тока, при одних и тех же частотах, имеют в 1,5...2,0 раза более высокий уровень амплитуд гармоник. При этом при одних и тех же частотах имеет место более высокий уровень амплитуд гармоник в режиме сброса тяги, чем при пуске ЭПС. Это объясняется тем, что при пуске скорость изменения тягового тока $\left(\frac{di}{dt}\right)$, а соответственно

и напряжение на токоприемнике значительно меньше той же скорости при сбросе тяги.

Мгновенный спектр участка реализации $U(t)$ реостатного трамвая на отрезке времени 800...860 с, представленный на рис. 8, в существенно отличается от спектра полной реализации и спектра «хвоста» корреляционной

функции напряжения (рис. 8, *з, д*).

Частота гармоник отрезка $\Delta t = 60$ с составляет 0,25...2,5 Гц при частоте в диапазоне $10^{-3} \dots 0,11$ Гц для всей реализации и корреляционной функции. Амплитуда гармоник мгновенного спектра на 10 В выше амплитуд спектра полной реализации (рис. 8, *в*).

Амплитуды гармоник всех видов спектров (рис. 6–8) носят вероятностный характер, т.е. являются случайными величинами. В частности, статистическое распределение амплитуд спектра напряжения с вероятностью 0,19 по критерию Пирсона подчиняется логарифмически-нормальному закону с математическим ожиданием $M[\ln U] = 7,82$ В и среднеквадратическим отклонением, равным 1,96 В.

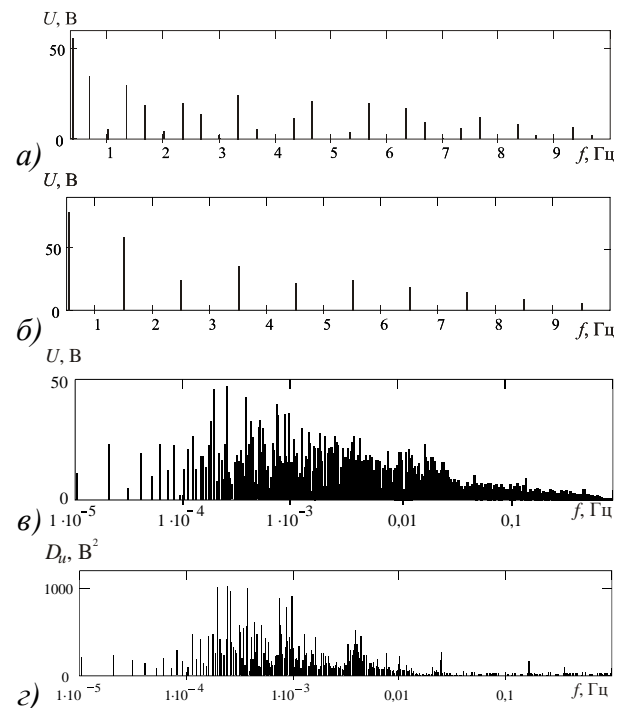


Рис. 6. Текущие спектры напряжения на токоприемнике электровоза ВЛ8 в переходных режимах включения тяги электровоза (т.е. фронта напряжения) (*а*) и при сбросе тяги (*б*); спектр полной реализации мгновенного графика напряжения (*в*); спектр «хвоста» корреляционной функции (*г*)

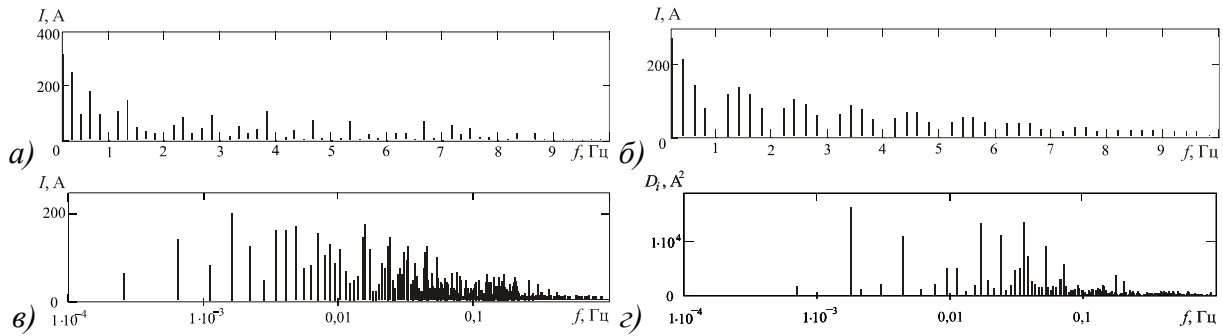


Рис. 7. Текущие спектры переходного тягового тока при включении тяги (т.е. фронта тока) электровоза ВЛ8 (а) и при сбросе тяги (т.е. спада тока) (б); спектр полной реализации тока (в); спектр «хвоста» корреляционной функции тока (г)

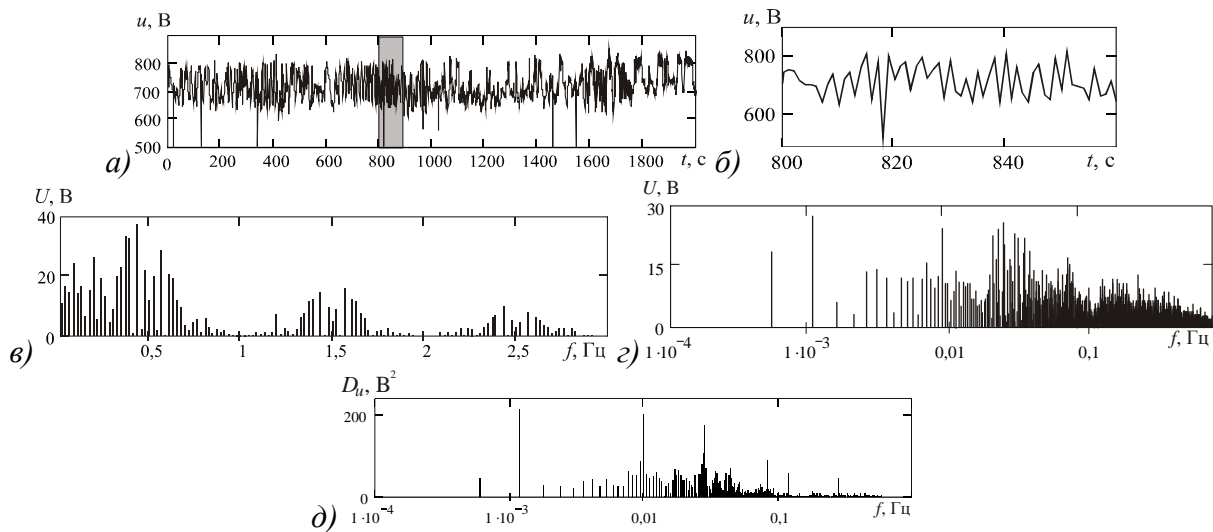


Рис. 8. Реализация напряжения на токоприемнике трамвая (а); изменение напряжения на отрезке времени 800...860 с (б); мгновенный спектр этого отрезка (в); спектр мгновенного графика напряжения (г); спектр «хвоста» корреляционной функции (д)

Выводы

1. Дискретные спектры реализаций и «хвостов» корреляционных функций, а также величины спектральной плотности стационарного стохастического процесса напряжения не в полной мере характеризуют результаты его спектрального анализа, а использование указанных величин к анализу тягово-рекуперативного тока является некорректным и даже ошибочным, поскольку ток не является непрерывным процессом, а реально представляет собой непериодический импульсный случайный процесс.

2. Введение понятий текущего и мгновенного спектров позволяет осуществлять

спектральный анализ напряжения не только в установившихся, но и в переходных режимах, а для тягового тока эти понятия являются единственно применимыми.

3. Для определения текущего и мгновенного спектров в полной мере применим метод дискретного преобразования Фурье.

4. В текущих спектрах фронтов (при пуске электроподвижного состава) и спадов (при выключении нагрузки) тяговых напряжений и токов содержатся гармоники, частота которых на два порядка превышает частоту в спектрах полных реализаций и «хвостов» корреляционных функций, при этом одновременно более (в 1,5...2,0 раза) высоком уровне амплитуд гармоник.

5. Мгновенный спектр отрезка длительностью 60 с реализации напряжения на токоприемнике составляет 0,25...2,5 Гц при частоте 0,001...0,11 Гц спектров полной реализации и корреляционной функции и при одновременном увеличении на 10 В амплитуд гармоник.

Библиографический список

1. Костін, М. О. Енергетичні спектри випадкових процесів тягових напруг і струмів електротранспорту / М. О. Костін // Електротехніка і електроенергетика. – 2015. – № 2/15. – С. 71–80.
2. Костін, М. О. Гармонійний аналіз напруги і струму та енергетичні показники лінії зовнішнього електропостачання / М. О. Костін, О. Г. Шейкіна // Електромагнітна сумісність та безпека на залізничному транспорті. – 2015. – № 9. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2015. – С. 11–16.
3. Костин, Н. А. Развитие теории спектров в задачах анализа тягово-рекуперативного тока электроподвижного состава / Н. А. Костин // Тези VII Міжнародної наук.-практ. конф. «Безпека та електромагн. сумісність на залізничному транспорті», Розлуч. – Д.: ДПТ. – 2016. – С. 38–39.
4. Михаліченко, П. Є. Гармонійний склад фідерних струмів при аварійних вимиканнях швидкодіючими вимикачами. Теоретичні передумови / П. Є. Михаліченко, М. О. Костін // Електромагнітна сумісність та безпека на залізничному транспорті. – 2015. – № 9. – С. 11–17.
5. Баланс энергий в электрических цепях / под редакцией В. Е. Тонкаль. – К.: Наук. думка, 1992. – 312 с.
6. Fryze S. Wirk, Blind- und Schein- leistung in elektrischen stromkreisen min nicghtsinusformigen Verlaf von Strom und Spannung / S. Fryze // Elektrotechn. Z. – 1932. – № 25. – S. 596 – 599; № 26. – S. 625–627; № 29. – S. 700–702.
7. Костин, Н. А. Реактивная мощность в устройствах систем электрической тяги / Н. А. Костин // Вісник ДНУЗТ. – 2010. – Вип. 34. – С. 73–76.
8. Akagi, H. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / H. Akagi et al. Wiley-IEEE Press, 2007. – 379 p., ISBN: 978-0-470-10761-4.
9. Czarnecki, L. On some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory / L. Czarnecki // IEEE Trans. Power Electron. – 2004. – Vol. 19, Iss. 3. – PP. 828-836.
10. Herrera, R Present point of view about the instantaneous reactive power theory / R. Herrera et al. // IET Power Electron. 2009. – Vol. 2, Iss. 5. – PP. 484–495.
11. Щербак, Я. В. Подавлення неканонічних гармонік мережійних струмів тягового випрямляча за допомогою резонансних фільтрів / Я. В. Щербак, К. В. Ягуп // Технічна електродинаміка. Тем. вип. «ПІСЕ – 2006». – 2006. – Ч. 5. – С. 91–93.
12. Ягуп, К. В. Подавлення неканонічних гармонік вхідних струмів тягової підстанції: автореф. дис.... канд. техн. наук : 05.22.09 / К. В. Ягуп. – Харків, 2008. – 20 с.
13. Плахтій, О. А. Покращення електромагнітної сумісності перетворювачів тягових підстанцій постійного струму з живлячою та контактною мережами: автореф. дис.... канд. техн. наук: 05.09.12 / О. А. Плахтій. – Харків, 2016. – 20 с.
14. Шалимов, М. Г. Двенадцатипульсовые полупроводниковые выпрямители тяговых подстанций / М. Г. Шалимов. – М.: Транспорт, 1990. – 127 с.
15. Пекер, Б. Н. Компенсація низькочастотних пульсацій вихідної напруги 6-пульсних керованих випрямлячів: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Б. Н. Пекер. – К., 2004. – 20 с.
16. Сиченко, В. Г. Розвиток наукових основ підвищення електромагнітної сумісності підсистем електричної тяги постійного струму залізничного транспорту: автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.22.09 «Електротранспорт» / В. Г. Сиченко. – Дніпропетровськ, 2011. – 39 с.
17. Саблин, О. И. Спектральный анализ случайных функций тягового тока и напряжения на токоприемнике электроподвижного состава / О. И. Саблин // Вісник ДНУЗТ. – Д., 2007. – Вип. 15. – С. 41–47.
18. Петров, А. В. Методи спектрального аналізу випадкових технологічних коливань напруги та струму фідера ТП постійного

струму / А. В. Петров // Вісник ДНУЗТ. – 2010. – Вип. 34. – С. 77–80.

19. Костін, М. О. Методи визначення потужностей в системах зі стохастичними електроенергетичними процесами / М. О. Костін // Технічна електродинаміка. Темат. випуск. ПСЕ. Частина 6, 2006. – С. 3–8.
20. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. – М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.
21. Костін, М. О. Теоретичні основи електротехніки / М. О. Костін, О. Г. Шейкіна. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2007. – Т. 2. – 276 с.

Ключові слова: спектр, стохастичний процес, напруга, струм, поточний спектр, миттєвий спектр, частота гармонік, реалізація, кореляційна функція, електротранспорт.

Ключевые слова: спектр, стохастический процесс, напряжение, ток, текущий спектр, мгновенный спектр, частота гармоник, реализация, корреляционная функция, электротранспорт.

Keywords: spectrum, stochastic process, voltage, current, flowing spectrum, instantaneous spectrum, harmonic frequency, realization, correlation function, electric transport.

Рецензенты:

д. т. н., проф., Ф. П. Шкрабец,
д. ф.-м. н., проф., А. М. Муха.

Поступила в редколлегию 17.10.2016.

Принята к печати 28.10.2016.