

## УТОЧНЮЮЧИЙ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ВІДНОСНИХ МАГНІТНИХ ПРОНИКНОСТЕЙ АНІЗОТРОПНИХ ХОЛОДНОКАТАНИХ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СТАЛЕЙ

- ДІВЧУК Т.Є.** старший викладач кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: DIV2009@i.ua;
- ЯРИМБАШ Д.С.** д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: yarymbash@gmail.com;
- ЯРИМБАШ С.Т.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: kstj06@gmail.com;
- КИЛИМНИК І.М.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: dnukim76@gmail.com;
- КОЦУР М.І.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електричних та електронних апаратів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: kotsur8@gmail.com;
- БЕЗВЕРХНЯ Ю.С.** аспірант кафедри електричних та електронних апаратів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна, e-mail: juliaeee@ukr.net.

**Мета роботи.** Розробити ефективний підхід до визначення математичних функціональних співвідношень для високоточного опису нелінійних залежностей відносної магнітної проникності від індукції магнітного поля із врахуванням анізотропії сучасних марок холоднокатаних електротехнічних сталей, що застосовуються у виробництві нових серій силових трансформаторів.

**Методи дослідження.** Дослідження проводилися із застосуванням методів інтерполяції, апроксимації, регресійного аналізу, математичної фізики, теорії електромагнітного поля.

**Отримані результати.** Проведені дослідження методів функціонального представлення нелінійних характеристик намагнічування феромагнітних матеріалів, у тому числі, холоднокатаних анізотропних електротехнічних сталей. Запропонований уточнюючий підхід до збільшення розмірності вихідних даних на основі методу сплайн-інтерполяції на базисі поліномів Ерміта для цифрованих даних характеристик намагнічування, що виключає збільшення похибок визначення відносних магнітних проникностей на ділянках між вузловими значеннями магнітної індукції. Для математичного опису залежностей відносної магнітної проникності від індукції магнітного поля розроблений спеціальний функціональний базис із функціями Гауса і додатковими функціями похибок, що забезпечує безперервність похідних різних порядків при фіксованих значень кутів між напрямом прокатування анізотропної електротехнічної сталі та магнітного потоку. Застосовано метод нелінійної регресії у структурі вбудованих функцій прикладного пакету MathCAD для високоточного визначення векторів коефіцієнтів регресії у функціональних описах відносних магнітних проникностей. Шляхом верифікації і валідації результатів уточнюючої нелінійної регресії із даними розрахунків за узагальненою методикою та з експериментальними даними доводиться істотне зменшення відносних похибок, що не перевищують 1,62% при фіксованих значень кутів між напрямом прокатування анізотропної електротехнічної сталі та магнітного потоку. Застосування нових рівнянь регресії істотно покращує умови для польового моделювання електромагнітних полів у режимі неробочого ходу силового трансформатора в структурі засобів Comsol Multiphysics, забезпечуючи стійкість ітераційних обчислювальних процесів.

**Наукова новизна.** Реалізований новий підхід до збільшення розмірності вхідних масивів на основі сплайн-інтерполяції масивів цифрованих даних характеристик намагнічування для фіксованих значень кутів між напрямом прокатування електротехнічної сталі і магнітного потоку. Для рівнянь нелінійної регресії розроблений новий функціональний базис із функціями Гауса та додатковими функціями похибок для математичних описів із безперервними похідними для залежностей відносних магнітних проникностей анізотропних холоднокатаних електротехнічних сталей від індукції магнітного поля із високою точністю в інтервалі зміни кутів між напрямом прокатування та магнітного потоку від  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

**Практична цінність.** Запропоновані у роботі підходи і методики для базису функцій Гауса і додаткових функцій похибок дозволяють істотно підвищити точність визначення нелінійних характеристик анізотропних електротехнічних сталей і зменшити відносні похибки до 1,62% при зміні кутів між напрямками прокатування та магнітного потоку від  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

**Ключові слова:** характеристики намагнічування; анізотропія; відносна магнітна проникність, сплайн-інтерполяція, функціональний базис, метод нелінійної регресії, електромагнітне поле

## I. ВСТУП

Комплексне вирішення питання енергоефективності та енергоощадності при транспортуванні і розподілі електричної енергії потребує створення нових типів трансформаторного обладнання із покращеними параметрами і характеристиками, насамперед, параметрами неробочого ходу. До параметрів неробочого ходу відносять втрати і струм неробочого ходу, що визначаються як паспортні дані на етапі конструкторської підготовки виробництва а також під час випробувань силових трансформаторів [1], [2].

Підвищення точності проектування обумовлює застосування нових удосконалених підходів, що базуються на даних дослідження електромагнітних процесів у силових трансформаторах засобами математичного моделювання із застосуванням спеціалізованого програмного забезпечення і високоресурсної обчислювальної техніки [3]–[6]. Найбільше розповсюдження для польового моделювання електромагнітних полів у силових трансформаторах отримали сучасні спеціалізовані пакети комп'ютерних програм: Ansys [8], Comsol Multiphysics [7], Femm [9] та інші. Для чисельного моделювання у структурі засобів усіх зазначених програм необхідно визначити вихідний функціональний вигляд залежностей відносної магнітної проникності анізотропної холоднокатаної електротехнічної сталі від модуля індукції магнітного поля і кутів між напрямками магнітного потоку і прокатування. Саме точність такого визначення буде впливати на точність розрахунків параметрів неробочого ходу трансформаторного обладнання. Тому розробка високоточних математичних описів нелінійних залежностей для магнітних властивостей анізотропних рулонних електротехнічних сталей визначається, як актуальна задача для теоретичної електромеханіки і для практики конструкторської підготовки виробництва нових серій силових трансформаторів.

## II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Експериментальні нелінійні магнітні властивості для анізотропних електротехнічних сталей, як правило, наводять у графічній формі у вигляді кривих намагнічування (Рис.1) [10]:

$$\begin{cases} H = H(B)_{\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ}; \\ B = B(H)_{\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ} \end{cases} \quad (1)$$

де  $H, B$  – модулі векторів напруженості та індукції магнітного поля,  $\{\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$  –

кути між напрямками магнітного потоку і прокатування.

Для математичного представлення нелінійних залежностей характеристик намагнічування (1) було реалізовано багато підходів із функціями різних видів [11]–[13], а саме: дрібно-лінійними, експоненціальними і логарифмічними функціями, гіперболічними функціями і функціями з арктангенсами, поліноміальними і степеневими функціями з експоненціальними поправками, функціями з рядами Фур'є, кусково-лінійними та кусково-поліноміальними функціями. Значна кількість даних підходів і різних видів функцій пов'язана із прагненням до підвищення точності математичних описів на характерних ділянках кривих намагнічування відповідних марок феромагнітних матеріалів і електротехнічних сталей за відсутності потреби їх узагальнення.

Питання узагальнення математичних описів кривих намагнічування були розроблені у роботах відомих авторів [14], [15]. Це вимагає, з однієї сторони, представлення кривих намагнічування у вигляді добутку виду:

$$B = \mu_o \cdot \mu(H) \cdot H, \quad (2)$$

а, з іншої сторони, унормування залежності

$$\mu = \mu(H) \quad (3)$$

із перетворенням до безрозмірного виду:

$$\mu_* = \mu_*(H_*) \quad (4)$$

з нормуючими співвідношеннями:

$$\mu_* = \frac{\mu}{\mu_{max}}; H_* = \frac{H}{H_{norm}}. \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} \mu_{max} &= \max[\mu(H)]_{0 \leq H < \infty}; \\ \mu(H_{norm}) &= \mu_{max} \end{aligned} \quad (6)$$

Проте розглянуті вище окремі [12], [13] та узагальнюючі підходи (2) – (6) [14], [15] до математичного представлення нелінійних залежностей магнітних властивостей анізотропних електротехнічних сталей (1) не повною мірою відповідають вимогам польового моделювання змінних у часі процесів електромагнітного перетворення енергії у магнітних системах силових трансформаторів. Це зумовлено особливостями алгоритмів та чисельної реалізації МСЕ, що реалізується у ПЗ, наприклад, Comsol Multiphysics, для мате-

матичної моделі магнітних властивостей у вигляді [8]:

$$H = B / \mu_o \cdot \mu(B) \quad (7)$$

В окремому випадку представлення відносної магнітної проникності анізотропної холоднокатаної електротехнічної сталі за обґрунтованих у роботі [14] спрощень тензор магнітної проникності може мати вигляд:

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_x(B) & 1 & 1 \\ 1 & \mu_y(B) & 1 \\ 1 & 1 & \mu_z(B) \end{pmatrix} \quad (8)$$

а його компоненти визначаються умовними співвідношеннями виду [16 – 18]:

$$\mu_x(B) \cup \mu_y(B) \cup \mu_z(B) = \mu(B)_{\alpha=0} \cup \mu(B)_{\alpha=90}$$

Таким чином, вимоги до точності польового моделювання визначають потребу у високоточних математичних описах нелінійних залежностей відносної магнітної проникності від індукції магнітного поля  $B$  для відповідних ділянок магнітної системи силового трансформатора

### III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є розробка ефективного підходу до визначення математичних функціональних співвідношень для високоточного опису нелінійних залежностей відносної магнітної проникності від індукції магнітного поля із врахуванням анізотропії сучасних марок холоднокатаних електротехнічних сталей, що застосовуються у виробництві нових серій силових трансформаторів.

### IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

У разі представлення ділянок анізотропних феромагнітних матеріалів ізотропними середовищами із нелінійними властивостями (1) необхідно визначити вектор функцій залежності відносної магнітної проникності від індукції магнітного поля [18]

$$\mu = \left\{ \begin{matrix} \mu_{0^0}(B), \mu_{15^0}(B), \mu_{30^0}(B), \\ \mu_{45^0}(B), \mu_{60^0}(B), \mu_{90^0}(B) \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

компоненти якого мають відповідати компонентам вектора кутів між напрямками індукції і напрямком прокатування для експериментальних кривих намагнічування електротехнічної сталі (Рис. 1) [10]:

$$\alpha = (0^0, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0) \quad (10)$$

Для зменшення впливу суб'єктивних факторів у перетворенні графічних форм нелінійних кривих намагнічування [10] до цифрових масивів даних застосовується спеціалізована програма Graph2Digit із статусом freeware [19].

Для компонентів вектору функцій (9) і вектору

значень кутів (10) з кривими намагнічування (Рис. 1) необхідно поставити у відповідність парно зв'язані один з одним масиви дискретних значень напруженості та індукції магнітного поля:

$$\begin{aligned} & \{H_{0^0,i}\}(B_{0^0,i}), \{H_{15^0,i}\}(B_{15^0,i}); \\ & \{H_{30^0,i}\}(B_{30^0,i}), \{H_{45^0,i}\}(B_{45^0,i}); \\ & \{H_{60^0,i}\}(B_{60^0,i}), \{H_{90^0,i}\}(B_{90^0,i}), \end{aligned}$$

а також отримати комбінації масивів значень відносної магнітної проникності, що зв'язані з масивами значень магнітної індукції:

$$\begin{aligned} & \{B_{0^0,i}\}(\mu_{0^0,i}), \{B_{15^0,i}\}(\mu_{15^0,i}); \\ & \{B_{30^0,i}\}(\mu_{30^0,i}), \{B_{45^0,i}\}(\mu_{45^0,i}); \\ & \{B_{60^0,i}\}(\mu_{60^0,i}), \{B_{90^0,i}\}(\mu_{90^0,i}); \\ & \{\mu_{j,i}\} = \{B_{j,i} / \mu_o \cdot H_{j,i}\} \end{aligned} \quad (11)$$

де індекс  $j$  відповідає компонентам вектора кутів (10), а індексом  $i$  позначається номер дискретного значення у масивах даних для відносних магнітних проникностей та індукцій.

Під час оцифрування графіків кривих намагнічування виникають похибки, які можуть істотно збільшуватися із збільшенням числа вузлових точок тому, що відстань між ними стає співрозмірною із товщиною кривих на графіках (Рис. 1). Для компенсування впливу зазначених факторів доцільно істотно зменшити кількість вузлових точок оцифрування і застосувати методи сплайн-інтерполяції, сплайн-апроксимації для збільшення розмірності масивів з цифровими даними (11) [20]–[22].

Для кожного інтервалу між дискретними значеннями індукції магнітного поля для функцій інтерполяції даних (11) необхідно здійснити унормування виду:

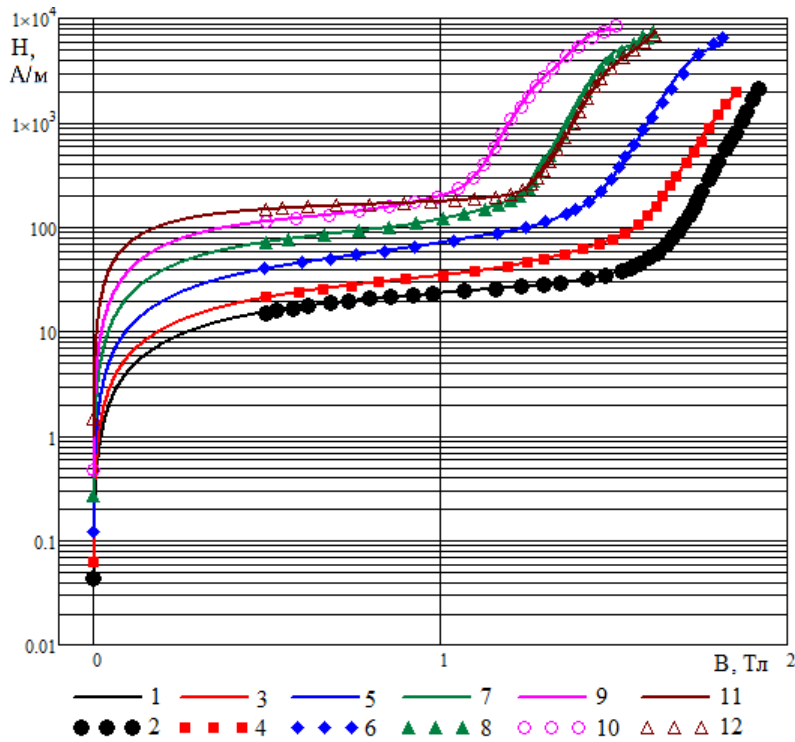
$$\beta = \frac{B - B_{j,i}}{B_{j,i+1} - B_{j,i}}, B_{j,i} \leq B \leq B_{j,i+1}, 0 \leq \beta \leq 1.$$

Тоді функції інтерполяції кубічними сплайнами для кожної пари зв'язаних масивів даних з (11) можна об'єднати у систему:

$$\begin{cases} f_{\mu}(\beta)_j = v_0(\beta)\mu_j(B_{j,i}) + v_1(\beta)\mu_j(B_{j,i+1}) + \\ + \gamma_{j,i}v_2(\beta)(B_{j,i+1} - B_{j,i}) + \\ + \gamma_{j,i+1}v_3(\beta)(B_{j,i+1} - B_{j,i}) \end{cases}, \quad (12)$$

де базисні поліноми Ерміта третього ступеня мають вид [23]:

$$\begin{cases} v_0(\beta) = (2\beta + 1) \cdot (1 - \beta^2), v_1(\beta) = (3 - 2\beta) \cdot \beta^2, \\ v_2(\beta) = \beta \cdot (1 - \beta)^2, v_3(\beta) = (\beta - 1) \cdot \beta^2, \end{cases} \quad (13)$$



1 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 0°); 2 – цифрові дані (кут 0°); 3 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 15°); 4 – цифрові дані (кут 15°); 6 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 30°); 6 – цифрові дані (кут 30°); 7 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 45°); 8 – цифрові дані (кут 45°); 9 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 60°); 10 – цифрові дані (кут 60°); 11 – кубічна сплайн-інтерполяція (кут 90°); 12 – цифрові дані (кут 90°)

**Рисунок 1.** Характеристики намагнічування анізотропної холоднокатаної електротехнічної сталі 3408 [9]

Для загального формулювання задачі інтерполяції [23]:

$$\left\{ \mu_j^{int}(B_{j,i}, \Gamma_j) = \mu_{j,i} \right. \quad (14)$$

необхідно визначити невідомі компоненти вектора  $\{\Gamma_j = (\gamma_{j,0}, \gamma_{j,1}, \dots, \gamma_{j,n})\}$ , що забезпечують мінімальну кривизну функцій інтерполяції (12) на ділянках між вузловими точками у зв'язаних парах масивів (11) і задовольняють умовам мінімізації функціоналів [24]:

$$\left\{ \min \left[ \max_{(B_{j,i})} \left[ \frac{d^2(\mu_j^{int}(B, \Gamma_j))}{dB^2} \right]^2 \right] \right\} dB \quad (15)$$

Розв'язання задачі (14), (15) дозволяє поставити вектор функцій інтерполяції у відповідність вектору функцій (9) для масивів цифрованих даних (10), (11):

$$\mu^{int} = \left\{ \begin{matrix} \mu_{0^0}^{int}(B, \Gamma_{0^0}), \mu_{15^0}^{int}(B, \Gamma_{15^0}), \mu_{30^0}^{int}(B, \Gamma_{30^0}), \\ \mu_{45^0}^{int}(B, \Gamma_{45^0}), \mu_{60^0}^{int}(B, \Gamma_{60^0}), \mu_{90^0}^{int}(B, \Gamma_{90^0}) \end{matrix} \right\} \quad (16)$$

Метод кубічної сплайн-інтерполяції дозволив запобігти, з однієї сторони, «розхитуванню» функцій інтерполяції між вузловими точками [23], а, з іншої сторони, отримати функції інтерполяції із безпервними похідними  $d(\mu^{int})/dB$ . Тому метод кубічної сплайн-інтерполяції (14), (15) дозволяє без зростання похибок істотно збільшити розмірність масивів цифрованих даних

$$N = \dim(\tilde{B}_j) \gg \max \left\{ \begin{matrix} \dim(B_{0^0,i}), \dim(B_{15^0,i}), \dim(B_{30^0,i}), \\ \dim(B_{45^0,i}), \dim(B_{60^0,i}), \dim(B_{90^0,i}) \end{matrix} \right\}$$

і забезпечити однакову розмірність масивів вхідних даних для кожного значення кута між вектором індукції магнітного поля і напрямом прокатування анізотропної електротехнічної сталі (10):

$$\left\{ \begin{matrix} \Delta B_j = \frac{\max(B_{j,i}) - \min(B_{j,i})}{N}, \\ \tilde{B}_{j,k} = \min(B_{j,i}) + k \cdot \Delta B_j, \\ \mu_{j,k} = \mu_j^{int}(\tilde{B}_{j,k}, \Gamma_j), \\ j \in (0^0, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 90^0) \end{matrix} \right. \quad (17)$$

Вектор функцій апроксимації масивів цифрованих даних (17) будується на базисі функцій Гауса від аргументу  $B^2$  і додаткових функцій похибок [24] від аргументів  $(B^2, B)$ . Тоді компоненти вектора функцій (9) будуть представлені у вигляді:

$$\begin{cases} \mu_j^{apr}(B) = \\ = \sum_{m=1}^3 G_{m,1}^j \cdot \exp\left[-G_{m,2}^j \cdot (B^2 - G_{m,3}^j)^2\right] + \\ + A_{j,0} + A_{j,1} \cdot \operatorname{erfc}(A_{j,2} \cdot B^2 - A_{j,3}) + \\ + A_{j,4} \cdot \operatorname{erfc}(A_{j,5} \cdot B - A_{j,6}) \end{cases} \quad (18)$$

Знаходження коефіцієнтів регресії у співвідношеннях (18) для цифрованих даних у масивах (17) здійснюється у структурі засобів MathCAD із застосуванням методів і вбудованої функції нелінійної регресії *genfit* [8], [25]. Точність рівнянь нелінійної регресії (18) визначається шляхом порівняння максимальних відносних похибок для системи функцій:

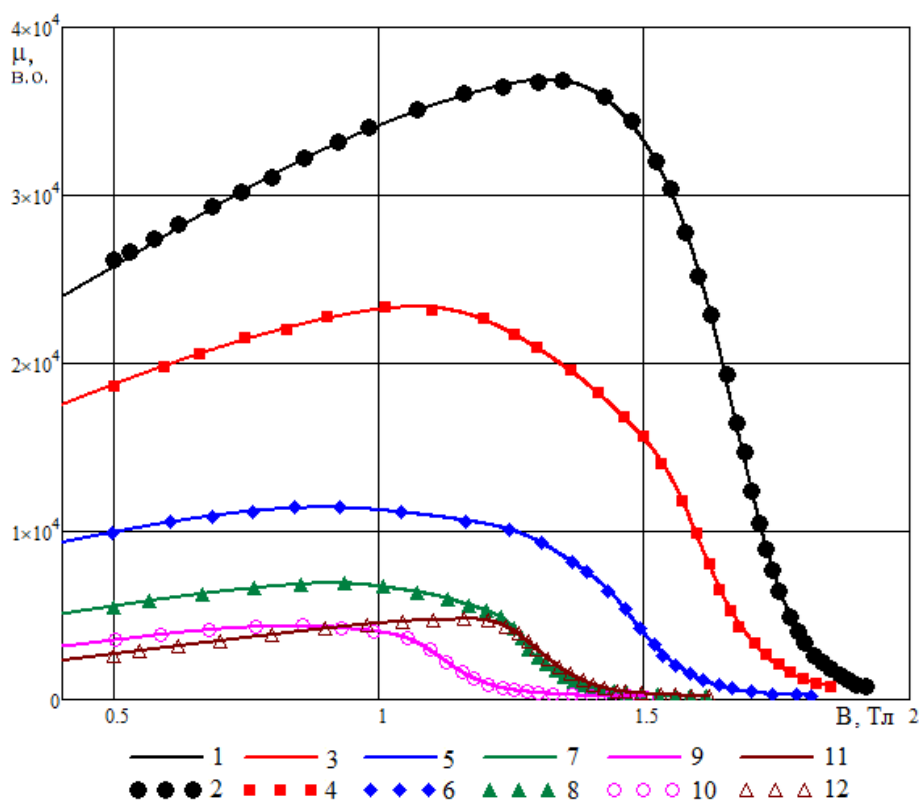
$$\left\{ \max \left( \left| \frac{\mu_j^{apr}(B_{j,i}) - \mu_{j,i}}{\max(\mu_{j,i})} \right| \cdot 100 \right) \right. \quad (19)$$

для масивів цифрованих даних (11), а також для даних розрахунків за узагальненою методикою [15].

За узагальненою методикою [15] похибка розрахунків відносної магнітної проникності для анізотропної електротехнічної сталі 3408 поступово збільшується від 5,4% до 15% при збільшенні кута між напрямками магнітного потоку і прокатування від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  (Табл. 1).

Похибка уточненої нелінійної регресії (19) є значно меншою і належить інтервалу 0,612...1,62%. Це забезпечує високий рівень збігу розрахункових даних для рівнянь нелінійної регресії (19) з вихідними цифрованими даними (11) (рис.2).

Додатковою перевагою уточненої нелінійної регресії із спеціальним базисом функцій (18) є відсутність точок розривів у похідних, що істотно покращує умови числової реалізації для польового моделювання у структурі засобів Comsol Multiphysics [15].



1 – уточнена нелінійна регресія (кут  $0^\circ$ ); 2 – цифрові дані (кут  $0^\circ$ ); 3 – уточнена нелінійна регресія (кут  $15^\circ$ ); 4 – цифрові дані (кут  $15^\circ$ ); 5 – уточнена нелінійна регресія (кут  $30^\circ$ ); 6 – цифрові дані (кут  $30^\circ$ ); 7 – уточнена нелінійна регресія (кут  $45^\circ$ ); 8 – цифрові дані (кут  $45^\circ$ ); 9 – уточнена нелінійна регресія (кут  $60^\circ$ ); 10 – цифрові дані (кут  $60^\circ$ ); 11 – уточнена нелінійна регресія (кут  $90^\circ$ ); 12 – цифрові дані (кут  $90^\circ$ )

**Рисунок 2.** Валідація даних уточненої нелінійної регресії для відносної магнітної проникності анізотропної холоднокатаної електротехнічної сталі 3408

**Таблиця 1.** Порівняння точності розрахунків відносної магнітної проникності анізотропної електротехнічної сталі 3408

Значення кутів між напрямками прокатування і магнітного потоку на ділянках магнітної системи	Максимальна відносна похибка	
	Для узагальненої методики [8]	Для уточненої нелінійної регресії (18)
0°	1.619%	5.372%
15°	0.944%	7.390%
30°	0.637%	8.230%
45°	0.593%	11.082%
60°	0.939%	12.203%
90°	0.723%	15.008%

## V. ВИСНОВКИ

На основі методу кубічної сплайн-інтерполяції розроблена методика збільшення розмірності цифрованих даних для характеристик намагнічування анізотропних холоднокатаних електротехнічних сталей, що виключає «розхитування» значень відносної магнітної проникності на ділянках між цифрованими даними і підвищує точність визначення коефіцієнтів регресії.

Для математичного опису із нерозривними похідними нелінійних залежностей відносної магнітної проникності анізотропної холоднокатаної електротехнічної сталі запропоновано спеціальний базис на основі лінійних комбінацій функцій Гауса і додаткових функцій похибок.

Уточнена методика математичного опису нелінійних залежностей відносної магнітної проникності на основі методу нелінійної регресії із спеціальним базисом функцій Гауса і додаткових функцій похибок дозволяє зменшити до 1,62% похибки розрахунків для всього інтервалу зміни магнітних індукцій і кутів між напрямками прокатування і магнітного потоку на ділянках магнітної системи трансформатора.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] Тихомиров, П. М. Расчет трансформаторов [Текст] / П. М. Тихомиров. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.
- [2] Kulkarni, S.V. Transformer Engineering: Design and Practice [Text] / S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde. – New York: Marcel Dekker, 2004. – 478 p.
- [3] Tang, Q. Magnetic flux distribution in power transformer core with mitred joints [Text] / Q. Tang, Sh. Guo, Zh. Wang // Journal of Applied Physics – 2015. – Vol. 117, Iss. 17, – P. 17D522-1–17D522-4. DOI: 10.1063/1.4919119.
- [4] Rashtchi, V. Parameter identification of transformer detailed model based on chaos optimisation algorithm [Text] / V. Rashtchi, E. Rahimpour, E. M. Rezapour // IET Electric Power Applications – 2011.

– Vol 5, No. 2. – P. 238–246. DOI: 10.1049/iet-epa.2010.0147.

- [5] Пайков, И. А. Анализ моделей для электромагнитного расчета силовых трансформаторов [Текст] / И. А. Пайков, А. И. Тихонов // Вестник ИГЭУ – 2015. – №3. – С. 38-43.
- [6] Jazebi, S. Dual Reversible Transformer Model for the Calculation of Low-Frequency Transients [Text] / S. Jazebi, F. de León, A. Farazmand, D. Deswal // IEEE Transactions on Power Delivery – 2013. – Vol. 28, No. 4. – P. 2509–2517. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2268857.
- [7] Буль, О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS Учебное пособие для студентов вузов [Текст] / О. Б. Буль М.: Академия, 2006. – 288с.
- [8] Бутарев, И. Ю. Comsol multiphysics: Моделирование электромеханических устройств [Текст] / И. Ю. Бутарев, Л. А. Потапов. Брянск: Издательство Брянского государственного технического университета, 2011. – 113 с. – ISBN 978-5-89838-520-0
- [9] Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM [Текст] / О.Б. Буль. – М.: Академия, 2005. – 336 с. – ISBN 5-7695-2064-7.
- [10] Молотилов, Б. В. Холоднокатаные электротехнические стали [Текст] / Б. В. Молотилов; Б.Г. Лившиц. – Москва: Металлургия, 1989. – 167 с.
- [11] Демиденко, Е.З. Линейная и нелинейная регрессия [Текст] / Е.З. Демиденко. – М: Финансы и статистика, 1981, 304 с.
- [12] Король, Е.Г. Анализ методов моделирования магнитных характеристик электромагнитов для компенсации магнитного поля электрооборудования [Текст] / Е. Г. Король // Електротехніка і Електромеханіка. – 2007. – №2. – с. 31-34.
- [13] Бессонов, Л. А. Электрические цепи со сталью [Текст] / Л. А. Бессонов. – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 344 с.
- [14] Демирчан, К.С. Моделирование магнитных полей [Текст] / К.С. Демирчан. - Ленинград.: Энергия, 1974. – 288 с.
- [15] Пентегов, И.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей [Текст] / И.В. Пентегов, А.В. Красножон. – Електротехніка і електромеханіка. – 2006. – №1. – С. 66-70.
- [16] Яримбаш Д. С. Особенности визначення параметрів короткого замикання силових трансформаторів засобами польового моделювання [Текст] / Д. С. Яримбаш, С. Т. Яримбаш, Т. Є. Дівчук, І. М. Килимник // Електротехніка та електроенергетика – 2016. – № 1. – С. 12-17. DOI: 10.15588/1607-6761-2016-1-2
- [17] Яримбаш Д. С. Особенности розподілення магнітних потоків у режимі неробочого ходу силових трансформаторів [Текст] / Д. С. Яримбаш, С. Т. Яримбаш, Т. Є. Дівчук, І. М. Килимник // Елек-

- ротехніка та електроенергетика – 2016. – № 2. – С. 5-12. DOI: 10.15588/1607-6761-2016-2-1.
- [18] Дивчук, Т. Е. Подход к определению токов холостого хода силовых трехфазных трансформаторов с плоскими стержневыми магнитными системами / Т. Э. Дивчук, Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник, И. М. Коцур, Ю. С. Безверхняя // Электротехника та електроенергетика. – 2017. – № 2. – С. 56-66. DOI: DOI: 10.15588/1607-6761-2017-2-6.
- [19] Graph2Digit: www.plsoft.su
- [20] Паньків, В.І. Апроксимація характеристик намагнічування трансформаторів струму [Текст] / В.І. Паньків, Є.М. Танкевич, М.М. Лутчин // Праці Інституту електродинаміки. – 2014. – Вип. 37. – с. 82-90.
- [21] В. Маляр, А. Апроксимація характеристик намагнічування електротехнічних сталей [Текст] / В. Маляр, А. Маляр, Д. Гречин // Теоретична електротехніка. – 2004. – Вип. 57. – С. 78-85.
- [22] Маляр, В.С. Апроксимація характеристик намагнічування електротехнічних сталей сплайнами другого порядку. [Текст] / В.С. Маляр, І.А. Добушовська // Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2010. – №671. – с. 67-72.
- [23] Жермен-Лакур, П. Математика и САПР: В 2-х кн. Кн. 1 Пер. с франц. [Текст] / П. Жермен-Лакур, П. Шенен, М. Коснар, И. Гардан, Ф. Робер, И. Робер, П. Витомски, П. Кастельжо. – М.: Мир, 1988. – 204 с., ISBN 5-03-000417-3, OCR.
- [24] Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1977. – 830 с.
- [25] Алгоритмізація та програмування. MathCAD Підручник. [Текст] / Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. – 364 с.
- [26] Ярымбаш Д. С. Особенности определения параметров схемы замещения асинхронного двигателя для режима короткого замыкания [Текст] / Д. С. Ярымбаш, М. И. Коцур, С. Т. Ярымбаш, И. М. Коцур // Электротехника и электроэнергетика – 2017. – № 1. – С. 24-30. DOI: 10.15588/1607-6761-2017-1-4.

Стаття надійшла до редакції 20.07.2018

## УТОЧНЯЮЩИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ АНИЗОТРОПНЫХ ХОЛОДНОКАТАНЫХ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СТАЛЕЙ

- ДИВЧУК Т.Е.** старший преподаватель кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина, e-mail: DIV2009@i.ua;
- ЯРЫМБАШ Д.С.** д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой электрических машин Запорожского национального университета, Запорожье, Украина, e-mail: yarymbash@gmail.com;
- ЯРЫМБАШ С.Т.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина, e-mail: kstj06@gmail.com;
- КИЛИМНИК И.М.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина, e-mail: dnukim76@gmail.com;
- КОЦУР М.И.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электрических и электронных аппаратов Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина, e-mail: kotsur8@gmail.com;
- БЕЗВЕРХНЯЯ Ю.С.** аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина e-mail: juliaeee@ukr.net.

**Цель работы.** Разработать эффективный подход для определения математических функциональных соотношений для высокоточного описания нелинейных зависимостей относительной магнитной проницаемости от индукции магнитного поля с учетом анизотропии современных марок холоднокатаных электротехнических сталей, которые применяются в производстве новых серий силовых трансформаторов.

**Методы исследования.** Исследования проводились с применением методов интерполяции, аппроксимации, регрессионного анализа, математической физики, теории электромагнитного поля.

**Полученные результаты.** Проведены исследования методов функционального представления нелинейных характеристик намагничивания ферромагнитных материалов, в том числе, холоднокатаных анизотропных электротехнических сталей. Предложен уточняющий подход к увеличению размерности исходных данных на

основе метода сплайн-интерполяции на базиси полиномов Эрмита для цифровых данных характеристик намагничивания, что исключает увеличение погрешностей определения относительных магнитных проницаемостей на участках между узловыми значениями магнитной индукции. Для математического описания зависимостей относительной магнитной проницаемости от индукции магнитного поля разработан специальный функциональный базис с функциями Гаусса и дополнительными функциями погрешностей, обеспечивающий непрерывность производных различных порядков при фиксированных значений углов между направлением прокатки анизотропной электротехнической стали и магнитного потока. Применен метод нелинейной регрессии в структуре встроенных функций прикладного пакета MathCAD для высокоточного определения векторов коэффициентов регрессии в функциональных описаниях относительных магнитных проницаемостей. Путем верификации и валидации результатов уточняющей нелинейной регрессии с данными расчетов по обобщенной методике и с экспериментальными данными получено существенное уменьшение относительных погрешностей, которая не превышает 1,62% при фиксированных значений углов между направлением прокатки анизотропной электротехнической стали и магнитного потока. Применение новых уравнений регрессии существенно улучшает условия для полевого моделирования электромагнитных полей в режиме холостого хода силового трансформатора в структуре средств Comsol Multiphysics, и обеспечивает устойчивость итерационных вычислительных процессов.

**Научна новизна.** Реализован новый подход к увеличению размерности входных массивов на основе сплайн-интерполяции массивов цифровых данных характеристик намагничивания для фиксированных значений углов между направлениями прокатки электротехнической стали и магнитного потока. Для уравнений нелинейной регрессии разработан новый функциональный базис с функциями Гаусса и дополнительными функциями погрешностей для математических описаний с непрерывными производными для зависимостей относительных магнитных проницаемостей анизотропных холоднокатаных электротехнических сталей от индукции магнитного поля с высокой точностью в интервале изменения углов между направлениями прокатки и магнитного потока от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

**Практическая ценность.** Предложенные в работе подходы и методики для базиса функций Гаусса и дополнительных функций погрешностей позволяют существенно повысить точность определения нелинейных характеристик анизотропных электротехнических сталей и уменьшить относительные погрешности до 1,62% при изменении углов между направлениями прокатки и магнитного потока от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

**Ключевые слова:** характеристики намагничивания; анизотропия; относительная магнитная проницаемость, сплайн-интерполяция, функциональный базис, метод нелинейной регрессии, электромагнитное поле.

## AN ADJUSTING APPROACH TO THE DETERMINATION OF THE PERMEABILITY FUNCTIONAL DEPENDENCIES OF ANISOTROPIC COLD-ROLLED ELECTROTECHNICAL STEELS

- DIVCHUK T.E. Senior Lecturer, Department of Electrical Machines, Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: DIV2009@i.ua;
- YARYMBASH D.S. Dr. Tech. Sci., Associate Professor, Head of the Department of Electrical Machines, Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: yarymbash@gmail.com;
- YARYMBASH S.T. PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Electrical Machines, Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: kstj06@gmail.com;
- KYLYMNYK I.M. PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of High Mathematics, Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: dnukim76@gmail.com;
- KOTSUR M.I. PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Electrical and Electronic Apparatuses, Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: kotsur8@gmail.com;
- BEZVERKHNIA Yu.S. Postgraduate student, Department of Electrical and Electronic Apparatus, Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: juliaeea@ukr.net.

**Purpose.** To develop an effective approach for the determination of mathematical functional relationships for the high-precision description of the nonlinear dependences of the permeability on the magnetic flux density, taking into



account the anisotropy of modern cold-rolled electrotechnical steel, which are used in the production of new series of power transformers.

**Methodology.** The researches were carried out using interpolation methods, approximation, regression analysis, mathematical physics, electromagnetic field theory.

**Findings.** The methods of functional conception of nonlinear characteristics of magnetization of ferromagnetic materials, including cold-rolled anisotropic electrotechnical steels, are researched. An adjustment approach is proposed to increase the dimension of the initial data, based on the spline interpolation method on the Hermite polynomial basis for the digital data of the magnetization characteristics. This excludes an increase of the errors in determining the permeabilities in the sections between the nodal values of the magnetic flux density. For a mathematical description of the dependences of the permeability on the magnetic flux density, a special functional basis with Gaussian functions and additional error functions has been developed, that ensures the continuity of derivatives of various orders at fixed angular values between the rolling direction of anisotropic electrical steel and magnetic flux. The method of nonlinear regression in the structure of function package of the Mathcad software for the high-precision determination of regression coefficient vectors in functional descriptions of permeabilities is applied. With the help of verification and validation of the results, which adjusting nonlinear regression with computational data using the generic method and with experimental data, a significant decrease in the relative errors that do not exceed 1.62% for fixed angles between the direction of rolling of anisotropic electrical steel and magnetic flux is obtained. The application of the new regression equations substantially improves the conditions for the field simulation of electromagnetic fields in the open-circuited mode of the power transformer in the Comsol Multiphysics software, and ensures the stability of iterative computing processes.

**Originality.** A new approach to increasing the dimension of input arrays, based on spline interpolation of digital data arrays of magnetization characteristics for fixed angles between the directions of rolling of the electrical steel and magnetic flux is implemented. For nonlinear regression equations, a new functional basis with Gaussian functions and additional error functions for mathematical descriptions with continuous derivatives for the dependences of the permeabilities of anisotropic cold-rolled electrotechnical steels on the magnetic flux density with high accuracy in the range of angles variation between the rolling directions and magnetic flux from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ .

**Practical value.** The approaches and techniques for the basis of Gaussian functions and additional error functions proposed in this paper make it possible to significantly improve the accuracy of determining the nonlinear characteristics of anisotropic electrotechnical steels. Also to reduce the relative errors to 1.62% when the angles between directions of rolling of the electrotechnical steels and magnetic flux vary from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ .

**Keywords:** magnetization characteristics; anisotropy; permeability; spline interpolation; functional basis; nonlinear regression method; electromagnetic field

## REFERENCES

- [1] Tikhomirov, P. M. (1986). Raschet transformatorov [Calculation of transformers]. M.: Energoatomizdat, 528. (in Russian).
- [2] Kulkarni, S.V., Kharparde, S.A. (2004). Transformer Engineering, Design and Practice, New York: Marcel Dekker, 478. (in English).
- [3] Tang Qi, Guo S., Wang Z. (2015). Magnetic flux distribution in power transformer core with mitred joints. Journal of Applied Physics, 117, 17, 17D522-1–17D522-4. DOI: 10.1063/1.4919119.
- [4] Rashtchi, V., Rahimpour, E., Rezapour, E. M. (2011). Parameter identification of transformer detailed model based on chaos optimisation algorithm. IET Electric Power Applications, 5, 2, 238-246. DOI: 10.1049/iet-epa.2010.0147.
- [5] Paikov, I.A., Tikhonov, A.I. (2015). Analiz modeley dla elektromagnitnogo rascheta silovykh transformatorov [Analysis of models for the electromagnetic calculation of power transformers]. Vestnik IGEEU, 3, 38-43. (in Russian).
- [6] Jazebi, S., de León, F., Farazmand, A., Deswal, D. (2013). Dual Reversible Transformer Model for the Calculation of Low-Frequency Transients. IEEE Transactions on Power Delivery, 28, 4, 2509–2517. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2268857.
- [7] Bul', O.B. (2006). Metody rascheta magnitnykh system electrichestvikh apparatov. Programma ANSYS. Uchebnoe posobie dla studentov vuzov [Methods for calculating the magnetic systems of electrical apparatus. ANSYS program Training manual for university students]. M.: Akademiya, 288. (in Russian).
- [8] Butarev I. Ju., Potapov, L.A. (2011). Comsol multiphysics: Modelirovanie electromehaničeskikh ustroystv [Comsol multiphysics: Modeling of electromechanical devices]. Bryansk: Izdatel'stvo Bryanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta, 113. ISBN 978-5-89838-520-0. (in Russian).
- [9] Bul', O.B. (2005). Metody rascheta magnitnykh system electrichestvikh apparatov. Magnitnye cepi, polya I programma FEMM. [Methods for calculating the magnetic systems of electrical apparatus. Magnetic circuits, fields and the FEMM program]. Uchebnoe posobie dla vuzov po special'nosti «Electrichestkie i elektronnye apparaty» napravleniya «Electrotehnika, electromehanika i electrotehnologiya», Moscow, Akademiya, 336 (in Russian).
- [10] Molotilov, B.V., Mironov, L.V., Petrenko, A.G., and et al. (1989). Kholodnokatanyye elektrotekhnich-

- eskiye stali [Cold-rolled electrical steel: Reference], Moscow, Metallurgiya, 167 (in Russian).
- [11] Demidenko, E.Z. (1981). Lineynaya i nelineynaya regresiya [Linear and nonlinear regression]. M.: Finansy i statistika, 304. (in Russian).
- [12] Korol' E.G. (2007). Analiz metodov modelirovaniya magnitnykh karakteristik elektromagnitov dlia kompensacii magnitnogo polya electrooborudovaniy [Analysis of methods for modeling the magnetic characteristics of electromagnets for compensation of the magnetic field of electrical equipment]. *Elektrotehnika i Electromekhanika*, 2, 31-34. (in Russian)
- [13] Bessonov L.A. (1948). *Electrichestkie cepi so stal'ju* [Electric circuits with steel]. M.: Gosenergoizdat, 344. (in Russian).
- [14] Demirchan K.S. (1974). *Modelirovanie magnitnykh poley* [Modeling of magnetic fields]. Leningrad: Energiya, 288. (in Russian).
- [15] Pentegov, I.V., Krasnozhon, A.V. (2006). *Universal'naya approksimaciya krivykh namagnichevaniya elektrotehnicheskikh staley* [Universal approximation of magnetization curves for electrical steel]. *Elektrotehnika i Electromekhanika*, 1, 66-70. (in Russian).
- [16] Yarymbash, D., Yarymbash, S., Divchuk, T., Kylymnik, I. (2016). *Osoblyvosti vyznachennya parametriv korotkoho zamykannya sylovykh transformatoriv zasobamy pol'ovoho modelyuvannya* [Determination features of the power transformer short circuit parameters through field modeling]. *Electrical Engineering And Power Engineering*, 1, 12-17. doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2016-1-2> (in Ukrainian).
- [17] Yarymbash, D., Yarymbash, S., Divchuk, T., Kylymnik, I. (2016). *Osoblyvosti rozpodilennya mahnitnykh potokiv u rezhymi nerobochoho khodu sylovykh transformatoriv* [The features of magnetic flux distribution of the idling mode of the power transformers]. *Electrical Engineering And Power Engineering*, 2, 5-12. doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2016-2-1> (in Ukrainian).
- [18] Divchuk, T., Yarymbash, D., Yarymbash, S., Kylymnyk, I., Kotsur, M., Bezverkhnia, Y. (2018). *Podkhod k opredeleniyu tokov kholostogo khoda silovykh trekhfaznykh transformatorov s ploskimi sterzh-nevymi magnitnymi sistemami* [Approach to determination of no load current of three-phase power transformers with plane rods magnetic systems]. *Electrical Engineering And Power Engineering*, 2, 56-66. doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2017-2-6> (in Russian).
- [19] Graph2Digit: [www.plsoft.ru](http://www.plsoft.ru)
- [20] Pan'kiv, V.I., Tankevich, E.M., Lutchin, M.M. (2014). *Aproksymaciya kharakterystyk namagnichuvannya transformatoriv strumu* [Approximation of magnetization characteristics of current transformers]. *Praci Instytutu elektrodynamiky*, 37, 82-90. (in Ukrainian).
- [21] Malyar, V., Malyar, A., Grechin, D. (2004). *Aproksymaciya kharakterystyk namagnichuvannya elektrotehnichnykh staley* [Approximation of magnetization characteristics of electrotechnical steels]. *Teoretychna elektrotehnika*, 57, 78-85. (in Ukrainian).
- [22] Malyar, V.S., Dobushovska, I.A. (2010). *Aproksymaciya kharakterystyk namagnichuvannya elektrotehnichnykh staley splaynami drugogo poryadku* [Approximation of magnetization characteristics of electrotechnical steels by splines of second order]. *Elektroenergetychni ta electromekhanichni systemy*, 671, 67-72. (in Ukrainian).
- [23] Zhermen-Lakur, P., Shenon, P., Kosnar, M., Gardan, I., Rober, F., Rober, I., Vitomski, P., Kastel'zho, P. (1988). *Matematika i SAPR: v 2-h kn. Kn. 1. Perevod s franc.* M.: Mir, 204. ISBN 5-03-000417-3, OCR. (in Russian).
- [24] Korn, G., Korn, T. (1977). *Spravochnik po matematike (dla nauchnykh robotnikov i inzhenerov)* [Manual on mathematics (for scientists and engineers)]. M.: Nauka, 830. (in Russian).
- [25] (2013). *Algorytmizaciya ta programuvannya. MathCAD. [Algorithmization and programming].* Pidruchnyk. L'viv: Vydavnytstvo L'vivs'koi politehniky, 364. (in Ukrainian).
- [26] Yarymbash, D., Kotsur, M., Yarymbash, S., & Kotsur, I. (2017). *Osobennosti opredeleniya parametrov skhemy zameshcheniya asinkhronnogo dvigatelya dlya rezhima korotkoho zamykaniya* [Features of parameter determination of the induction motor substitution circuit for short-circuit mode]. *Electrical Engineering And Power Engineering*, 1, 24-30. doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2017-1-4> (in Russian).