УДК 004.8+004.312:644.1

В.В. Бушер, канд.техн.наук

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КЛИМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Розглянуто методи ідентифікації приміщення з припливною вентиляцією дробово-диференційними рівняннями. Розглянуто розв'язок цих рівнянь з метою синтезу регуляторів у мікропроцесорних системах керування кліматичними установками.

Предложены методы идентификации параметров помещения с приточной вентиляцией дробно-дифференциальными уравнениями. Рассмотрены решения дифференциальных уравнений дробного порядка с целью синтеза регуляторов в микропроцессорных системах управления климатическими установками.

Article presents authentication of the apartment with a reveal ventilation by the fractional equalization. By this model the optimal control of a ventilation becomes possible.

При разработке систем управления климатическими установками наиболее сложной проблемой оказывается идентификация объекта управления, а качество заложенной в систему управления модели определяет эксплуатационные характеристики установки и, прежде всего, точность поддержания заданных параметров.

Целью работы является получение адекватной модели помещения, обслуживаемого приточно-вытяжной вентиляцией, осуществляющей обмен регулируемого количества подогретого (охлажденного) до заданной температуры воздуха.

Известно, что закон изменения температуры в помещении отличается от экспоненциального [1]: в первой части он более интенсивный, во второй – более затянутый. Принято по первой части примерно определять постоянную времени помещения, а по второй – установившееся значение, объясняя такое поведение объекта теплообменными процессами между воздухом в помещении и внешним ограждением и/или массивными предметами внутри помещения.

Однако при работе системы вентиляции скорость воздушного потока вдоль помещения относительно невелика. Можно предположить, что в процессы теплообмена вносят определенный вклад диффузия и конвекция воздушных потоков, причем их влияние тем большее, чем меньше скорость движения воздуха под действием вентилятора.

Диффузионная модель, составленная из двух уравнений, отражающих законы непрерывности и Фика, для одномерного случая вдоль направления воздушного потока x, выглядит следующим образом [2]:

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2}. \qquad (1)$$

Считая, что начальная температура в помещении одинакова во всем объеме, можно найти закон изменения температуры в помещении $T_П(t)$ от тепла $q(t)$, подводимого нагревательным элементом в канале приточной вентиляции. Применив к уравнению (1) метод факторизации, получим уравнение дробно-интегрирующего звена:

$$T_П(t) = I^{\mu} q(t). \qquad (2)$$

Диффузия обусловливает порядок уравнения $\mu = 0,5$. С учетом воздействия вентилятора и теплообмена с внешней средой получим уравнение дробно-апериодического звена

$$T^{\mu} D^{\mu} T_П(t) + T_П(t) \quad \Delta T_Н(t), \qquad (3)$$

где T – формальная постоянная времени объекта (помещения), $\Delta T_Н(t)$ – перегрев в помещении, обусловленный управляемым источником тепла; $\mu \in [0,5;1]$ – порядок уравнения, зависящий от скорости воздушного потока.

Решение этого уравнения может быть найдено следующим образом. В соответствии с определением дробного интеграла в форме Римана-Лиувилля

$$I_{t_i}^{\mu} = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \int_0^{t_i} \frac{f(t)}{(t_i - t)^{1-\mu}} dt$$

для численного интегрирования уравнения (2) используем модифицированную форму

$$T_{\Pi i} = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \sum_{j=1}^{i} \frac{\Delta T_{H\,i-j+1} \Delta t^{\mu}}{(j - C_j^{\mu})^{1-\mu}}, \qquad (4)$$

где коэффициенты C_j^{μ} определены из условия отсутствия погрешности решения уравнения (2) при скачке $q(t)$:

$$C_j^{\mu} = j - \frac{1}{\left(\frac{j^{\mu}}{\mu} - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{1}{(k - C_k^{\mu})^{1-\mu}} \right)^{\frac{1}{1-\mu}}}. \qquad (5)$$

Для решения уравнения (3) используем формулу

$$T_{\Pi i} = \frac{T^{\mu}}{T^{\mu} + k_1} \left(\frac{b_i}{T^{\mu}} k_1 + \frac{1}{\Gamma(\mu)} \Sigma \right), \qquad (6)$$

где $k_1 = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \frac{\Delta t^{\mu}}{(1 - C_1)^{1-\mu}}$, $b_i \quad \Delta T_{H\,i}$,

$$\Sigma = \sum_{j=2}^{i} \frac{(b_{i-j+1} - T_{\Pi i-j+1}) \Delta t^{\mu}}{(j - C_j^{\mu})^{1-\mu}}. \qquad (7)$$

Решения уравнения (3) при $T = 1$ и $\Delta T_H(t) = 1$ и некоторых μ представлены на рис.1.

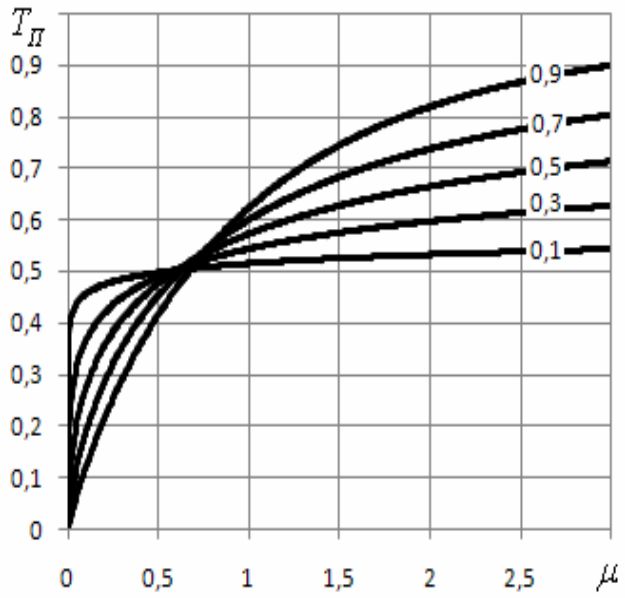

Рис.1. Графики переходных процессов дробно-апериодических звеньев

Характер процессов при $\mu \in [0,5;1]$ совпадает с известными экспериментальными данными. Это дает возможность использовать уравнение (3) для идентификации объектов в климатических системах.

Процедура идентификации может быть проведена с использованием метода минимума среднеквадратичной ошибки. Для этого представим уравнение (3) в виде

$$ay_1 + y = b,$$

где $a = T^{\mu}$, $y_1 = D^{\mu} T_{\Pi}(t)$, $y = T_{\Pi}(t)$.

Рассматривая реакцию системы на скачок задающего сигнала (на включенный с постоянной мощностью нагревательный элемент при постоянной скорости вентилятора), найдем параметры a и b следующим образом. Вычислим дробные производные при некоторых значениях μ для N измеренных значений температуры исследуемого объекта. Функционал запишем в виде

$$F = \sum_{i=1}^{N} \left(ay_{1i} + y_i - b \right)^2 \to min, \qquad (8)$$

откуда, находя частные производные по a и b, для каждого μ получим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a} = a \sum_{i=1}^{N} y_{1i}^{\ 2} + \sum_{i=1}^{N} y_{1i} y_i - b \sum_{i=1}^{N} y_{1i} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial b} = a \sum_{i=1}^{N} y_{1i} + \sum_{i=1}^{N} y_i - Nb = 0. \end{cases}$$

После определения параметров a и b необходимо найти решения уравнения по формуле (6), рассчитать значения функционала (8) и выбрать модель с наименьшей ошибкой.

На рис.2 показаны графики зависимостей $F(\mu)$ по результатам идентификации экспериментальных данных для двух граничных случаев: при неподвижном воздухе в помещении с источником тепла (F_{Π}) и с быстрым потоком воздуха непосредственно в канале вентиляции (F_H). Наименьшая погрешность идентификации в первом случае соответствует $\mu \approx 0,6$, а во втором – $\mu \approx 0,9$. Очевидно, что различия в результатах обусловлены соотношением между скоростью направленного воздушного пото-

ка и интенсивностью диффузионных и конвекционных потоков: в канале вентиляции скорость направленного потока составляет единицы и десятки, а в помещении – сотые и десятые доли метра в секунду.

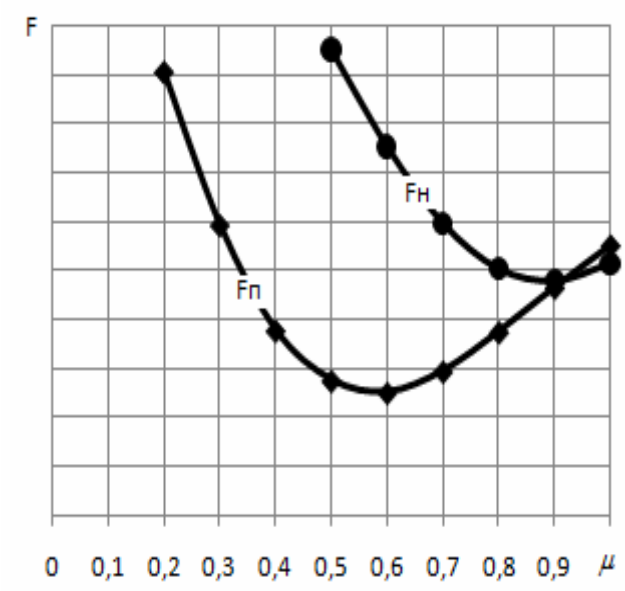

Рис.2. Графики зависимости погрешности идентификации от скорости воздушного потока и порядка уравнения

Полученная модель помещения и метод идентификации могут быть использованы в цифровых системах управления климатическими установками.

Для синтеза оптимальных регуляторов и компенсации дробно-апериодических свойств объекта целесообразно применить дробные ПИ-, ИД- или ПИД-регуляторы с соответствующими параметрам объекта коэффициентами, интегральная и дифференциальная составляющие выходных сигналов которых могут быть рассчитаны по формуле, аналогичной (4).

Список использованной литературы

1. Бондарь Е.С.Автоматизация систем вентиляции и кондиционирования воздуха: [Учеб.пособие] /Е.С.Бондарь, А.С.Гордиенко и др. – К: «Аванпост-Прим», 2005. – 560 с.

2. Учайкин В.В. Дробно-дифференциальная модель динамической памяти /В.В.Учайкин. – Математика и механика, 2001. – 14 с.

Получено 23.03.2010

Бушер
Виктор Владимирович,
канд.техн.наук,
доцент
Одесск. нац. политехн. ун-та
т. (048)7610884