УДК 62-50

С.А.Бобриков, Е.Д.Пичугин, кандидаты техн. наук

ОПТИМАЛЬНОЕ ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЯЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО В СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ЗАДАННОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ УСИЛЕНИЯ

Розглянуто цифровий керуючий пристрій для об'єкту із запізнюванням і з довільною величиною коефіцієнта посилення системи. Наведено графіки, що дають змогу визначити оптимальні параметри керуючого пристрою для заданого коефіцієнта посилення системи.

Рассмотрено цифровое управляющее устройство для объекта с запаздыванием и с произвольной величиной коэффициента усиления системы. Приведены графики, позволяющие определить оптимальные параметры управляющего устройства при заданном коэффициенте усиления системы.

A digital managing device is considered for the object with a delay and with arbitrary the size of amplification of the system factor. The graphs, allowing to define the optimum parameters of managing device at the set amplification of the system factor, are resulted.

В работах [1,2] приведены методы настройки управляющего устройства для системы с запаздыванием, позволяющие получить оптимальное регулирование при различных критериях оптимальности: минимум перерегулирования (σ_{max}), либо минимум квадратичного интегрального критерия (I_2). Показано, что управляющее устройство должно быть выполнено таким образом, чтобы передаточная функция разомкнутой системы имела вид

$$K(P) = \frac{Ke^{-P\tau}}{P}. \qquad (1)$$

При этом качество системы определяется произведением $K\tau$. При заданной величине запаздывания τ и выбранном критерии оптимальности величина коэффициента усиления K определяется однозначно. Так, например, если τ=1с, а произведение $K\tau$=0,5 (что определяется однозначно. Так, если τ=1с, а произведение $K\tau$=0,5 (что соответствует минимуму перерегулирования [1]), то K = 0,5. В некоторых системах величина коэффициента K определяет важные показатели качества. Например, в случае, когда значение ошибки непосредственно зависит от коэффициента усиления системы, который определяет точность работы следящей системы. В таких системах непосредственно зависят от коэффициента усиления системы, что определяет точность работы следящей системы. В таких системах желательно, чтобы величина коэффициента K была максимально большой. Очевидно, структура регулятора, при котором передаточная функция разомкнутой системы имеет вид (1), при оптимальной настройке не может обеспечить необходимую величину коэффициента K из условия точности работы системы в динамических режимах. При необходимости уменьшить коэффициенты ошибки нужно увеличивать коэффициент усиления, при этом нарушаются условия оптимальности, а возможно и устойчивости.

В [3] описано управляющее устройство для линейного объекта с запаздыванием, позволяющее получить оптимальную настройку при произвольной, заранее заданной величине коэффициента усиления системы. Путем моделирования в системе MATLAB-Simulink установлено, что оптимальная настройка может быть выполнена, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$K(P) = \frac{K(T_2P+1)e^{-P\tau}}{(T_1P+1)P}. \qquad (2)$$

Однако в указанной статье авторы рассмотрели частный случай расчета регулятора, обеспечивающего переходный процесс с минимальным перерегулированием без учета интегральной квадратичной оценки качества.

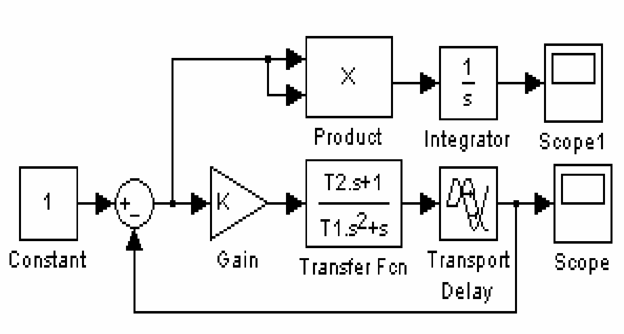


Рис.1. Схема модели в системе MATLAB– Simulink

Ниже приведен метод расчета оптимального цифрового управляющего устройства для линейного объекта с запаздыванием и с произвольной величиной коэффициента усиления системы с передаточной функцией разомкнутой системы (2). Метод основан на том, что вначале определяется оптимальная непрерывная передаточная функция управляющего устройства, а затем делается пересчет непрерывной передаточной функции в дискретную на основе предположения, что при достаточно малой величине шага квантования непрерывных сигналов в дискретные адекватность передаточных функций (непрерывной и дискретной) будет обеспечена.

Путем моделирования в системе MATLAB-Simulink установлено соотношение между параметрами K, T_1, T_2, и τ,

$$\frac{KT_2\tau}{T_1} = \beta . \qquad (3)$$

Схема модели приведена на рис.1. При моделировании принимались различные значения величин K>1, T_2, τ и T_1. При каждом наборе значений этих величин определялись β, T_2/τ, σ_m, I_2. Анализ полученных данных позволил получить следующие зависимости: зависимость показателей качества (максимальное перерегулирование σ_{max} и интегральная квадратичная оценка I_2) от коэффициента β (рис.2), зависимость минимума величины I_2 при β=0,72 от отношения T_2/τ (рис.3).

Из графика (рис.3) видно, что чем больше T_2/τ, тем меньше I_2. Однако увеличение T_2 приводит к увеличению T_1 при заданной величине β (3). Наименьшее значение I_2 будет иметь место при условии $T_2=\infty$ и $T_1=\infty$. Но при этом передаточная функция принимает вид (1), коэффициент усиления не может быть произвольным, он определяется выбранным критерием качества. Таким образом, величина отношения T_2/τ должна иметь некоторое оптимальное значение, которое, очевидно, определяется перегибом кривой (рис.3) и лежит в интервале (75-100). Примем в качестве оптимального значения T_2/τ=80. Графики, представленные на рис.2, построены при выполнении условия T_2/τ=80.

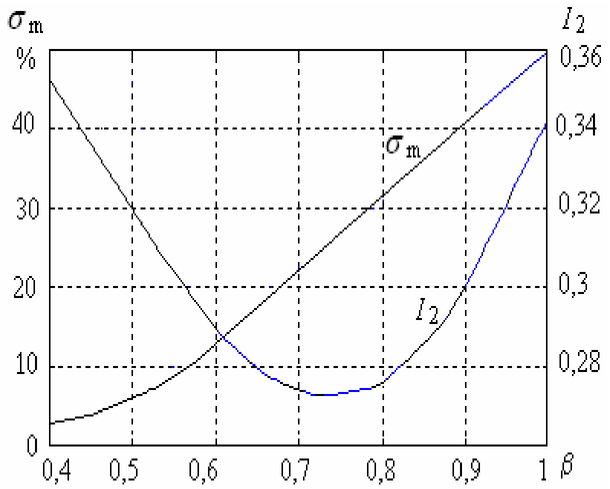


Рис.2. Зависимости максимального перерегулирования и квадратичной интегральной оценки от коэффициента β

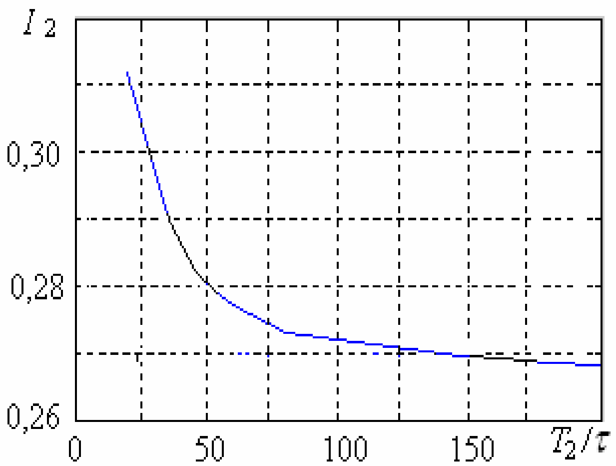


Рис.3. Зависимость I_2 от отношения T_2/τ

Таким образом, при заданных величинах τ и K и выбранном критерии оптимальности можно определить параметры передаточной функции разомкнутой системы (2).

Например, пусть $\tau = 0{,}4$с., $K = 50$с$^{-1}$, критерий оптимальности – минимум перерегулирования (σmax $\le 5\%$). По кривой (рис.2) находим $\beta = 0{,}45$. $T_2 = 80\times\tau = 32$ с. Из условия (3) находим T_1:

$$T_1 = \frac{KT_2\tau}{\beta} = \frac{50\times 32\times 0{,}4}{0{,}45} = 1420c.$$

При этом желаемая передаточная функция разомкнутой системы для данного примера

$$K_Ж(P) = \frac{50(32P+1)e^{-0{,}4P}}{(1420P+1)P}.$$

Результат моделирования приведен на рис.4.

Как показано в [2], рассматриваемый метод расчета управляющего устройства позволяет строить оптимальную систему управления при произвольном порядке заданной части системы. Определим параметры регулятора при условии, что заданная часть системы описана, например, передаточной функцией вида

$$K_{ЗАД}(P) = \frac{1{,}5e^{-0{,}4P}}{(0{,}5P+1)(0{,}2P+1)}.$$

Передаточная функция регулятора при этом определяется соотношением

$$K_P(P) = \frac{K_Ж(\mathrm{P})}{K_{ЗАД}(P)} =$$

$$= \frac{33{,}3(32P+1)(0{,}5P+1)(0{,}2P+1)}{(1420P+1)P}.$$

В таком виде передаточная функция нереализуема (степень знаменателя не может быть меньше степени числителя). Для выполнения условия реализуемости вводим в управляющее устройство дополнительное инерционное звено с постоянной времени, на порядок меньше наименьшей постоянной времени данной передаточной функции. При этом получим

$$K_P(P) = \frac{33{,}3(32P+1)(0{,}5P+1)(0{,}2P+1)}{(1420P+1)P(0{,}02P+1)}. \quad (4)$$

Выполнить подобное управляющее устройство в аналоговом виде затруднительно. Для получения цифрового управляющего устройства определим его дискретную передаточную функцию путем подстановки в (4)

$$P = \frac{2(Z-1)}{T_0(Z+1)},$$ где T_0 – шаг квантования сигналов по времени [4]. Как известно, для того, чтобы дискретная передаточная функция при такой подстановке была бы адекватна непрерывной передаточной функции, шаг квантования должен быть $T_0 \le 0{,}5T_{min}$, где T_{min} – наименьшая постоянная времени управляющего устройства. При моделировании системы принято $T_0 = 0{,}01$. Дискретная передаточная функция при этом имеет вид

$$K_P(Z) = \frac{S_3Z^3 + S_2Z^2 + S_1Z + S_0}{R_3Z^3 + R_2Z^2 + R_1Z + R_0},$$

где $S_0 = -822{,}728$; $S_1 = 2527.252$; $S_2 = -2587{,}192$; $S_3 = 882{,}6678$; $R_0 = -170{,}4$; $R_1 = 624{,}8$; $R_2 = -738.4$; $R_3 = 284$.

Заметим, что точность представления дискретной передаточной функции (количество десятичных разрядов при ее представлении), должна быть высокой – 6–8 десятичных разрядов. Необходимость высокой точности определяется рекуррентным характером работы дискретного вычислительного устройства.

Результат моделирования системы с цифровым регулятором практически полностью совпадает с кривой, приведенной на рис.4.

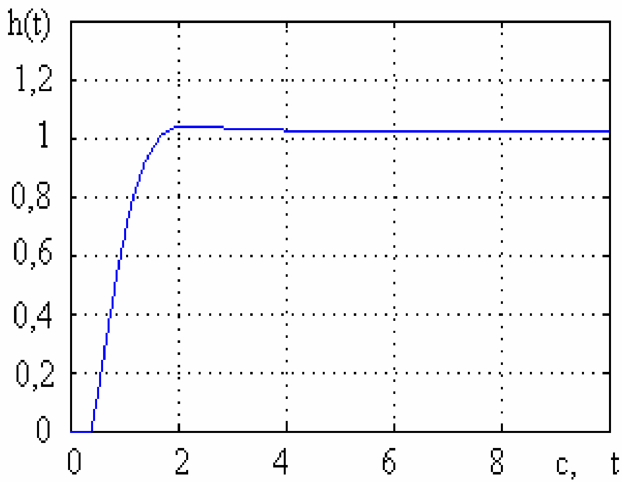


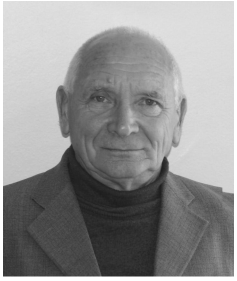
Рис.4. Переходная характеристика системы с передаточной функцией (2) для K = 50, $\tau = 0{,}4$ и $\beta = 0{,}4$

Выводы. Приведенный метод расчета позволяет определить оптимальные настройки цифрового регулятора для системы с запаздыванием при произвольной величине коэффициента усиления системы и при произвольном порядке заданной части системы.

Список использованной литературы

1. Бобриков С.А. Оптимальная настройка ПИ-регулятора с одноёмкостным объектом / С.А.Бобриков, Е.Д.Пичугин //Электромаш. и эл.оборудование. –К.: Техніка.–2009.–Вып. 72. – С.179-181.
2. Бобриков С.А. Оптимальная настройка цифрового регулятора для объекта высокого порядка с запаздыванием /С.А.Бобриков, Е.Д.Пичугин //Эл.машиностроение и эл.оборудование. – К.: Техніка. – 2010.– № 75. – С.57-61.
3. Бобриков С.А. Расчет цифрового управляющего устройства для линейного объекта с запаздыванием //Бобриков С.А., Воевода А.Б., Лебедева Т.А. //Автоматика. Автоматизация. Эл.технические комплексы и системы. Херсон: ХГТУ. – 2005. №2(16). – С.128-133.
4. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов. – М.: Наука. – 1972. – С.695-719.

Получено 20.09.2010



Бобриков
Сергей Александрович,
к.т.н., доц. каф. «Компьютеризированные системы управления»
Одесск.нац.политехн.ун-та
т.д. 688770

Пичугин
Евгений Дмитриевич,
проф. каф. «Компьютеризированные системы управления» Одесск. нац. политехн.
ун-та
т.д.7778045