## УДК 621.313.333

#### Китаев А. В.<sup>1</sup>, Агбомассу В. Л.<sup>2</sup>, Глухова В. И.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, профессор, Херсонский национальный технический университет, Украина, E-mail: laurvignon@yahoo.fr <sup>2</sup>Магистр техн. наук, инженер первой категории, Херсонский национальный технический университет, E-mail: laurvignon@yahoo.fr

<sup>з</sup>Старший преподаватель, Херсонский национальный технический университет, E-mail: laurvignon@yahoo.fr

# СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Установлено, что для электрических машин любого типа могут быть составлены схемы замещения аналогичные схемам замещения двухполюсника. Тем самым достигнута унификация их исследования в соответствии с принципами системности и преемственности. Обеспечена оперативность и простота вывода аналитических соотношений основных характеристик с записью в компактном виде.

**Ключевые слова**: электрические машины, генераторы, двигатели, схема замещения, моментные, механические и рабочие характеристики.

## введение

Согласно канонов дидактики изложение материала каждой изучаемой дисциплины должно строиться на основе соблюдения принципов системности и преемственности. Аналогичные требования постоянно звучат и в директиных документах Министерства образования. Если под таким ракурсом рассмотреть курс «Электрические машины» (ЭМ), то в итоге будут установлены разные точки зрения, например:

 материал построен строго, четко и удовлетворяет всем выставленным требованиям;

 – электрические машины столь разнотипные устройства, что разговор о какой-либо системности и унификации беспредметен;

– курс оъемист, сложен и по целому ряду разделов требует усилий по совершенствованию логической последовательности изложении материала. Если согласиться с последним мнением, то разговор о схемах замещения ЭМ приобретает значимость, интерес, остроту и актуальность. Дело в том, что такая схема предлагается лишь для асинхронного двигателя (АД) и преподносится как удачный расчетно-методический прием. Для других типов ЭМ вопреки логическому и здравому смыслу таких схем нет.

Цель работы показать, что в соответствии с принципами системности и преемственности схемы замещения могут быть разработаны для электрической машины любого типа, причем по своим возможностям они не будут уступать схеме замещения асинхронного двигателя.

Их полезность состоит в том, что на этапе начального обучения они существенно облегчают анализ поведения электрических машин и придают ему высокую степень наглядности.

# АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

Знакомство со схемами замещения в теории ЭМ начинается в разделе «Трансформаторы» (ТР). Именно здесь подчеркивается, что схема замещения – это физико-математическая модель в виде простой электричес-

© Китаев А. В., Агбомассу В. Л., Глухова В. И., 2013

кой цепи. Последняя имеет формальное сходство со схемой замещения пассивного четырехполюсника, содержащей зажимы входа и выхода. Тем самым обеспечивается преемственность с теоретическими основами электротехники (ТОЭ), достигается простота расчетов и понимания электромагнитных процессов.

Изложенные причины определили необходимость усилий по обеспечению приемлемости системы основных уравнений и схемы замещения ТР по отношению к АД. Полученная в итоге схема приведена на рис. 1, *а*. Метод эквивалентного генератора и положения теории четырехполюсников позволяют ее существенного упростить и свести к схеме замещения двухполюсника (см. рис. 1,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ).

К числу достоинств схем замещения АД относят изображение механической мощности выхода в виде электрического эквивалента.

Обращение к схемам замещения АД позволило решить следующие вопросы:

1. Найти аналитические соотношения для определения момента M; частоти вращения ротора  $n_2$ ; мощности на валу  $P_2$ ; тока в обмотке статора  $I_1$ ; мощности, по-



Рис. 1. Схемы замещения АД

требляемой от источника *P*<sub>1</sub>; к.п.д. η и коэффициента мощности соs φ<sub>1</sub> в функции скольжения *s* (см. табл. 1).

2. Рассчитать и построить семейство характеристик скольжения (см. рис. 2), которое легко перестраивается в функции другого переменного показателя, например, мощности *P*<sub>2</sub>, т.е. в семейство рабочих характеристик (см. рис. 3).

3. Исследовать поведение АД в генератором и тормозном режимах.

4. Исследовать поведение АД при динамическом и конденсаторном торможении; установить критерии самовозбуждения на верхней и нижней критических скоростях.

5. Разработать алгоритм оперативной оценки возможностей АД на основании данных каталога [1].

6. Построить круговую диаграмму АД и т. д.

Аналитические соотношения таблицы отличаются от известных  $[2 \div 8]$  использованием относительных значений частоты вращения, момента, тока и мощности. В качестве базовых значений для построения семейства характеристик скольжения выбраны:  $n_1$  – частота вращения магнитного поля статора;  $M_{MAX}$  – максимальный момент;  $I_{2K3}$  – ток короткого замыкания в цепи ротора и  $P_{2 ext{-}MAX} = \omega_1 M_{MAX}$  – максимальная электромагнитная

Таблица 1. Аналитические соотношения для расчета характеристик скольжения

······································	
Наименование	Аналитическое
показателя	соотношение
Частота	v = 1 - s
вращения ротора	
Момент	$\mu = \frac{2ss_k}{s_k^2 + s^2}$
Мощность на валу	$p_2 = \mu v$
Ток в обмотке ротора	$\beta = \frac{s\sqrt{s_k^2 + 1}}{\sqrt{s_k^2 + s^2}}$
Угол сдвига между $E_2^1$ и $I'_2$	$\psi = \operatorname{arctg} \frac{s}{s_k}$
Ток в обмотке статора	$\beta_1 = \begin{bmatrix} \beta_0^2 + \beta^2 + 2\beta_0 \times \\ \times \beta \sin(\psi_2 + \alpha_0) \end{bmatrix}^{0,5}$
Потребляемая мощность	$p_1 = \mu + s + 2s_H$
К.п.д.	$\eta = \frac{p_2}{p_1}$
Коэффиц. мощности	$\cos \varphi_1 = \frac{\beta \cos(\psi_2 + \theta)}{\beta_1} + \frac{\beta_0 \cos(\alpha_0 + \theta)}{\beta_1}$
	14

мощность. При построении рабочих характеристик базовые значения тока и мощности заменены на  $I'_{2HOM}$  – приведенный ток в обмотке ротора при номинальном режиме и  $P_{2 \to HOM} = \omega_1 M_{HOM}$ .

Разумеется, что схемы замещения, приведенные на рис. 1, не учитывают такие глубинные процессы в АД, как вытеснение тока в обмотках статора и ротора, их интенсивный нагрев при пуске машины и т. д. Поэтому сопоставление расчетных значений по формулам табл. 1 с результатами эксперимента и практики желаемой сходимости часто не дает. Например, зависимость  $\mu = f(s)$ , рассчитанная по формуле момента табл. 1 (формула Клосса), характеризуется значением пусковых моментов, которые отличаются от каталожных данных примерно в два раза. Пользуясь методикой, предложенной в работе [1], можно снизить эти расхождения до значений приемлемой инженерной точности.



Рис. 2. Семейство характеристик скольжения



Рис. 3. Семейство рабочих характеристик

Из сказанного следует, что эта схема замещения АД – это удобный, нужный и полезный инструмент исследования процессов в машине.

В ракурсе изложенного интересно сопоставить возможности и достоинства схемы замещения АД с аналогичными схемами других электрических двигателей (постоянного тока (ДПТ) и синхронного (СД)). Однако поиск таких схем в учебной и технической литературе [2–8] успеха не принесет, поскольку таких схем нет.

Специалисты по ЭМ объясняют этот факт тем, что анализ поведения ДПТ и СД удалось выполнить без разработки схем замещения. Поэтому их поиск означает усложнение решения задачи и, следовательно, бесполезен. Подобные заявления не согласуются с методологией и с логикой здравого смысла, потому покажем, что схемы замещения ДПТ и СД с электрическим эквивалентом механической мощности на валу могут быть предложены и объективно обоснованы. Причем они сохраняют все возможности и достоинства схем замещения АД.

# ДВИГАТЕЛИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

При анализе поведения ДПТ, например, параллельного возбуждения обычно приводят схему, изображенную на рис. 4, *a*. Она является электрической принципиальной схемой и к разряду схем замещения с электрическим эквивалентом механической мощности на валу отнесена быть не может. Однако, обращаясь к ней, можно составить уравнение баланса напряжений для якорной цепи:

$$U = I_{\mathcal{A}} R_{\mathcal{A}} + E_{\mathcal{A}}, \qquad (1)$$

где U – напряжение источника питания;  $I_{g}, R_{g}, E_{g}$  – соответственно ток, сопротивление и ЭДС якорной цепи.

Уравнение (1) после несложных преобразований можно переписать в виде:

$$U = I_{\mathcal{A}} \left( R_{\mathcal{A}} + R_{\mathcal{A}} \frac{1 - s_{\Phi}}{s_{\Phi}} \right) = I_{\mathcal{A}} \frac{R_{\mathcal{A}}}{s_{\Phi}}, \qquad (2)$$

где  $s_{\Phi} = \frac{n_o - n}{n_o}$  совпадает с определением скольжения *s* 

в асинхронных машинах и потому может быть названо формальным или фиктивным скольжением; *n*<sub>0</sub> – частот вращения при идеальном холостом ходе.

На основании уравнения (2) могут быть составлены схемы замещения ДПТ (см. рис.4, *б*, *в*), по существу сходные со схемами замещения АД и двухполюсника. Следует подчеркнуть, что диапазон изменения  $s_{\Phi}$  для ДПТ тот же самый, что и для скольжения *s* в АД; т.е. лежит в пределах от нуля (холостой ход) до 1 (режим пуска, где *n*=0). Полная аналогия сохраняется так же при сопостав-

лении выражений 
$$R'_2 \cdot \frac{1-s}{s}; \frac{R'_2}{s}$$
 и  $R_{\mathcal{A}} \cdot \frac{1-s_{\Phi}}{s_{\Phi}}; \frac{R_{\mathcal{A}}}{s_{\Phi}}$  по-



Рис. 4. Принципиальная электрическая схема и схемы замещения ДПТ

скольку каждое из них выступает либо как эквивалент механической мощности на валу, либо как эквивалент электромагнитной мощности.

Схема замещения ДПТ параллельного возбуждения распространяется и на ДПТ независимого возбуждения, поскольку, если параметры и показатели обмотки возбуждения рассчитаны на напряжение, отличающееся от номинального напряжения якорной цепи U<sub>HOM</sub>, то, используя операцию приведения, их можно свести к U<sub>HOM</sub>.

Обеспеченная выше идентичность схем замещения АД и ДПТ независимого и параллельного возбуждения открывает возможность унификации описания их характеристик. Поэтому в число характеристик ДПТ наряду с известными войдут и характеристики, которые принято считать относящимися только к АД:

– моментная характеристика или зависимость  $M = f(s_{\Phi});$ 

– механическая характеристика или зависимость n = f(M);

– скоростная характеристика или зависимость  $n = f(I_g);$ 

– семейство рабочих характеристик или зависимостей  $s_{\phi}$ ,  $n, M, I, P_1$ ,  $\eta$  от  $P_2$ .

Рассмотрим относящиеся к ним подробности.

#### Моментная характеристика

Вывод ее аналитического выражения выполним тем же приемом, который используется по отношению к АД:

$$M = \frac{P_2}{\omega} = \frac{I_{\mathcal{A}}^2 R_{\mathcal{A}}}{\omega_0 s_{\Phi}} = \frac{(U - c_E n \Phi)^2}{\omega_0 s_{\Phi} R_{\mathcal{A}}} = M_{\text{MAX}} s_{\Phi}, \qquad (3)$$

где  $\omega_0, \omega$  – угловые скорости якоря при холостом ходе и избранном режиме;  $M_{\text{MAX}}$  –максимальный момент ДПТ;  $c_E$  – коэффициент;  $\Phi$  – магнитный поток.

Полученное уравнение (3) является уравнением прямой, выходящей из начала координат. Она может принять конкретные числовые значения при переходе на относительные показатели. С этой целью введем значение относительного момента  $\mu = M / M_{MAX}$ . Тогда аналитическое выражение моментной характеристики запишется в виде

$$\mu = s_{\Phi}. \tag{3,a}$$

Ее графическое изображение дано на рис. 5, *а. Механическая характеристика* 

В случае АД усилий по определению ее аналитического выражения не предпринимают, а используют прием перестроения M = f(s) в n = f(M). Он основывается на том, что для любого фиксированного момента M число оборотов n найдется по соотношению:  $n = n_1(1-s)$ .

Этот прием может быть использован и для ДПТ, но линейность моментной характеристики ведет к линейности и механической характеристики, которая подчиняется следующему аналитическому выражению:

$$n = n_0 - M \frac{R_{\mathcal{A}}}{c_E c_M \Phi^2} = n_0 \left( 1 - \frac{M}{M_{MAX}} \right)$$
(4)

или после перехода к относительным значениям момен-

та  $\mu$  и частоты вращения  $\nu = n/n_0$  получим

$$v = 1 - \mu. \tag{4, a}$$

Графическое изображение механической характеристики дано на рис. 5, *б*.

#### Скоростная характеристика

Вновь воспользуемся уравнением баланса напряжений, которое перепишем в виде

$$n = \frac{U}{c_E \Phi} - I_{\mathcal{A}} \frac{R_{\mathcal{A}}}{c_E \Phi} = n_0 \left( 1 - \frac{I_{\mathcal{A}}}{I_{\mathcal{A}K3}} \right), \tag{5}$$

Переход к относительным значениям здесь даст следующее выражение

$$\mathbf{v} = 1 - \boldsymbol{\beta} \,, \tag{5, a}$$

где  $\beta = I_{\mathcal{A}} / I_{\mathcal{AK3}}$ , а ток короткого замыкания  $I_{\mathcal{AK3}}$  есть результат деления напряжения сети питания U на со-противление обмотки якоря  $R_{\mathcal{A}}$ .

Отсюда при сопоставлении (3, *a*), (4, *a*), (5, *a*) получаем  $s_{\Phi} = \mu = \beta$ . Поэтому графическое изображение скоростной характеристики (рис. 5, *в*) повторяет изображение механической характеристики.

Семейство характеристик скольжения

Аналитические соотношения для семейства характеристик скольжения в относительных значениях приведены в табл. 2. На рис. 6 дано их графическое изображение в диапазоне скольжений от нуля до единицы.

Таблица 2. Аналитические соотношения для ДПТ параллельного возбуждения

Наименование	Аналитические
показателя	соотношения
Частота	$v = 1 - s_{\Phi}$
вращения ротора	
Момент	$\mu = s_{\Phi}$
Мощность	$p_2 = v.\mu$
на валу	r Z ·
Ток в обмотке якоря	$\beta = s_{\Phi}$
Ток, потребляемемый	$\beta_1 = \beta + \beta_0$
двигателем от	
источника	
Потребляемая	$p_1 = \mu + s_{\Phi} + 2s_{\Phi H}$
мощность	
К.п.д	$\eta = \frac{p_2}{p_1}$



Рис. 5. Моментная, механическая и скоростная характеристики ДПТ



Рис. 6. Семейство характеристик скольжения

Здесь следует пояснить, что рабочий диапазон скольжений ДПТ существенно уже и лежит в пределах от 0 до  $1,5s_{\Phi H}$  где  $s_{\Phi H}$  номинальное скольжение. Это приводит к малым и неудобным относительным числовым значениям тока и мощности (порядка 0,01, 0,001 и т. п.), а при построении характеристик желательно, чтобы эти показатели в номинальном режиме имели значение, близкое или равное единице. Очевидно, что в таком случае целесообразно изменить масштаб путем смены базовых показателей режима короткого замыкания на показатели номинального режима, а в качестве переменного аргумента использовать отношение  $s_{\Phi}/s_{\Phi H}$ .

В итоге зависимости семейства характеристик скольжения будут описываться другими числовыми значениями, одновременно изменится их графическое изображение (см. рис. 7).

#### Семейство рабочих характеристик

В принципе возможна аналитическая запись входящих сюда зависимостей. Однако полученные в итоге соотношения будут иметь громоздкий вид и неудобны для расчета.

Более выгодно здесь использовать прием перестроения, основываясь на уже известных результатах расчета семейства характеристик скольжения. В итоге будут получены графические зависимости (см. рис. 8) семейства рабочих характеристики.

Как известно ДПТ может быть переведен на работу в режим рекуперации и противовключения.

Моментная, механическая и скоростная характеристики этих режимов являются продолжением тех же характеристик двигательного режима, что иллюстрируют графические зависимости рис. 9.

В режиме динамического торможения ток в цепи якоря найдется по соотношению

$$I_{\mathcal{H}} = \frac{c_e \Phi n}{R_{\mathcal{H}}} . \tag{6}$$



Рис. 7. Семейство характеристик для диапазона рабочих скольжений



Рис. 8. Семейство рабочих характеристик



Рис. 9. Моментная, механическая и скоростная характеристики ДПТ в различных режимах

Приемами, которые описаны выше, уравнение (6) переписывается в виде  $v = \mu$  или  $v = \beta$ . Это вновь означает идентичность механической и скоростной характеристики, но теперь это будут линии, выходящие из начала координат.

Разработанная методика приемлема и для описания поведения ДПТ с последовательным возбуждением.

Обратимся сначала к схеме замещения, приведенной на рис. 10, *а*.

Она состоит из двух сопротивлений и потому ее сходство со схемой замещения двухполюсника очевидно. Важно подчеркнуть, что фиктивное скольжение, входящее в состав сопротивления  $R_{ff} / s_{off}$  становится еще более формальным показателем. Оно теряет четкую связь с частотами вращения и выступает как коэффициент, используя который можно найти сопротивление якорной цепи под заданную величину тока. Учтем также, что машина здесь работает в условиях  $\phi = varia$  и меняющегося напряжения на зажимах якоря, что затрудняет аналитическое исследование. Поэтому изберем графический метод и будем полагать, что известны: напряжение сети питания U, а также сопротивления обмоток якоря и возбуждения  $R_{g}$  и  $R_{g}$ .

Отложим на оси ординат и абсцисс (см. рис. 11) относительное значение тока короткого замыкания и заданного напряжения сети, равные единице, и построим квадрат ОАВС. На стороне АВ найдем положение точки К, при котором отношение отрезков АК и ВК равно отношению  $R_g$  к  $R_B$ . Тогда отрезок ОК может трактоваться как в.а.х  $R_g$ , а отрезок КС как зеркальное изображение в.а.х  $R_B$ (обе в относительных значениях). Изберем дискретность тока равной 0,2 и проведем горизонтальные линии до пересечения с зеркальным отражением в.а.х.  $R_B$ . Точки пересечения с соединим с началом координат и получим семейство в.а.х  $R_g/s_{\Phi}$ .

Предложенный прием выгоден при расчете мощностей и к.п.д. Действительно, здесь площадь любого из прямоугольников, например, OPMC равна относительной потребляемой мощности  $p_1$  при заданном относительном значении тока  $\beta$ . От нее вычитанием площадей OPДN (относительное значение мощности, теряемой на сопротивлении  $R_{\mathcal{H}}$ ,) и G4MC(относительное значение мощности, теряемой на сопротивлении  $R_{\mathcal{B}}$ ) перейдем к относительным значениям мощности на валу  $p_2$ . Разумеется, что деление  $p_2$  на  $p_1$  даст величину к.п.д.  $\eta$ .

Результаты такой работы при выборе значений β в диапазоне от нуля до единицы с дискретностью 0,2 приведены в табл. 3.



Рис. 10. Схемы замещения ДПТ последовательного возбуждения



**Рис. 11.** Метод зеркальных изображений в приложении к анализу ДПТ последовательного возбуждения

Среди них резкий протест вызовет значение  $\eta = 1$  при  $\beta = 0$ , поскольку любой электрический двигатель в режиме х.х. должен иметь к.п.д. равный нулю. Но здесь дело не в ошибке, а в использовании схемы замещения двухполюсника в виде двух последовательно соединенных сопротивлений. Ее энергетические показатели исследованы в разделе «Генераторы постоянного тока», где показано, что осуждаемый результат есть следствие использования формулы к.п.д. в виде:  $\eta = 1 - \beta$ . Там же показано, что противоречие устраняется включением параллельно ветви якоря и возбуждения сопротивления  $R_0$  (см. рис. 10, б). Последнее выполняет роль электрического эквивалента механических, вентиляционных и дополнительных потерь, которые пока не были учтены. Трудность их учета связана с переменностью потерь в широком диапазоне значений при изменении частоты вращения, т. е. R<sub>0</sub> следует воспринимать как переменное сопротивление. Тогда его графическое изображение будет иметь вид пучка прямых, выходящих из начала координат. Однако, если ДПТ настроен на работу вблизи частоты вращения номинального режима, то в пределах приемлемой погрешности можно считать R<sub>0</sub> неизменным. Тогда к площадям прямоугольников, воспринимаемых выше, как мощность, следует добавить площадь прямоугольника потерь ASQC, в котором диагональ OQ одновременно является в.а.х.  $R_0$ .

Разумеется, что при практической реализации предлагаемого приема в качестве базовых выгодно взять показатели номинального режима. Тогда аналитические выражения для момента и частоты вращения примут вид:

$$\mu = k_i k_{\Phi} \beta; \ \nu = \frac{1}{k_{\Phi}} \cdot \frac{1 - k_i \beta}{1 - k_i \beta_{\text{HOM}}},$$

где 
$$\mu = \frac{M}{M_{\text{HOM}}}$$
;  $\beta = \frac{I_{\mathcal{A}}}{I_{\mathcal{A}\text{HOM}}}$ ;  $\nu = \frac{n}{n_{\text{HOM}}}$ ;  $\nu = \frac{n}{n_{\text{HOM}}}$ ;  $k_{\Phi} = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{HOM}}}$ .

Числовые значения коэффициентов по току  $k_i$  и по потоку  $k_{\phi}$  устанавливаются соответственно по графическим построениям рис. 11 и характеристике холостого хода. Очевидно, что для номинального режима  $\mu$  и  $\nu$ , а также их произведение, т. е. относительное значение мощности  $p_2$ , будут равны единице. Но согласно графическим построениям рис. 11 мощность меньше единицы (из-за выбора других базовых значений). Поэтому необходим пересчет мощностей, а также и в соответствии с масштабными коэффициентами.

С учетом изложенного выполнен новый расчет показателей работы ДПТ с последовательным возбуждением. Результаты расчета приведены в табл. 4 и в виде графических зависимостей на рис. 12.

По аналогичной методике может быть построено исследование ДПТ со смешанным возбуждением. Разумеется, что здесь в качестве зеркального отражения следует использовать в.а.х. сопротивления последовательной обмотки возбуждения. Параллельное соединение обмоток якоря и возбуждения будет описываться результирующими в.а.х.

По сути это будут те же в.а.х. якорной цепи, но каждая из них окажется приподнятой на величину в.а.х. сопротивления параллельной обмотки возбуждения.

# ГЕНЕРАТОРЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Схема включения автономного генератора постоянного тока (ГПТ) с независимым возбуждением на переменную нагрузку приведена на рис. 13, *а*. При описании поведения этой машины используется уравнение баланса напряжений:

$$E_{\mathcal{A}} = I_{\mathcal{A}} R_{\mathcal{A}} + U_H \,, \tag{7}$$

где U<sub>H</sub> – напряжение на нагрузке.

Показатели	Числовые значения								
β	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0		
$s_{\Phi}$	1,0	0,75	0,52	0,34	0,15	0,075	0		
$\Delta p_{\mathcal{A}}$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0		
$\Delta p_B$	0,28	0,184	0,105	0,048	0,012	0,003	0		
<i>p</i> <sub>1</sub>	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0		
<i>p</i> <sub>1</sub>	0	0,156	0,243	0,24	0,158	0,089	0		
η	0	0,195	0,4	0,6	0,79	0,89	1,0		
Принятые обозначения: $\Delta p_{\mathcal{A}}$ – потери в обмотке якоря; $\Delta p_B$ – потери в обмотке									
возбуждения									

Таблица 3. Показатели ДПТ по схеме замещения рис. 10, а

Таблица 4. Показатели ДПТ по схеме замещения рис. 10, б

Показатели	Числовые значения							
β	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2		
S <sub>Φ</sub>	0,03	0,06	0,09	0,125	0,15	0,19		
$k_{\Phi}$	0,45	0,71	0,88	0,95	1,0	1,03		
μ	0,09	0,295	0,53	0,76	1,0	1,235		
ν	2,6	1,52	1,2	1,09	1,0	0,87		
$\Delta p_{\mathcal{A}} + \Delta p_{B}$	0,014	0,04	0,084	0,144	0,21	0,345		
$\Delta p_{MB\mathcal{I}}$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1		
<i>p</i> <sub>2</sub>	0,23	0,45	0,65	0,85	1,0	1,08		
<i>p</i> <sub>1</sub>	0,34	0,59	0,83	1,09	1,31	1,525		
η	0,67	0,76	0,78	0,76	0,76	0,7		
Принятые обозначения: $p_{MBД}$ – потери механические,								
вентиляционные и дополнительные; $p_{1\mathcal{AB}}$ — мощность, потребляемая								
цепью якоря и возбуждения								



Рис. 12. Рабочие характеристики ДПТ последовательного возбуждения

В соответствии с (7) может быть составлена схема замещения устройства (см. рис. 13, б). Последняя совпадает со схемой замещения активного двухполюсника, исследование которой сводится к построению семейства его основных характеристик, т. е. зависимостей

$$U_H, P_2, P_1, \eta = f(I_\mathcal{A})$$

При переходе на относительные значения аналитические соотношения этих показателей примут вид

$$\gamma = 1 - \beta; p_2 = \beta(1 - \beta); p_1 = \beta; \eta = 1 - \beta,$$

где  $\gamma = \frac{U}{E_{\mathcal{A}}}$ ;  $p_2 = \frac{U \cdot I_{\mathcal{A}}}{E_{\mathcal{A}} I_{\mathcal{A}K3}}$ ;  $p_1 = \frac{E_{\mathcal{A}} I_{\mathcal{A}}}{E_{\mathcal{A}} I_{\mathcal{A}K3}}$ .

Графическое изображение семейства дано на рис. 14, а.

Обсудим его. Начнем с внешней характеристики  $\gamma = 1 - \beta$ . Это уравнение прямой. Но ГПТ более сложное устройство, чем двухполюсник, составленный из двух сопротивлений. Поэтому при построении внешней характеристики ГПТ следует учесть воздействие ряда факторов и прежде всего реакцию якоря. С этой целью разработаны графические методы, например, с использованием характеристического (реактивного) треугольника. Однако при всех своих достоинствах этот метод производит впечатление незаконченного, поскольку ток якорной цепи здесь устанавливается не построением, а пересчетом. На рис. 15 приведен графический метод построения внешней характеристики ГПТ в сочетании характеристического треугольника с в.а.х.  $R_H$  и  $R_{\pi}$ . Последовательность действий такова:

- в четвертом квадранте располагаем характеристи-

ку холостого хода (х.х.х.)  $\gamma = f(\beta_B)$  где  $\beta_B = \frac{\beta_B}{\beta_{BHOM}}$  – относительное значение тока возбуждения;



Рис. 13. Схемы включения и замещения ГПТ



Рис. 14. Семейство характеристик двухполюсника



Рис. 15. Построение внешней характеристики ГПТ независимого возбуждения

– откладываем на оси ординат заданный ток возбуждения номинального режима, принятый за единицу, проводим линию до пересечения с х.х.х. (точка K), восстанавливаем перпендикуляр к оси абсцисс и получаем относительное значение э.д.с.  $\gamma_0$  при х.х. (точка D); между х.х.х. и линией тока возбуждения вписываем характеристические треугольники номинального режима и к.з. (соответственно *ABC* и *A'B'C'*);

– катет B'C' продолжаем до пересечения с осью абсцисс (точка D'), последнюю соединяем с точкой  $\beta = 1$ (на оси ординат) и получаем зеркальное отражение в.а.х.  $R_{\mathcal{A}}$ ; – катет BC продолжаем до пересечения с осью абсцисс в точке N, в которую путем плоско-параллельного переноса смещаем зеркальное отражение в.а.х.  $R_g$ ;

– из точки A проводим вертикальную линию до пересечения со смещенной в.а.х.  $R_{g}$  (точка M), последняя является точкой внешней характеристики номинального режима, она же укажет относительное значение номинального тока, а ее соединение с началом координат даст в.а.х.  $R_{H}$  номинального режима.

По аналогичной методике находится положение остальных точек. В итоге получим искомую характеристику.

Продолжим обсуждение в отношении характеристики к.п.д.  $\eta = f(\beta)$ , которая при  $\beta = 0$  имеет максимальное значение, равное единице.

Для выяснения сути рассмотрим схему, приведенную на рис. 13,  $\delta$ . Она отличается от схемы рис. 13,  $\delta$  наличием сопротивления  $R_0$ , включенного непосредственно на зажимы источника э.д.с. Необходимость такого шага вызвана стремлением учета потерь: механических, вентиляционных, дополнительных и на возбуждение. Это приведет к тому, что аналитические выражения для  $p_1$  и  $\eta$  изменятся:

$$p_1 = \alpha + \beta$$
;  $\eta = \beta(1-\beta)/(\alpha + \beta)$ ,

где  $\alpha = \frac{I_0}{I_{2K3}}$ ;  $I_0$  – ток в сопротивлении  $R_0$ .

Исследуем  $\eta = f(\beta)$  на экстремум по переменной  $\beta$  и получим:

 относительное значение тока нагрузки при максимальном к.п.д.

$$\beta_{\eta} = -\alpha + \sqrt{\alpha + \alpha^2} \ ; \eqno(8)$$

- значение максимального к.п.д.

$$\eta_{MAX} = \left(\sqrt{1+\alpha} - \sqrt{\alpha}\right)^2. \tag{8, a}$$

Задаваясь значениями  $\alpha = 1,0;0,1;0,01;0,$ , можно построить семейство  $\eta = f(\beta)$ . Оно приведено на рис. 14,  $\delta$ и характеризуется тем, что по мере снижения  $\alpha$  уменьшается  $\beta_{\eta}$  и увеличивается  $\eta_{MAX}$ . Наконец, при  $\alpha = 0$ (сопротивление  $R_0$  выведено из состава схемы замещения) зависимость  $\eta = f(\beta)$  будет состоять из двух линейных участков: первый из них – вертикально возрастающий от нуля до единицы фронт; второй – спадающий от единицы до нуля.

Критерий максимального к.п.д. согласно (8) отличается от принятого в теории электрических машин: «максимальный к.п.д. имеет место при равенстве переменных и постоянных потерь». Допустим, что указанное равенство обеспечено, т. е.:

$$I_{\mathcal{A}}^2 \cdot R_{\mathcal{A}} = I_0^2 \cdot R_0.$$

Делением справа и слева на  $E_{\mathcal{A}}I_{\mathcal{A}K3}$  получим:

$$\beta = \sqrt{\alpha} , \qquad (9)$$

Пусть  $\alpha = 0,1$ , тогда расхождение между (8) и (9) будет равно 27 %. Столь значительное росхождение объясняется тем, что исходные формулы имеют разную структуру построения.

# СИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

От АД и ДПТ синхронный двигатель (СД) принципиально отличается тем, что его рогор всегда вращается с неизменной (синхронной) скоростью, т. е. у него нет скольжения. Тем не менее и для него можно составить схему замещения с электрическим эквивалентом механической мощности тем же приемом, который был использован по отношению к ДПТ. Но вначале решим вопрос с определением тока, потребляемого СД от сети. Обращаемся к основному уравнению баланса напряжений:

$$\underline{U} = \underline{I}\underline{Z}_a + \underline{E}_a,\tag{10}$$

где  $\underline{Z}_a$  – полное комплексное сопротивление якорной цепи с учетом реакции якоря;  $\underline{E}_a$  – э.д.с. обмотки якоря, наводимая основным магнитным потоком машины. Примем, что связь между  $\underline{U}$  и  $\underline{E}_a$  определяется соотношением:  $\underline{E}_a = kUe^{-j\theta}$ . Тогда из уравнения баланса напряжений найдется ток:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} (1 - ke^{-j\theta}) = \underline{I}_{K3} (1 - e^{-j\theta}).$$

При использовании относительных значений последнее соотношение запишется в виде:

$$\underline{\beta} = 1 - ke^{-j\theta} = \beta \cdot e^{j\nu},$$

где  $\beta = \sqrt{1 + k^2 - 2k \cos \theta}$ ,  $v = \operatorname{arctg} \frac{k \sin \theta}{1 - k \cos \theta}$ .

Поскольку полный диапазон возможных значений  $\theta$ лежит в пределах от нуля до девяносто градусов, то приняв дискретность изменения  $\theta$  равной десять градусов, для любого избранного значения  $\kappa$  ( $\kappa = 0.8; 0.9; 1.0; 1.1; 1.2$ ) можно рассчитать зависимость  $\beta = f(\theta)$ . При решении задач такого рода удобна и полезна векторно-круговая диаграмма, приведенная на рис. 16. Она придает полученным результатам высокую степень наглядности и состоит из вектора относительного значения напряжения источника, равного единице и расположенного на оси действительных чисел комплексной плоскости, ряда концентрических окружностей радиусом к и шкалы значений угла  $\theta$ . Если под избранным углом  $\theta$  провести вектор по длине равный к, а затем его конец соединить с концом единичного вектора, то вновь полученный вектор даст величину и пространственное положение вектора β.

В итоге, используя графические построения, можно найти зависимости  $\beta = f(\theta)$  и даже *U*-образные характеристики СД.

Уравнение (10) можно переписать и в другом виде, а именно:

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_{\mathcal{P}} = R_{\mathcal{P}} + jX_{\mathcal{P}} = Z_{\mathcal{P}}\cos\varphi + jZ_{\mathcal{P}}\sin\varphi,$$

Следовательно, и для СД приемлема схема замещения двухполюсника, приведенная на рис. 17, где эквивалентом механической мощности выступает переменное активное сопротивление  $R_{\Im}$ .

Используя его, можно найти величину момента СД тем же приемом, что и для других типов электрических двигателей:

$$M = \frac{P_2}{\omega_0} = \frac{I^2}{\omega_0} R_{\mathcal{P}}.$$
 (11)

Однако при расчетах более удобно пользоваться относительными значениями тех же сопротивлений, а имен-

HO: 
$$\underline{Z}_{\mathfrak{I}}^* = \frac{\underline{Z}_{\mathfrak{I}}}{\underline{Z}_a};$$
  
 $R_{\mathfrak{I}}^* = Z_{\mathfrak{I}}^* \cos(\varphi - \varphi_a); \ X_{\mathfrak{I}}^* = Z_{\mathfrak{I}}^* \sin(\varphi - \varphi_a).$ 

Поэтому формулу (11) следует переписать в виде:



Рис. 16. Векторно-круговая диаграмма СД



Рис. 17. Схема замещения СД

$$\mu = \frac{\beta^2}{\beta_{90^0}^2} \cdot \frac{R_{\Im}^*}{R_{\Im 90^\circ}^*}; \qquad (11, a)$$

где  $\mu = \frac{M}{M_{MAX}}$ ;  $M_{MAX}$  – максимальный момент, который развивает СД при  $\theta = 90^{\circ}$ ;  $\beta_{90^{\circ}}$  – относительное значение тока при максимальном моменте;  $R_{\Im}^*$ ,  $R_{\Im90^{\circ}}^*$  – эквивалентныеактивные сопротивления, соответствующие текущему значению  $\theta$  и  $\theta = 90^{\circ}$  (в относительных значениях).

Полученные на основе изложенного подхода соотношения сведены в табл. 5. Используя их и векторнокруговую диаграмму, можно найти числовые значения  $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\beta_{90^\circ}$ ,  $R_{\ni}^*$ ,  $R_{\ni90^\circ}^*$  для всего диапазона углов  $\theta$ . Результаты такой работы, выполненной, например, для значений k = 1,  $\varphi_a = 85^\circ$ , иллюстрирует табл. 6 а также графические зависимости, приведенные на рис. 18 и 19.

Аналогичная работа может быть выполнена и для других значений k и  $\varphi_a$ . В итоге разработчик получит обширный информационный материал по оптимизации работы СД.

# СИНХРОННЫЙ ГЕНЕРАТОР (СГ)

Уравнение баланса напряжений СГ неявнополюсного исполнения принято записывать в виде

$$\underline{E}_{a} = \underline{U}_{H} + jX_{C}\underline{I}_{a} = \underline{U}_{H} + \underline{U}_{B}, \qquad (12)$$

где  $\underline{E}_a$ ,  $\underline{I}_a$  – соответственно ЭДС и ток якоря;  $X_C$  – синхронное сопротивление;  $\underline{U}_B$  – падение напряжения на сопротивлении  $X_C$ .

Уравнению (12) соответствует векторная диаграмма и схема замещения, приведенные на рис. 20.

Таблица 5. Перечень формул для расчета характеристик СД

Наименование	Аналитическое выражения					
показателя	в относительных единицах					
Ток	$\beta = \sqrt{1 + k^2 + 2k\cos\theta}$					
Частота вращения	v = 1					
Момент	$\mu = \frac{\beta^2}{\beta_{90^0}} \cdot \frac{R_3^*}{R_{390^\circ}^*} = \sin \theta$					
Мощность выхода	$p_2 = \mu v = \sin \theta$					
Потребляемая мощность	$p_1 = \mu v = \sin \theta_X$					
К.п.д	$\eta = \frac{p_2}{p_1}$					
Коффиц. мощности	$\cos \varphi_1 = \frac{R_{\mathcal{Y}}^*}{Z_{\mathcal{Y}}^*}$					

Показатели	Числовые значения									
θ,град.	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
β	0	0,174	0,347	0,52	0,684	0,845	1,0	1,147	1,285	1,414
ф ,град.	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45
$Z_{\mathfrak{Z}}^*$	$\infty$	5,747	2,88	1,92	1,46	1,183	1,0	0,87	0,778	0,704
$R^*_{\mathcal{F}}$	x	5,747	2,87	1,89	1,41	1,11	0,9	0,753	0,55	0,54
$X_{\mathfrak{Z}}^*$	0	0	0,251	0,33	0,98	0,404	0,42	0,435	0,446	0,45
μ	0	0,161	0,341	0,47	0,01	0,79	0,83	0,917	0,978	1
<i>p</i> <sub>2</sub>	0	0,161	0,341	0,47	0,01	0,79	0,83	0,917	0,978	1
$p_1$	0,026	0,19	0,378	0,521	0,68	0,88	0,929	1,065	1,152	1,21
η	0	0,84	0,9	0,9	0,897	0,88	0,87	0,86	0,85	0,83
$\cos \phi_1$	1	1	0,99	0,98	0,966	0,94	0,9	0,87	0,82	0,767

Таблица 6. Результаты расчета параметров и показателей работы СД



Рис. 18. Семейство угловых характеристик



Рис. 19. Семейство рабочих характеристик



Рис. 20. Схемы включения и замещения СГ с его векторной диаграммой

Если к заштрихованному на векторной диаграмме треугольнику ОАВ применить теорему косинусов. то получим соотношение:

$$E_a^2 = U_H^2 + U_B^2 + 2U_H U_B \cos \varphi.$$

Переход к относительным значениям путем деления всех слагаемых на  $E_a^2$  даст квадратное уравнение:

$$\gamma^2 + 2\gamma\beta\cos\varphi + \beta^2 - 1 + 0$$
,

решение которого относительно *ү* приведет к аналитическому выражению внешней характеристики следующего вида:

$$\gamma = -\beta \pm \sqrt{1 - \beta^3 \sin^2 \phi} \; .$$

Ее графическое изображение (см. рис. 21) представляет совокупность симметричных выпуклых кривых относительно перпендикуляра ДС к прямой, проходящей через единичные значения γ и β, т. е. идентичных семейству внешних характеристик активного двухполюсника.

Аналитическое исследование характеристики к.п.д. выполнено по изложенной выше методике. Ее графическое изображение дано на рис. 22.



Рис. 21. Семейство внешних характеристик СГ



Рис. 22. Семейство характеристик к.п.д. СГ

# выводы

1. Схемы замещения с электрическим эквивалентом механической мощности могут быть составлены для электрических двигателей всех типов, что унифицирует методику исследования их поведения в полном соответствии с принципами системности и преемственности.

 Полученные схемы позволяют построить вывод аналитических соотношений для основних характеристик двигателей и генераторов по единому алгоритму, причем в простом и компактном виде.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Китаев А. В. Анализ работы асинхронного двигателя по данным каталога / А. В. Китаев, В. И. Глухова // Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы. – 2003. – № 1 (11). – С. 40–49.
- Важнов А. И. Электрические машины / А. И. Важнов. Л. : Энергия, 1968. 768 с.
- Вольдек А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – Л. : Энергия, 1974. – 840 с.
- Костенко М. П. Электрические машины. Часть 1. / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. – Л. : Энергия, 1972. – 544 с.
- Костенко М. П. Электрические машины. Часть 2. / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. – Л. : Энергия, 1973. – 648 с.
- 6. Петров Г. Н. Электрические машины. Часть 1. /Г. Н. Петров. М.-Л. : ГЭИ, 1956. 135 с.
- Петров Г. Н. Электрические машины. Часть 2. /Г.Н. Петров. – М.-Л.: ГЭИ, 1963. – 416 с.
- Петров Г. Н. Электрические машины. Часть 3. /Г. Н. Петров. – М.-Л. : ГЭИ, 1968. – 244 с.

Стаття надійшла до редакції 21.03.2013. Після доробки 01.07.2013.

Китаєв О. В.<sup>1</sup>, Агбомассу В. Л.<sup>2</sup>, Глухова В. І.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, професор, Херсонський національний технічний університет, Україна

<sup>2</sup>Магістр технічних наук, інженер першої категорій, Херсонський національний технічний університет, Україна <sup>3</sup>Старший викладач, Херсонський національний технічний університет, Україна

#### СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН

Встановлено, що для електричних машин будь-якого типу можуть бути складені схеми заміщення аналогічні схемам заміщення двополюсника. Тим самим досягнута уніфікація їх дослідження у відповідності з принципами системності та прийнятності. Забезпечена оперативність та простота виведення аналітичних співвідношень основних характеристик з записом в компактному вигляді

*Ключові слова*: електричні машини, генератори, двигуни, схема заміщення, моментні, механічні та робочі характеристики.

Kitaev A.<sup>1</sup>, Agbomassou V.<sup>2</sup>, Glukhova V.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ph.D., professor, Kherson National Technical University, Ukraine

<sup>2</sup>Master of Engineering Sciences, the first engineer categories, Kherson National Technical University, Ukraine <sup>3</sup>Senior Lecturer, Kherson National Technical University, Ukraine

# SCHEMES OF ELECTRIC MACHINES REPLACEMENT

The article contains the equivalent circuits for direct current generators and motors, and also for synchronous machines. At a stage of initial knowledge and the analysis of electrical machines behavior they are so effective and useful, as well as equivalent circuits of transformers and asynchronous electrical machines. It is reached on the basis of the appendix of positions EET (multi-terminal networks, the Thevenin's theorem, a method of mirror images, etc.) to the

theory of electrical machines. Thereby the link providing research of all types of electrical machines by a uniform technique on the basis of principles of system and continuity is created that is important at construction of educational process.

**Keywords:** electrical machines, generators, engines, equivalent circuit, moment, mechanical and operating characteristics.

## REFERENCES

- Kitaev A. V., Gluxova V. I. Analiz paboty' asinxponnogo dvigatelja po danny' kataloga, Avtomatika, avtomatizacziya, E'lektrotexnicheskie kompleksy' u sistemy', No. 1 (11), pp. 40–49.
- Vazhnov A. I. E'lektricheskie mashiny'. Leningrad, E'nergiya, 1968, 768 p.
- Voldek A. I. E'lektricheskie mashiny'. Leningrad, E'nergiya, 1974, 840 p.
- Kostenko M. P., Piotrovskij L. M. E'lektricheskie mashiny' Chast'1. Kostenko, Leningrad, E'nergiya, 1972, 544 p.
- Kostenko M. P., Piotrovskij L. M. E'lektricheskie mashiny'Chast"2, Leningrad, E'nergiya, 1973, 648 p.
- 6. Petrov G. N. E'lektricheskie mashiny' Chast'1. Moscow-Leningrad, GE'I, 1956, 135 p.
- 7. Petrov G. N. E'lektricheskie mashiny' Chast'2. Moscow-Leningrad, GE'I. 1963, 416 p.
- 8. Petrov G.N. E'lektricheskie mashiny' Chast'3. Moscow-Leningrad, GE'I. 1968, 244 p.

УДК 621.365.32

## Ярымбаш Д. С.<sup>1</sup>, Олейников А. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорожский национальный технический университет, Украина, E-mail: yarymbash@gmail.com <sup>2</sup>Д-р техн. наук, профессор, Севастопольский национальный технический университет, Украина

# АНАЛИЗ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ КОНСТРУКЦИИ ТОРЦЕВЫХ СОЕДИНЕНИЙ БОКОВЫХ ШИННЫХ ПАКЕТОВ И ТОКОПОДВОДОВ ПЕЧЕЙ ГРАФИТАЦИИ

Предлагается методика оценки электрических параметров шинных соединений токоподводов печи графитации с боковыми шинными пакетами на основе сопряженных пространственных математических моделей электромагнитных и электротепловых процессов. При численном моделировании обеспечивается высокая точность и вычислительная эффективность расчетов путем дифференциации плотности конечных элементов в расчетной области, которая повышается в зонах концентрации магнитного поля. Выполняется анализ энергоэффективности конструктивных исполнений торцевых шинных систем печей графитации переменного тока и предлагаются технические решения для снижения массы, активных потерь и реактивной мощности.

**Ключевые слова:** печь графитации, токоподвод, шинные пакеты, идентификация, электрические параметры, электромагнитные и электротепловые процессы, вычислительная эффективность, критерии равной загруженности, снижение массы активных материалов.

Ликвидность и конкурентоспособность отечественной электродной продукции на мировом и внутреннем рынках определяется ее качеством и себестоимостью. Наиболее продолжительным (2-3 суток) и энергоемким (до 4-8 MBt<sup>‡</sup>ч на тонну продукции) в технологическом цикле электродного производства является процесс графитации. Широкое распространение получили электротехнические комплексы графитации большой мощности (ЭТКГ) с печами Ачесона, которые являются печами сопротивления прямого действия. Установленная мощность этих печей в секциях современных ЭТКГ переменного тока достигает 64-100 МВт [1]. Высокая энергоемкость электродной промышленности и установившаяся тенденция роста тарифов на энергоресурсы требует поиска новых путей повышения энергоэффективности, в том числе ЭТКГ.

На уровень энергоэффективности ЭТКГ существенное влияние оказывает конструктивное исполнение короткой сети (КС), электрические потери в которой могут достигать 50 % активной мощности графитации. Они определяются потерями в боковых шинных пакетах (БШП) – 8,9 %, торцевых шинных системах (ТШС) и токоподводах – 38,7 % [2]. Поэтому задача поиска энергоэффективных конструктивных решений для сложных взаимосвязанных пространственных многокомпонентных шинных систем КС является актуальной в научном и в практическом плане.

При проектировании шинных систем КС широкое применение получили эмпирические соотношения, методы теории электрических цепей [3] и среднегеометрических расстояний [4], которые обладают алгоритмической простотой, не требуют значительных вычислитель-

© Ярымбаш Д. С., Олейников А. М., 2013