

## СУБГРАДІЕНТНИЙ МЕТОД КЛАССИФІКАЦІЇ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАННЯ ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКОЇ ДІАГНОСТИКИ

Запропоновано субградієнтний ітеративний метод класифікації в просторі вейвлет - перетворення, що дозволяє поліпшити завадостійкість в процесі класифікації при технічній діагностіці. Розроблено процедуру реалізації цього метода, проведено експериментальні дослідження для оцінки підвищення завадостійкості і зниження похибки. Розроблений метод рекомендований до використання в широкому колі задач класифікації у випадку високого рівня завад, малих об'ємах вибірок, що досліджуються.

Предложен субградиентный итеративный метод классификации в пространстве вейвлет - преобразования, который позволяет повысить помехоустойчивость в процессе классификации при технической диагностике. Разработана процедура реализации этого метода, проведены экспериментальные исследования для оценки повышения помехоустойчивости и снижения погрешности. Разработанный метод рекомендуется к применению в широком круге задач классификации в случае высокого уровня помех, малых объемах исследуемых выборок.

*The sub-gradient iterative classification method in wavelet transformed domain is proposed. Increase of noise immunity during classification in time of technical diagnostic's by this classification method is allowed. The realization procedure of this classification method is work out. This classification method noise immunity increasing and error reducing by experimental investigation is proved. The classification by this method allowed in case of data high level noise and small data samples.*

Решение задач анализа растущего объема данных необходимо при диагностике и контроле состояния изделий – разделении по классам точности, разбраковке по параметрам надежности и др. В связи с необходимостью оперативных мер при контроле по совокупности параметров необходим автоматизированный подход. Этот контроль проводится посредством наиболее отлаженного для такого случая метода – классификации при распознавании образов [1].

Значительная часть указанных задач отличается высоким уровнем помех в данных, используемых в качестве обучающих выборок при классификации, и изменением параметров и характеристик исследуемых изделий, обусловленных изменяющимся уровнем помех (в зависимости от условий получения этих данных при конкретном производстве) в рабочем режиме классификации.

При классификации данные разделяются на классы так, чтобы был оптимизирован некоторый функционал качества. Метод

оптимизации выбирают в зависимости от особенностей формирования и свойств этого функционала качества, который может быть явно не известен, может обладать поверхностью многоэкстремальной (обусловлено сложной формой кластеров), зашумленной, поскольку анализ из экономических соображений часто производится по малым выборкам [2].

Существующие методы классификации в этих условиях отличаются низкой помехоустойчивостью или высокой погрешностью.

Для решения задач оптимизации в таких условиях автором разработан субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве вейвлет-преобразования (ВП), который отличается повышенной помехоустойчивостью и пониженной погрешностью [5, 14]. Для снижения влияния указанных выше недостатков, повышения помехоустойчивости и снижения погрешности при классификации в работе предлагается субградиентный итеративный метод классификации в пространстве ВП, разработанный на основе этого метода оптимизации.

Целью данной работы является разработка и исследование субградиентного итеративного метода классификации в пространстве ВП для повышения помехоустойчивости и снижения погрешности.

Для достижения поставленной цели решены задачи:

анализа современных методов классификации;

разработки и обоснования субградиентного итеративного метода классификации в пространстве ВП и процедуры реализации этого метода;

проведения экспериментальных исследований при оценке повышения помехоустойчивости и снижения погрешности метода.

Современные методы классификации подразделяются на параметрические и непараметрические, отличающиеся количеством информации о вероятностной структуре задачи классификации [4, 16].

Применяя параметрические методы, основанные на байесовской теории принятия решений [4, 16], принимают гипотезу о виде условных плотностей распределения (как правило, одномодальных) по классам. Поскольку в большинстве задач контроля и технической диагностики плотности распределения параметров многомодальны [4] задачу классификации в них решают с помощью непараметрических методов.

Первая группа непараметрических методов (парзеновского окна, ближайшего соседа, к ближайших соседей и др.), основанных на байесовской теории принятия решений, требует для оценки плотностей распределений больших наборов данных. Количество требуемых данных при увеличении размерности пространства признаков возрастает (например, для метода парзеновского окна – возрастает экспоненциально), в ряде методов необходимы дополнительные вычисления коэффициентов корреляции для оценки степени зависимости признаков (например, для метода Чоу) [4, 16]. Такие свойства ограничивают применение методов этой группы в задачах контроля электронной аппаратуры, где классификация часто проводится по малым выборкам многомерных, коррелированных между собой параметров [3]. Кроме то-

го, они снижают размерность пространства признаков в непараметрических методах проецируя многомерные данные на прямую и применяя дискриминантный анализ. При таком подходе смешиваются даже хорошо разделенные в исходном пространстве признаков группы данных, растет вероятность ошибок [4, 16] и снижается помехоустойчивость классификации.

При реализации второй группы непараметрических методов известным предполагается вид разделяющих функций [4], для определения параметров которых минимизируется некоторый функционал. Для этого используются следующие методы [6]:

локальной оптимизации с вычислением оценок градиента (частных производных первого порядка) (методы наискорейшего спуска, сопряженных градиентов; многошаговые методы с поиском оптимума функционала в направлении антиградиента);

локальной оптимизации с вычислением частных производных первого и второго порядка (методы Ньютона, Гаусса-Ньютона, Левенберга-Марквардта, оптимизации с разреженными матрицами Гессе, квазиньютоновские методы);

стохастической оптимизации (используют поиск в случайном направлении, имитацию отжига, метод Монте-Карло);

глобальной оптимизации (используют перебор значений переменных, от которых зависит функционал).

Этим методам присущи различные недостатки. Стохастические методы требуют большого числа шагов обучения. В методах глобальной оптимизации экспоненциально растет сложность перебора с ростом размерности решаемой задачи [6]. Метод сопряженных градиентов чувствителен к точности вычислений [6]. У методов, учитывающих направление антиградиента на нескольких шагах, и методов с вычислением матрицы Гессе растет количество дополнительных переменных, необходимых для организации вычислений. Это усложняет их использование при классификации по многомерным, коррелированным между собой параметрам, что характерно для задач технической диагностики.

Технические возможности производства и особенности объектов обусловливают особенности функционала качества при классификации. Малые объемы обучающих выборок и внешние возмущающие воздействия при измерении параметров вызывают зашумленность поверхности функционала. Различия в количестве объектов каждого типа, дисперсии параметров в классе проявляются сложной формой кластера при классификации, обусловливающей асимметрию и сложную поверхность целевой функции (многоэкстремальность, поверхность типа «ковраг»). Для решения таких задач разработаны итеративные регулярные и субградиентные методы оптимизации, отличающиеся противоречивыми особенностями.

Регулярные поисковые методы обладают высокой точностью, но (в связи с особенностями оценки градиента) у них низкая помехоустойчивость, высокая чувствительность к локальным экстремумам в начальной точке поиска. Для субградиентных методов оптимизации характерны высокие погрешность и помехоустойчивость [7, 11].

Целевая функция при оптимизации, как правило, пространственно неоднородна, а глобальные и локальные экстремумы представляют собой локализованное явление. Адекватным аппаратом анализа таких функций является вейвлет–преобразование [9, 10]. Поэтому для уменьшения влияния помех в субградиентных методах применяют подход, использующий вейвлет–преобразование.

Для снижения влияния указанных выше недостатков автором разработан мультистартовый субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве ВП [5, 14], положенный в основу субградиентного итеративного метода классификации в пространстве ВП для задач технической диагностики.

Классификация состоит в отнесении предъявляемых объектов к одному из классов путем сравнения их параметров. Она основана на использовании гипотезы компактности – предположения о сходстве объектов одного класса по значению параметров. Классификация проводится в два этапа: первый – обучение, второй – классификация. На этапе обучения строится функция, разде-

ляющая многомерное пространство параметров на области – классы – на основе данных обучающей выборки и известных для них номеров классов. На этапе классификации определяется номер класса исследуемого объекта.

Для случая двух классов А и В разделяющая функция  $y = f(x)$  должна обладать свойством

$$\text{sign } f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A, \\ -1, & \text{если } x \in B, \end{cases}$$

где  $x$  – 1–мерный вектор, характеризующий объект,  $y$  – величина, определяющая класс, к которому этот объект принадлежит [13].

Для реализации процедуры классификации в работе принят класс аппроксимирующих функций вида

$$\hat{f}(x, c) = c^T \varphi(x),$$

где  $c$  –  $N$  – мерный вектор коэффициентов,  $\varphi(x)$  –  $N$  – мерный вектор линейно независимых функций [13].

При решении задачи классификации требуется определить такой оптимальный вектор  $c = c_{\text{opt}}$ , который, удовлетворяя ограничениям, обеспечивал бы  $J(c) = M_x / Q(x, c)$  экстремальное значение. Здесь  $J(c)$  – критерий качества,  $Q(x, c)$  – функционал вектора  $c = (c_1, \dots, c_N)$ , зависящий от вектора случайных последовательностей или процессов  $x = (x_1, \dots, x_M)$ .

В общем случае критерий оптимальности  $J(c) = E/Q(x, c)$  при классификации в явной форме не известен, но известны  $Q(x, c)$  – реализации функционала качества. Здесь  $c = (c_1, \dots, c_N)$  – вектор переменных;  $x = (x_1, \dots, x_N)$  – случайный процесс;  $E$  – оператор математического ожидания [13, 15].

Если функционал  $Q(x, c)$  разрывен, недифференцируем или зависит от  $c$  неявно, градиент реализации функционала качества

$$\nabla_c Q(x, c) = \left( \frac{\partial Q(x, c)}{\partial c_1}, \dots, \frac{\partial Q(x, c)}{\partial c_N} \right)$$

в итеративных регулярных методах оценивается приближенно с помощью разделенной разности [9, 13]. Однако такая оценка градиента отличается низкой помехоустойчиво-

стью. Это обуславливает низкую помехоустойчивость регулярных поисковых методов оптимизации.

Для повышения помехоустойчивости разработан субградиентный метод оптимизации, но погрешность этого метода также высока [12]. Для решения проблем этих методов – дальнейшего повышения помехоустойчивости и снижения погрешности – автором предложен мультистартовый субградиентный метод оптимизации в пространстве ВП [5, 14].

Субградиентный метод классификации в пространстве ВП определяется итерационной схемой

$$c[n] = c[n-1] - \gamma[n] \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c^+} Q(\cdot), \quad (1)$$

где  $Q(\cdot) = Q(x[n], c[n-1], a[n-m])$ ;  $\gamma[n]$  – шаг.

Здесь  $\alpha_m[n]$ ,  $m = 1, \dots, s_\alpha$  – компоненты вектора  $\alpha[n]$ , полученного в результате дискретизации вейвлет-функции, полученной путем снятия ограничений на вид этой функции в итерационной схеме алгоритма регулярного итерационного поиска в пространстве ВП [9, 15].

В качестве базового для оптимизации при классификации был использован градиентный метод [8].

Исходные данные для его работы: начальное значение координаты минимума, начальное значение шага  $\gamma = 1$ , коэффициент, обуславливающий изменение шага  $\gamma$  вблизи минимума  $\beta = 0,5$ , точность определения оценки градиента  $\varepsilon$ , количество итераций  $j$ .

Процедура вычисления минимума включает:

вычисление оценки субградиента;

если значение оценки субградиента меньше заданного значения точности  $\varepsilon$  – останов;

вычисление величины шага: задается начальное значение величины шага  $\gamma = 1$ ; вычисляется вспомогательное значение приращения функции  $\Delta$ , если приращение функции  $\Delta$  меньше нуля, то  $\gamma[n] = \gamma$  и переход к следующему этапу, иначе  $\gamma[n] = \beta\gamma$  и переход к предыдущему этапу;

расчет координаты минимума на  $n$ -ой итерации;

$n = n + 1$  и переход к начальному этапу вычисления минимума при классификации.

При вычислении оценки субградиента на каждой итерации на первом этапе вычисляется взвешенная сумма значений функционала  $Q(x[n], c[n-1])$  с вейвлет-функцией Хаара. Это позволяет переместить поиск в район экстремума с погрешностью, определяемой асимметрией этого функционала.

В связи с тем, что в задачах технической диагностики классификация часто проводится по малым выборкам данных с различными дисперсией и количеством данных для разных классов, существенной является необходимость понизить погрешность определения экстремума функционала с помощью вейвлет-функции Хаара. Поэтому на втором этапе оценки субградиента при классификации вычисляется взвешенная сумма минимизируемого функционала  $Q(x[n], c[n-1])$  с гиперболической функцией  $\Psi(j) = \frac{1}{\alpha x}$  при начальном масштабе  $\alpha = 0,5$ :

$HWT(c[n]) = Q(x[n], c[n-1]) * \Psi(j)$   
где  $*$  – операция взвешенного суммирования.

Далее, после определения оценки субградиента, определяют приближение к значению коэффициента, используя итеративный алгоритм в пространстве гиперболического ВП по схеме

$$c_i[n+1] = c_i[n] + \gamma[n+1] HWT(c_i[n]),$$

где  $HWT(c_i[n])$  – значение взвешенной суммы с вейвлет-функцией для  $c_i[n]$ ;  $\gamma[n+1]$  – шаг;  $i = 1, \dots, m$ ;  $m$  – количество коэффициентов.

Если найденная на этом этапе координата оптимума отличается от координаты оптимума, найденной на предыдущем этапе не более чем на  $\delta$  (заданную точность поиска координаты оптимума), процесс поиска заканчивается.

Для оценки субградиента использовано гиперболическое вейвлет-преобразование (ГВП), полученное по лифтинговой схеме [17]. На каждом уровне поиска координаты

оптимума значение масштаба  $\alpha$  увеличивается в соответствии с  $\alpha = \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5\}$ . Если условие окончания поиска координаты оптимума при значении величины  $\alpha = 5$  не достигается, оценка субградиента производится разностным методом. После этого поиск заканчивается. В процессе поиска координаты оптимума осуществляется последовательный переход от поиска координаты оптимума с помощью вейвлета Хаара, способного обеспечить высокую помехоустойчивость, вплоть (с ростом  $\alpha$ ) до поиска с помощью дифференциатора, дающего максимальную точность.

Далее проверяют вышеописанное условие точности определения значения коэффициента. Если он достигнут, останов для заданного временного шага.

Разработанный метод классификации был проверен экспериментально. В качестве значений реализаций функционала  $Q(x, c)$  при оценке помехоустойчивости метода в работе принято число объектов, ошибочно классифицируемых с помощью  $c$ .

Процедура классификации была разделена на два этапа: режим обучения и рабочий режим. На рис. 1 представлен результат реализации алгоритма классификации для двух классов градиентным [10] (с помощью оценки градиента посредством разделиной разности [9, 13]) и субградиентным итеративным методом классификации в пространстве ВП (режим обучения).

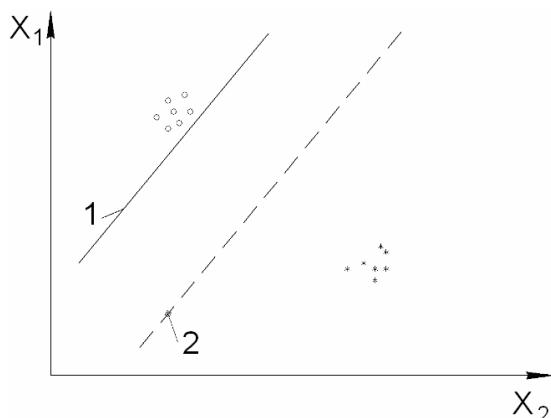


Рис.1. Результат реализации алгоритма классификации градиентным методом (1) и субградиентным итеративным методом классификации в пространстве ВП (2) (режим обучения)

Разработанный метод классификации позволил провести разделение классов в пространстве признаков с высокой помехоустойчивостью. Для исследования помехоустойчивости метода была проведена классификация для двух классов в пространстве признаков в условиях помех (рабочий режим) и оценена зависимость изменения суммарной вероятности ошибок первого и второго рода ( $P$ ) при увеличении оценки относительной величины среднеквадратического отклонения ( $q$ ) (рис.2), которое определялось так:

$$q = \frac{q_p}{q_0 \cdot D}.$$

Здесь  $q_p$  — среднеквадратическое отклонение рабочего режима;  $q_0$  — среднеквадратическое отклонение режима обучения (помеха распределена по нормальному закону с нулевым средним);  $D$  — расстояние между центрами классов обучающей выборки.

На рис.2 представлен также результат оценки влияния длины носителя вейвлет-функции  $L = s_\alpha$  (1) на помехоустойчивость разработанного метода.

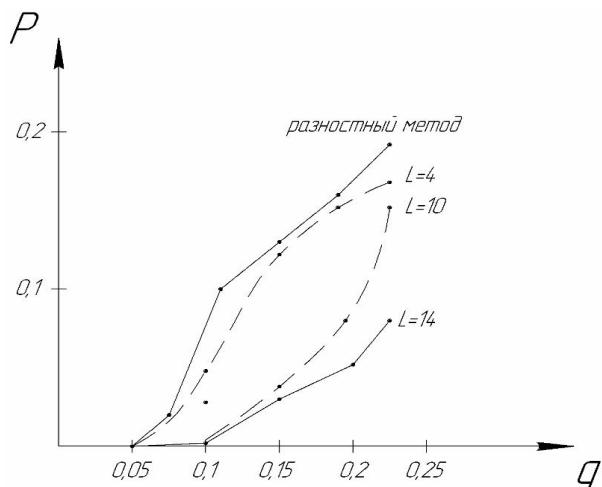


Рис.2. Результат оценки влияния длины носителя вейвлет-функции

Взвешенное суммирование функционала с вейвлет-функцией Хаара при классификации позволяет переместить область поиска в район глобального экстремума с погрешностью, определяемой асимметрией функционала. Глобальный минимум, найденный таким образом, смещен, относительная по-

грешность определения минимума асимметричной функции при взвешенном суммировании с вейвлетом Хаара не зависит от начальной точки поиска и прямо пропорциональна коэффициенту асимметрии тестовой функции. После взвешенного суммирования с гиперболической функцией относительная погрешность определения минимума асимметричной функции для максимального исследованного значения коэффициента асимметрии снизилась более чем на три порядка и составила  $2 \cdot 10^{-5} \%$  [5].

Таким образом, в статье разработан и обоснован субградиентный итеративный метод классификации в пространстве ВП; предложена процедура его реализации. Установлены возможности метода:

– погрешность определения минимума асимметричного функционала после введения этапа взвешенного суммирования с гиперболической функцией снизилась более чем на три порядка и составила  $2 \cdot 10^{-5} \%$  ;

– в результате применения разработанного субградиентного метода классификации средний риск уменьшился от 3 до 30 раз при изменении оценки относительной величины среднеквадратического отклонения в признаковом пространстве от 0,04 до 0,23 (для длины носителя  $L = 14$ ). Исследования показали, что выбор длины носителя позволяет обеспечить помехоустойчивость и погрешность, необходимые для решения конкретных прикладных задач.

Подобные результаты получены и при сравнении разработанного метода с методами, основанными на других градиентных алгоритмах. Метод был опробован в задаче классификации реперных знаков в системе автоматизированного позиционирования фотшаблонов интегральных микросхем [7, 11].

Эти результаты позволяют рекомендовать разработанный метод к применению в широком круге практически важных задач классификации при высоком уровне помех и асимметричных целевых функциях.

## Список использованной литературы

1. Вплив дефектів функціональних матеріалів на надійність електроніки / Зубарев В.В., Ленков С.В., Мокрицький В.А., Перегудов Д. О. – Одеса: Друк, 2003. – 452 с.
2. Гаскаров Д.В. Малая выборка / Д.В. Гаскаров, В.И.Шаповалов. – М.: Статистика , 1978. – 248 с.
3. Гаскаров Д.В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры / Д.В. Гаскаров, Т.А. Голинкевич, А.В. Мозгалевский. Под ред. Т.А. Голинкевича. – М.: Сов.радио, 1974.– 224 с.
4. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт. – М.: Мир, 1976. – 509 с.
5. Крилов В. Н. Субградієнтний ітеративний метод оптимізації в просторі вейвлет - перетворення / В. Н. Крилов, Г.Ю. Щербакова // Зб. наук. праць Військового інституту Київського нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. – К., 2008.– Вип.12. – С. 56 - 60.
6. Круглов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В.В. Круглов, В.В. Борисов. – 2-е изд. стереотип. – М.: Горячая линия. – Телеком, 2002. – 382 с.
7. Крылов В.Н. Позиционирование изображений фотшаблонов в системах автоматизированного оптического контроля / В.Н. Крылов, Г.Ю. Щербакова, Ю.Ю. Козина // Технология и конструирование в электронной аппаратуре (ТКЭА). – 2007. – № 3. – С.61- 64.
8. Полак Э. Численные методы оптимизации / Полак Э. – М.: Мир, 1976. – 509 с.
9. Полякова М.В. Исследование субградиентного поискового метода адаптации в пространстве вейвлет - преобразования / М.В. Полякова // Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса: –2007.– Вып. 1(27). – С. 207 - 213.
10. Полякова М.В. Характеристика локальной регулярности функций с помощью обобщенных вейвлет - функций / М.В.Полякова, В.Н. Крылов // Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса: – 2005.– Вып. 2(24). – С. 192 – 198.
11. Помехоустойчивая классификация реперных знаков в пространстве гиперболического вейвлет – преобразования / В.Н.

- Крылов, Г.Ю. Щербакова, Ю.Ю. Козина, В.В. Волошин // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ: –2007.– Вип. 6 (53). – С. 125 – 130.
12. Субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве вейвлет-преобразования / В.Н. Крылов, Г.Ю. Щербакова, Ю.Ю. Козина, В.В. Волошин // Труды 9 междунар. науч.-практ. конф. “Современные информационные и электронные технологии”. – Одесса: – 2008. – Т. 1. – С. 62
13. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин – М.: Наука, 1968. – 400 с.
14. Щербакова Г.Ю. Иерархический субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве вейвлет- преобразования / Г.Ю. Щербакова, В. Н. Крылов // Электроника и связь – 2008. – № 6 (47). – С. 28 - 31.
15. Щербакова Г.Ю. Исследование сходимости мультистартового субградиентного метода оптимизации в пространстве вейвлет - преобразования /Г.Ю. Щербакова, В.Н. Крылов //Наук.праці Донецьк. нац. технік. ун-ту. Серія «Інформатика, кібернетика і обчислювальна техніка». –Донецьк: – 2010.– – Вип.12 (165). – С. 163-168.
16. Duda R.O. Pattern classification and scene analysis / R.O. Duda, P.E. Hart, D.G. Stork (2nd edition). – Wiley Interscience. John Wiley & Son Inc, 2001. – 700 с.
17. Krylov V.N. Contour images segmentation in space of wavelet transform with the use of lifting / V.N. Krylov, M.V. Polyakova // Optical-electronic informatively-power technologies. – 2007.– №2(12). – Р. 48 - 58.

Получено 15.10.2010



Щербакова Галина  
Юрьевна,  
канд. техн. наук,  
доцент каф. ЭСИКТ  
Одесск. нац.политехн.  
ун-та  
тел.734-8621,  
[Galina\\_onpu@mail.ru](mailto:Galina_onpu@mail.ru)