

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ДРОБНЫМ ПОРЯДКОМ АСТАТИЗМА

Виконано аналіз динамічних характеристик систем керування з дробовим порядком астатизму. Запропоновано інтерполяційні формули і графічні залежності від порядку інтегрування і параметрів налаштування для розрахунку динамічних показників, що дають змогу здійснити синтез оптимальних систем керування кліматичними установками.

Выполнен анализ динамических характеристик систем управления с дробным порядком астатизма. Предложены интерполяционные формулы и графические зависимости от порядка интегрирования и параметров настройки для расчета динамических показателей, позволяющие осуществить синтез оптимальных систем управления климатическими установками.

The article presents an analysis of the dynamic characteristics of control systems with fractional integrator. Proposed interpolation formulas and graphs to determine of dynamical performance on the order of integration and configuration settings. A synthesis of optimal climate control systems became possible.

При синтезе систем управления микроклиматом целесообразно учитывать возможность описания объекта управления как дробно-аперiodического звена [1]. Это позволяет более точно определить параметры объекта и, следовательно, повысить точность управления. Для получения оптимальных показателей в таком случае необходимо использовать дробный пропорционально-интегральный или интегрально-дифференциальный регулятор. Он обеспечивает компенсацию дробно-аперiodических свойств объекта управления и придает системе дробный порядок астатизма.

Целью работы является изучение свойств и определение зависимостей динамических и статических показателей от сочетания параметров систем с дробным порядком астатизма.

Передаточная функция разомкнутого контура описываемой системы управления с учетом регулятора может быть представлена следующим образом:

$$H_{p,k}(p) = \frac{1}{a_{\mu}(T_{\mu}p)^{\mu}(T_{\mu}p+1)}, \quad (1)$$

где a_{μ} – параметр настройки; T_{μ} – некомпенсируемая постоянная времени объекта управления, обусловленная, например, периодом широтно-импульсной модуляции

электрического нагревательного элемента или временем позиционирования привода водяного клапана; μ – выбираемый порядок астатизма (как правило, $0,5 \leq \mu < 1$).

Исследование частотных характеристик такой системы позволяет определить частоту среза Ω_{cp} , если решить уравнение

$$a_{\mu}(T_{\mu})^{\mu} \Omega_{cp}^{\mu} \sqrt{(T_{\mu}\Omega_{cp})^2 + 1} = 1, \quad (2)$$

и запас устойчивости по фазе по формуле:

$$\Delta\varphi = \pi - \arctg(T_{\mu}\Omega_{cp}) - \mu \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Важно отметить уменьшение начального наклона ЛАЧХ до $20\mu \text{ dB/dec}$ и, как следствие, увеличение частоты среза и запаса устойчивости по фазе по сравнению с линейной системой, например, настроенной на модульный оптимум. Поэтому можно получить большее быстродействие в начале переходного процесса, но затянутую финальную часть. Однако оценить все показатели системы по полученным данным сложно.

Целесообразно выполнить расчеты переходных процессов в замкнутой системе при скачке задания. Семейство переходных характеристик $h(t)$ для некоторых значений μ и a_{μ} с относительной шкалой времени представлено на рис.1.

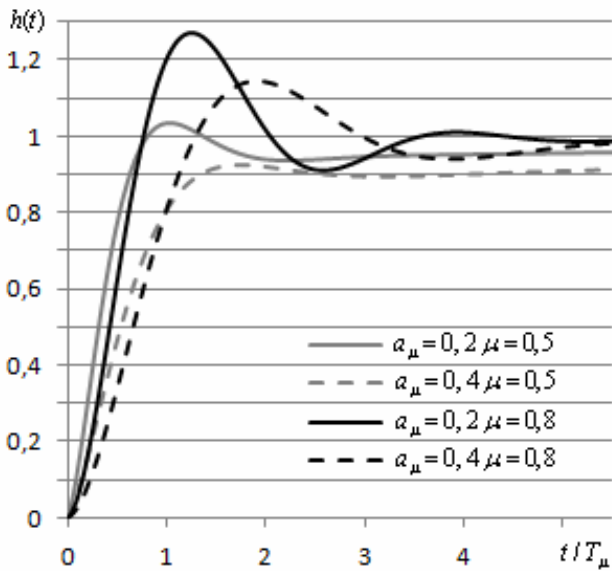


Рис.1. Динамические характеристики

Видно, что увеличение порядка μ и уменьшение a_μ приводит к увеличению перерегулирования, но при равных a_μ длительность начального участка переходного процесса изменяется мало, а уменьшение μ приводит к затягиванию финальной части переходного процесса.

Можно отметить еще одну особенность, которую целесообразно использовать при синтезе систем управления микроклиматом. При уменьшении μ и a_μ в финальной части переходного процесса выходной сигнал незначительно отличается от заданного значения, что допустимо в таких системах. Но при этом можно получить высокое быстродействие и малое перерегулирование, что недостижимо с линейными регуляторами. Поэтому полезным является показатель суммарной квадратичной ошибки

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=0}^{T_{pp}/\Delta t} \Delta_i^2}, \quad (4)$$

вычисляемой на некотором временном интервале T_{pp} .

Выполним расчет переходных характеристик для $\mu \in [0,5; 0,9]$ и $a_\mu \in [0,05; 1]$. При меньших μ и больших a_μ переходные процессы затягиваются, а свойства при $\mu = 1$ и $a_\mu = 2$ хорошо известны – это настройка контура на модульный оптимум.

Результаты расчета максимума переходной характеристики δ и времени первого согласования в относительных единицах t_1/T_μ удобно представить в виде многолучевых диаграмм, как это показано соответственно на рис.2 и 3.

Интерполяция результатов расчетов позволила получить приближенное математическое описание зависимости $\delta(\mu, a_\mu)$ нелинейной функцией:

$$\begin{aligned} \delta = & A + Blg(a_\mu) + C\mu + Dlg^2(a_\mu) + \\ & + E\mu^2 + Flg(a_\mu)\mu + Glg^3(a_\mu) + \\ & + H\mu^3 + Ilg(a_\mu)\mu^2 + Jlg^2(a_\mu)\mu, \end{aligned} \quad (5)$$

где $A = 0,792, B = 0,209, C = 0,380,$
 $D = 0,085, E = 0,821, F = 0,558,$
 $G = 0,0106, H = 0,814, I = 0,149,$
 $J = -0,0615.$

Погрешность расчета $\delta(\mu, a_\mu)$ по формуле (5) не превышает 1 %.

При анализе зависимости суммарной квадратичной ошибки $\sigma(\mu, a_\mu)$ выявлена полезная зависимость: для каждого значения a_μ существует такое значение μ , при котором суммарная квадратичная ошибка минимальна. По результатам расчетов методами интерполяции получена приближенная формула для определения сочетания таких значений:

$$a_\mu = 3,402\mu^2 - 2,527\mu + 0,6832. \quad (6)$$

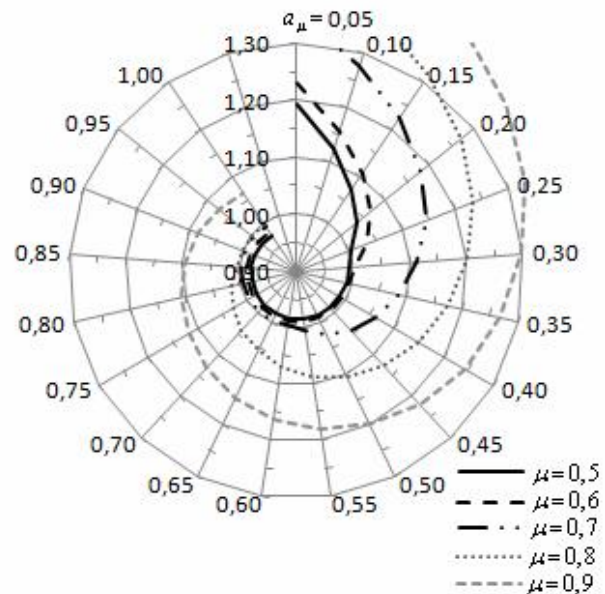


Рис.2. Зависимость максимума переходной функции σ от μ и a_μ

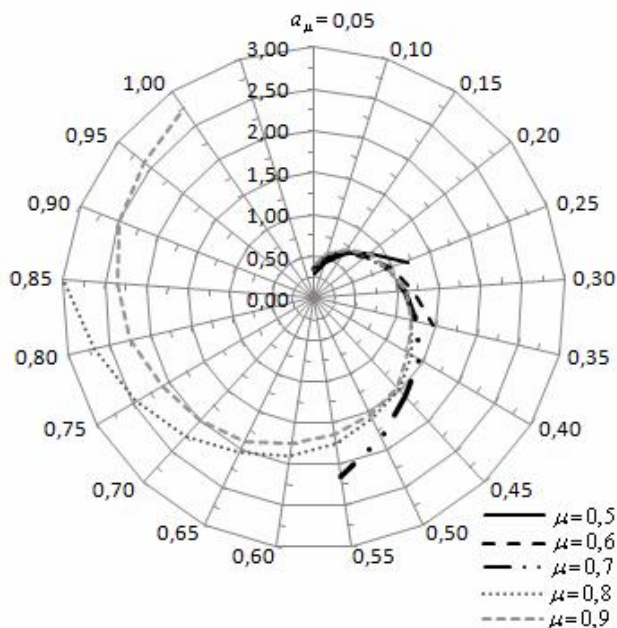


Рис.3. Зависимость времени первого согласования t_1/T_μ от μ и a_μ

Переходные процессы при разных значениях μ и a_μ , рассчитанных по формуле (6), характеризуются минимальным перерегулированием и быстрым достижением выходной координаты значения, близкого к заданному (рис.4).

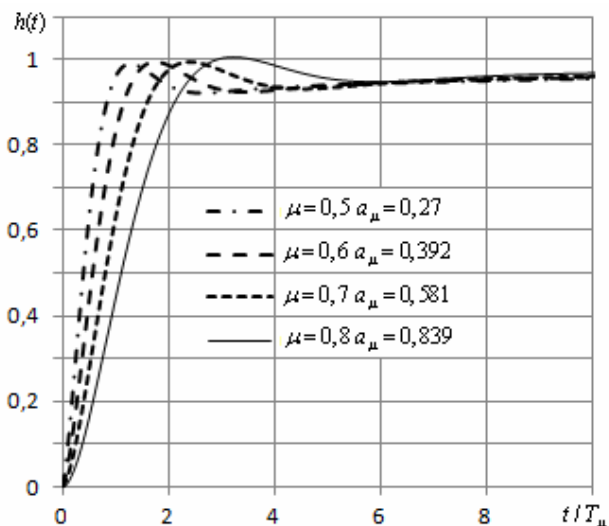


Рис.4. Переходные процессы с минимальной σ

При синтезе регуляторов важными являются также зависимости длительности переходного процесса от соотношения параметров a_μ и μ . Считая переходный процесс законченным при достижении некоторого

отклонения (1...5 %) от заданного значения, по графикам переходных процессов определены соответствующие значения $t_{0,01}...t_{0,05}$, сведенные в таблицу.

Зависимости $t_1(\mu, a_\mu)$ и

$t_{0,01}(\mu, a_\mu)...t_{0,05}(\mu, a_\mu)$

| μ | a_μ | $\frac{t_1}{T_\mu}$ | $\frac{t_{0,01}}{T_\mu}$ | $\frac{t_{0,02}}{T_\mu}$ | $\frac{t_{0,03}}{T_\mu}$ | $\frac{t_{0,04}}{T_\mu}$ | $\frac{t_{0,05}}{T_\mu}$ |
|-------|---------|---------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0,5 | 0,1 | 0,44 | 30,81 | 6,84 | 2,00 | 1,64 | 0,40 |
| 0,5 | 0,2 | 0,83 | 126,29 | 30,78 | 13,06 | 6,82 | 3,77 |
| 0,5 | 0,3 | — | 285,45 | 70,53 | 30,73 | 16,79 | 10,32 |
| 0,5 | 0,4 | — | >500 | 126,17 | 55,43 | 30,67 | 19,20 |
| 0,5 | 0,5 | — | >500 | 197,70 | 87,18 | 48,50 | 30,59 |
| 0,7 | 0,2 | 0,77 | 14,51 | 5,24 | 3,19 | 3,01 | 2,85 |
| 0,7 | 0,3 | 1,07 | 26,78 | 9,51 | 4,43 | 3,96 | 3,64 |
| 0,7 | 0,4 | 1,39 | 40,95 | 14,97 | 8,14 | 5,11 | 4,49 |
| 0,7 | 0,5 | 1,80 | 56,73 | 21,04 | 11,59 | 7,27 | 5,55 |
| 0,7 | 0,6 | — | 73,92 | 27,64 | 15,43 | 10,09 | 7,08 |
| 0,7 | 0,7 | — | 92,40 | 34,73 | 19,53 | 12,89 | 9,22 |
| 0,9 | 0,3 | 1,05 | 7,45 | 4,37 | 4,28 | 4,19 | 4,10 |
| 0,9 | 0,4 | 1,28 | 8,35 | 5,13 | 4,97 | 4,82 | 4,67 |
| 0,9 | 0,5 | 1,50 | 6,12 | 5,81 | 5,56 | 5,33 | 5,07 |
| 0,9 | 0,6 | 1,73 | 6,94 | 6,45 | 6,07 | 5,70 | 1,62 |
| 0,9 | 0,7 | 1,96 | 7,83 | 7,04 | 6,50 | 5,79 | 1,82 |
| 0,9 | 0,8 | 2,20 | 8,94 | 7,61 | 6,84 | 2,06 | 2,03 |
| 0,9 | 0,9 | 2,45 | 13,26 | 8,17 | 7,06 | 2,28 | 2,24 |
| 0,9 | 1 | 2,73 | 14,94 | 8,73 | 2,56 | 2,51 | 2,46 |

Полученные зависимости позволяют определить параметры a_μ и μ желаемой передаточной функции разомкнутого контура (1) по совокупности требований к динамическим характеристикам замкнутой системы. На основании этой функции и известной передаточной функции объекта управления может быть выполнен синтез регулятора.

Как известно [2], в климатических системах объект управления может быть представлен дробно-аперидическим звеном порядка μ_{oy}

$$H_{oy}(p) = \frac{k}{(T^{\mu_{oy}} p^{\mu_{oy}} + 1)(T_\mu p + 1)}, \quad (7)$$

где k — коэффициент, T — постоянная времени, T_μ — некомпенсируемая постоянная времени.

При совпадении порядка объекта управления μ_{oy} и желаемого μ необходим дробный ПИ–регулятор, а при $\mu_{oy} \neq \mu$ – дробный ИД–регулятор с передаточными функциями соответственно:

$$\begin{aligned} H_{ПИ}^{\mu}(p) &= k_{II} + \frac{k_{II}}{p^{\mu}}, \\ H_{ИД}^{\mu}(p) &= k_{Д} p^{\mu_{oy}-\mu} + \frac{k_{II}}{p^{\mu}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Реализация таких регуляторов на базе микроконтроллеров обеспечит системе требуемые динамические свойства. Однако расчет выходного сигнала искомого регулятора теоретически требует учитывать бесконечное количество значений входного сигнала. А при учете конечного количества возникает статическая ошибка. Анализ установившегося режима дробно–интегральной составляющей регулятора показывает, что задаваясь допустимым значением погрешности в замкнутой системе, можно определить минимальный коэффициент усиления k и, следовательно, выбрать достаточное количество точек расчета

$$N \geq \left(\frac{\Gamma(1+\mu)k}{\Gamma(2)\Delta t^{\mu}} \right)^{1/\mu}. \quad (9)$$

Полученное значение N позволяет определить объемы памяти для хранения массивов входных сигналов, количество арифметических операций в течение одного периода квантования, что в конечном итоге позволяет выбрать необходимый тип процессора.

Список использованной литературы

1. Бушер В.В. Идентификация элементов климатических систем дифференциальными уравнениями дробного порядка / Бушер В.В. // *Электромаш. та електрообладн.* – К.: Техніка. – 2010. – № 75. – С.68–70.
2. Бушер В.В. Системы управления климатическими установками с дробными интегрально–дифференцирующими регуляторами / Бушер В.В. // *Вісн. Нац.техн.ун-ту «Харківський політехнічний інститут».* – Харків: НТУ «ХПІ». – 2010. – № 28. – С.172–173.

Получено 11.10.2010



Бушер Виктор
Владимирович,
канд.техн.наук, доцент
Одесск.нац.политехн.ун-та
т.(048)7610884