

Донбасский государственный технический университет

РАЗРАБОТКА И ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РОБАСТНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫМ СИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ НА ОСНОВЕ H_2 - И H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ

Приведен синтез робастной системы управления электропривода переменного тока на базе синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов с H_2 -оптимальным и H_∞ -субоптимальным регуляторами скорости, функционирующей в условиях неполной информации об объекте и с учетом его структурных неопределенностей. Синтезированные соответствующие-регуляторы обеспечивают робастную устойчивость и качество для всех допустимых неопределенностей объекта.

Наведено синтез робастної системи керування електропривода змінного струму на базі синхронного електродвигуна зі збудженням від постійних магнітів із H_2 -оптимальним та H_∞ -субоптимальним регуляторами швидкості, що функціонує в умовах неповної інформації про об'єкт і з урахуванням його структурних невизначеностей. Синтезовані відповідні регулятори забезпечують робастну стійкість та якість для всіх допустимих невизначеностей об'єкту.

This paper presents a synthesis of robust control system of AC Drive basis on synchronous motor with permanent magnet excitation with the H_2 -optimal and H_∞ -suboptimal speed controllers, which functions under incomplete information about the plant and subject to its structural uncertainties. The H_2 - and H_∞ -controllers are synthesized, that ensure robust stability and performance for all possible uncertainties of the plant.

Введение. Одной из основных проблем современной теории управления является управление динамическими объектами в условиях неопределенности. Неопределенность обусловлена отсутствием полных сведений о параметрах или характеристиках объекта управления (ОУ). Кроме того, сама математическая модель ОУ, полученная аналитически или в результате идентификации, отличается от реальной технической системы. В последние десятилетия развивается подход, когда при наличии неопределенности возникает задача управления не единственным объектом, а семейством объектов, принадлежащих заданному множеству. По сравнению с алгоритмами классической теории управления необходимо единственным регулятором обеспечить устойчивость замкнутой системы не только для номинального объекта, но и любого объекта из заданного класса неопределенности – это и есть задача синтеза робастного управления (H_∞ -теория). Робастные САР не являются адаптивными, но обеспечивают необходимое качество работы при изменении характеристик ОУ.

Интерес к синтезу робастных регуляторов связан с потребностями в снижении необходимого объема априорной информации об объектах управления, стремлением к универсальности управляющих систем и сокращению затрат на их наладку. Следует признать, что, несмотря на серьезные теоретические достижения [1, 15, 16, 18], в том числе и в области автоматизированного электропривода, методы H_∞ -оптимизации не вошли в повседневную отечественную и зарубежную практику. Это объясняется доминированием на рынке комплектных электроприводов с «классическими» алгоритмами управления.

Постановка задач и исследования. Разработка эффективных алгоритмов регулирования скорости трехфазных синхронных электродвигателей с постоянными магнитами (СДПМ) в условиях неполной информации об объекте и с учетом его параметрической неопределенности методами H_∞ -теории.

Материалы исследования. Математическая модель СДПМ. Уравнения напряжений СДПМ в ортогональной системе координат, связанной с ротором [10, 11, 17],

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - p_0 \omega_{rm} \Psi_q; \quad (1)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + p_0 \omega_{rm} \Psi_d, \quad (2)$$

где уравнения потокосцеплений

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_f; \quad (3)$$

$$\Psi_q = L_q i_q, \quad (4)$$

здесь u_d , u_q , i_d , i_q , Ψ_d , Ψ_q – напряжения, токи и потокосцепления в системе координат ротора; R_s – активное сопротивление обмотки статора; L_d и L_q – полные индуктивности продольной (d) и поперечной (q) оси; Ψ_f – потокосцепление постоянных магнитов на роторе; p_0 – число пар полюсов машины;

Уравнения движения ротора (механическое состояние СДПМ)

$$\frac{d\omega_{rm}}{dt} = \frac{1}{J} (M_\tau - M_{\text{мех}}); \quad (5)$$

$$\frac{d\theta_{rm}}{dt} = \omega_{rm}, \quad (6)$$

где $\omega_{rm} = \omega_r / p_0$ – механическая угловая частота вращения ротора, рад/с; J – момент инерции вращающихся

масс, приведенный к валу машины, кг·м²; M_s – электромагнитный момент, Н·м; $M_{\text{мех}}$ – механический момент, приложенный к валу машины как заданная функция времени, Н·м; $\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}$ – электрическая угловая скорость ротора ($\omega_r = p_0\omega_{rm}$), измеряемая в электрических радианах за секунду; θ_{rm} – механический угол поворота ротора, измеряемый в геометрических радианах; $\theta_r = p_0\theta_{rm}$ – электрический угол поворота ротора, измеряемый в электрических радианах.

Выражение электромагнитного момента СДПМ, полученное из выражения полной мощности машины, составляющие которой приведены к вращающейся системе координат ротора [14],

$$M_s = \frac{3}{2} p_0 (\Psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q). \quad (7)$$

Выбирая $i_d, i_q, \theta_{rm}, \omega_{rm}$ в качестве переменных состояния, получим систему дифференциальных уравнений, описывающую синхронный двигатель с возбуждением от постоянных магнитов на роторе,

$$\begin{cases} \frac{d\omega_{rm}}{dt} = \frac{3p_0\Psi_f}{2J} i_q + \frac{3p_0}{2J} (L_d - L_q) i_d i_q - \frac{1}{J} M_{\text{мех}}; \\ \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} i_d + p_0\omega_{rm} \frac{L_q}{L_d} i_q + \frac{1}{L_d} u_d; \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} i_q - p_0\omega_{rm} \frac{L_d}{L_q} i_d - p_0\omega_{rm} \frac{\Psi_f}{L_q} + \frac{1}{L_q} u_q. \end{cases} \quad (8)$$

Уравнения (7 – 8) описывают динамику СДПМ в ортогональной системе координат dq, жестко связанной с ротором машины. В результате линеаризации и декомпозиции системы ($i_d = 0$) получим систему линейных дифференциальных уравнений, описывающую объект управления в контуре регулирования скорости,

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (-R_s i_q - k_e \omega_{rm} + u_q); \\ \frac{d\omega_{rm}}{dt} = \frac{1}{J} (k_t i_q - M_{\text{мех}}); \\ M_s = \frac{3}{2} p_0 \Psi_f i_q = k_t i_q, \end{cases} \quad (9)$$

где $k_t = 3/2 p_0 \Psi_f$ – постоянная электромагнитного момента, Нм/А; постоянная величина, связывающая электромагнитный момент с действующим значением тока статора; $k_e = p_0 \Psi_f$ – постоянная двигателя, В·с/рад (постоянная величина, связывающая значение ЭДС с угловой скоростью машины).

Уравнения (9) согласуются с уравнениями двигателя постоянного тока с независимым возбуждением [13]. На рис.1 представлена структурная схема отдельного канала регулирования скорости трехфазного вентильного двигателя переменного тока с постоянными магнитами.

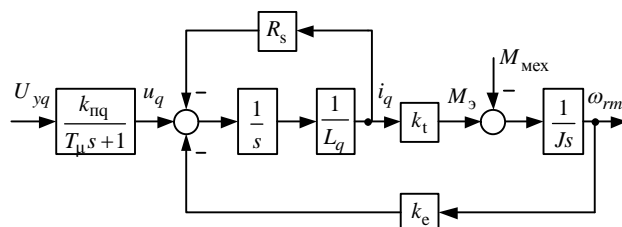


Рис.1. Линеаризованная структурная схема моментобразующего контура СДПМ с учётом инерционности ПЧ

Формирование обобщённого/расширенного объекта. В качестве объекта для дальнейших исследований принят электропривод с преобразователем частоты SINAMICS и синхронным серводвигателем с возбуждением от постоянных магнитов, входящие в состав экспериментальной установки. Структурная схема ОУ приведена на рис. 1. Технические данные СДПМ типа 1FT6044-1AF71-3DG1:

$P_H = 1,35$ кВт; $U_H = 340$ В; $I_H = 2,9$ А; $M_H = 4,3$ Н·м;

$n_H = 3000$ об/мин; $p_0 = 2$; $R_s = 3,05$ Ом; $L_q = 16$ мГн;

$J = 0,51 \times 10^{-3}$ кг·м²; $k_t = 1,65$ Нм/А; $k_e = 1,041$ В·с/рад. Двигатель выполнен с неявнополюсным ротором с возбуждением от постоянным магнитов, в котором индуктивности статора по продольной и поперечной осям $L_q = L_d$.

Полагаем, что индуктивность обмотки статора изменяется в диапазоне $\pm 20\%$, активное сопротивление обмотки статора в диапазоне $\pm 30\%$, а момент инерции, приведенный к валу двигателя, – в диапазоне $\pm 40\%$ от номинальных значений. Передаточный коэффициент, постоянная времени преобразователя частоты, постоянные электромагнитного момента k_t и двигателя k_e , включающие в себя потокосцепление, создаваемое постоянными магнитами на роторе машины Ψ_f , считаются постоянными величинами.

Описание вышеуказанных неопределенностей, которые либо точно не известны, либо изменяются в процессе работы электропривода, представленных как линейное дробное преобразование (ЛДП); определение динамики входов/выходов системы в матричном представлении с учетом неопределенностей как $G(s)$ – матрица передаточных функции (МПФ), а также последовательность преобразования структурных схем ОУ с неопределенными параметрами, рассмотрены авторами в [2,3,12].

На рис.2 приведены частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ) возмущенной разомкнутой системы, которые получены при различных значениях параметров возмущения $\delta_L, \delta_R, \delta_J$, для каждого возмущения выбирается 3 величины в соответствии с созданной МПФ разомкнутой системы [2,3,12].

В H_∞ -теории Дж. Дойлом и др. было доказано, что стандартная задача H_∞ -управления (которая часто называется задачей минимизации энергии выхода) может быть развязана с помощью решения двух алгебраических уравнений Риккати [15] и связана со структурной схемой, представленной на рис.3.

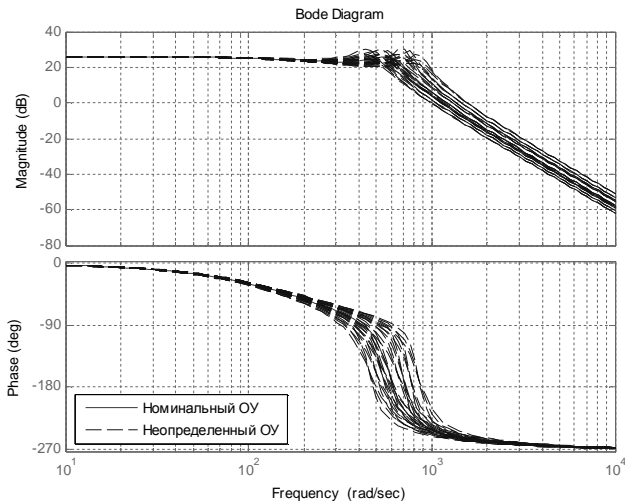


Рис.2. Семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ возмущенной системы в пределах $-1 \leq \delta_L, \delta_R, \delta_j \leq 1$

На рис. 3 приняты следующие обозначения: $w(t)$ – вектор внешних воздействий (возмущающих и задающих); $y(t)$ – вектор измеряемого выхода, используемый для улучшения качества работы САР (вектор, по которому замыкается через регулятор обратная связь); $u(t)$ – выходной вектор регулятора (вектор управляющих воздействий); $z(t)$ – вектор ошибки, используемый для контроля качества САР (вектор, который необходимо сделать минимальным в определенном смысле).

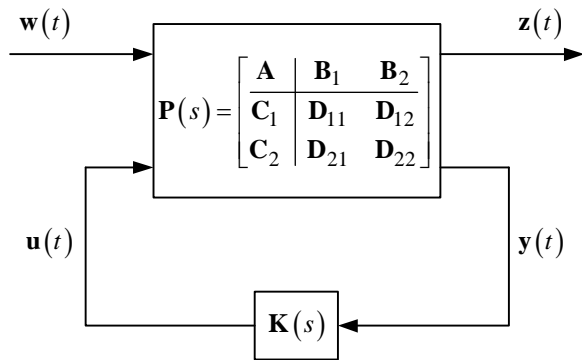


Рис.3. Структурная схема синтезируемой системы (стандартная задача H_∞ -управления)

Матрица передаточных функций $P(s)$ представляет не только сам объект $G(s)$, которым необходимо управлять, но и т.н. весовые функции, которые используются для обеспечения желаемого качества. Такого рода объект $P(s)$ называется обобщенным (расширенным) объектом, структурная схема которого показана на рис. 4.

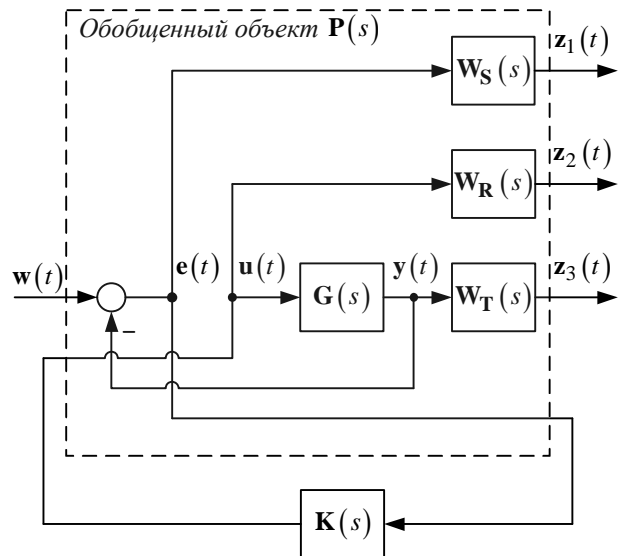


Рис.4. Структурная схема обобщенного объекта

На рис.4 $G(s)$ – матричная передаточная функция объекта управления; $K(s)$ – робастный регулятор; $P(s)$ – МПФ обобщенного объекта с учетом весовых функций; $W_S(s)$, $W_R(s)$ и $W_T(s)$ – весовые функции, зависящие от частоты. Далее аргументы (s) и (t) будут опускаться.

Матричная передаточная функция от задающего входного воздействия w к ошибке слежения z называется функцией чувствительности

$$S = (I + GK)^{-1}. \quad (10)$$

Передаточная функция (ПФ) от задающего входного сигнала к выходу называется дополнительной функцией чувствительности

$$T = GK(I + GK)^{-1}. \quad (11)$$

Заметим, что МПФ замкнутой системы T устанавливает связь между выходом системы и входом сигнала задания. Эта ПФ также определяет, как шум датчика (помеха измерения) влияет на выход системы. Функция чувствительности S описывает выход как функцию входа возмущения. Она также определяет реакцию ошибки слежения на сигнал задания, т.е. S является передаточной функцией по ошибке. Из определений S и T следует, что

$$S + T \frac{I}{I + GK} + \frac{GK}{I + GK} = I. \quad (12)$$

Матричная передаточная функция чувствительности управления

$$R = K(I + GK)^{-1}. \quad (13)$$

Таким образом, T является дополнительной функцией чувствительности, так как T в сумме с S равно единице. Выражение (12) является важной зависимостью, которая вводит ограничение на достигаемое качество. S является чувствительностью ПФ замкнутой системы к малым возмущениям в G .

Функция чувствительности S и дополнительная функция чувствительности T в сочетании с весовыми

функциями \mathbf{W}_S , \mathbf{W}_R и \mathbf{W}_T широко применяются для оценки качества в H_∞ -теории [6,7].

Например, критерий качества может быть выражен неравенством

$$\|\mathbf{W}_S \mathbf{S}\|_\infty < 1. \quad (14)$$

В дальнейшем ищется такой регулятор, чтобы минимизировать норму $\|\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3\|_\infty$. При этом для компенсации возмущений необходимо иметь ошибку \mathbf{e} в диапазоне низких частот, а для обеспечения устойчивости и подавления высокочастотных помех желательно иметь малое значение \mathbf{y} в высокочастотном диапазоне. Для этого нужно ошибку \mathbf{e} в диапазоне низких частот «взвешивать» с большим весом, чем при высоких частотах, т.е. амплитуда частотной характеристики \mathbf{W}_S должна уменьшаться при увеличении частоты (\mathbf{W}_S – фильтр низких частот). Напротив, амплитуда частотной характеристики \mathbf{W}_T должна увеличиваться при увеличении частоты (\mathbf{W}_T – фильтр высоких частот). Что касается частотной характеристики \mathbf{W}_R , то она может оказаться необходимой для ограничения мощности управления, а также как параметр, настраиваемый для регулирования быстродействия. Так как сингулярная величина $S(j\omega)$ определяет ослабление возмущений, то требуемое ослабление возмущений может быть задано как

$$\sigma_1(S(j\omega)) \leq |W_S^{-1}(j\omega)|. \quad (15)$$

Имея в виду сказанное выше, границы для остальных функций чувствительности задаются в следующем виде:

$$\sigma_1(R(j\omega)) \leq |W_R^{-1}(j\omega)|. \quad (16)$$

$$\sigma_1(T(j\omega)) \leq |W_T^{-1}(j\omega)|. \quad (17)$$

При этом должно выполняться условие

$$\sigma_1(W_S^{-1}(j\omega)) + \sigma_1(W_T^{-1}(j\omega)) > 1. \quad (18)$$

Из изложенного видно, что выбор весовых функций является неоднозначной задачей, требующей для своего решения достаточного опыта разработчика, а также применения метода проб и ошибок. От выбора этих частотных характеристик зависит также и возможность довести решение задачи H_∞ -управления до конца.

После задания весовых матриц существующая система расширяется так, что она включает в себя уравнения этих матриц как дополнительные фазовые координаты. Расширенная система для синтеза регулятора представляет собой обобщенный объект \mathbf{P} .

Обобщенный объект \mathbf{P} (рис. 3) имеет два входа (\mathbf{w} и \mathbf{u}), два выхода (\mathbf{z} и \mathbf{y}) и может быть разделен на четыре МПФ:

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{W}_S & -\mathbf{W}_S \mathbf{G} \\ 0 & \mathbf{W}_R \\ 0 & \mathbf{W}_T \mathbf{G} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{array} \right]. \quad (19)$$

где \mathbf{P}_{ji} – МПФ от i -го входа до j -го выхода. $\mathbf{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K})$

– это МПФ замкнутой системы от входа возмущения \mathbf{w} до выхода ошибки (контролируемая переменная) \mathbf{z} , \mathbf{T}_{zw} , которая получена путем нижнего линейно-дробного преобразования (LLFT) [2, 12]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}_{zw} \mathbf{w} = \mathbf{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \mathbf{w}, \quad (20)$$

$$\mathbf{T}_{zw} = \mathbf{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{K}) \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{P}_{21}. \quad (21)$$

Все требования к системе по ослаблению возмущений и обеспечению запаса устойчивости сводятся к единственному требованию

$$\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty \leq 1, \quad (22)$$

где

$$\mathbf{T}_{zw} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_R \mathbf{R} \\ \mathbf{W}_T \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (23)$$

– так называемая функция стоимости метода смешанной чувствительности (mixed sensitivity).

Следовательно, задачей H_∞ -оптимизации является выбор такого регулятора \mathbf{K} , который бы минимизировал бесконечную норму \mathbf{T}_{zw} или $\min \|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty$, а H_2 -регулятор должен обеспечить минимум $\|\mathbf{T}_{zw}\|_2$. При этом выбор оптимального регулятора \mathbf{K} осуществляется над множеством всех регуляторов, обладающих свойством делать замкнутую систему \mathbf{T}_{zw} внутренне устойчивой, т.е. над множеством стабилизирующих регуляторов. Для SISO системы H_∞ -норма передаточной функции $\mathbf{G}(s)$, $\|\mathbf{G}\|_\infty$ в скалярном выражении конечна и равна максимальному значению амплитудно-частотной характеристики $\mathbf{G}(j\omega)$. Таким образом, H_∞ -норма служит мерой усиления системы. H_∞ -норма ПФ есть энергия выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Если выходом является ошибка, а входом возмущение, то минимизируя H_∞ -норму ПФ, мы минимизируем энергию ошибки для наихудшего случая входного возмущения.

Для создания обобщенного объекта \mathbf{P} использовались следующие весовые функции:

$$\mathbf{W}_S = \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A}; \quad \mathbf{W}_R = const, \quad (24)$$

где $A = 0,001$ (–60 дБ) – желаемая максимально допустимая ошибка в установившемся режиме; $\omega_0 = 200$ с⁻¹ – желаемая полоса пропускания; $M = 4$ (12 дБ) – пик чувствительности.

На рис.5 приведена инверсия весовой функции чувствительности W_S^{-1} .

Весовая функция дополнительной чувствительности

$$\mathbf{W}_T = \frac{s + \omega_0 / M}{As + \omega_0} \quad (25)$$

не использовалась.

Весовые функции \mathbf{W}_S , \mathbf{W}_R и \mathbf{W}_T «накладывают штраф» на сигнал ошибки, сигнал управления и выходной сигнал соответственно. Общие рекомендации

для выбора весовых функций и формирования контура управления (loopshaping) изложены в [4].

Весовые функции являются рациональными, устойчивыми, минимально-фазовыми передаточными функциями (т.е. нет полюсов или нулей в правой полуплоскости). Отметим, что при целенаправленном изменении параметров весовых функций A , ω_0 и M (см. рис. 5) можно достичь желаемых характеристик качества системы управления, что показано авторами в работах [4-6].

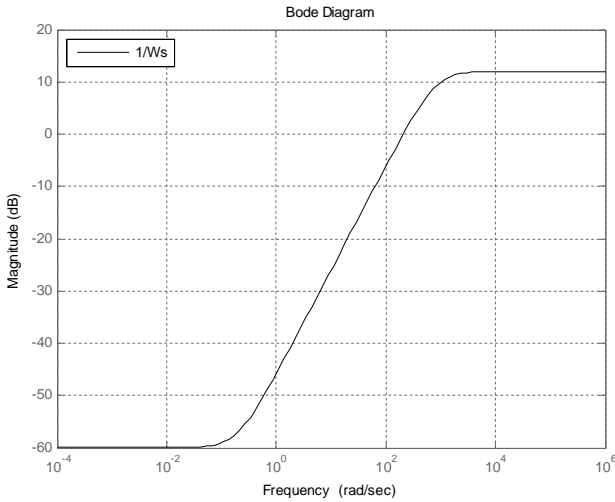


Рис.5. Частотная характеристика инверсии весовой функции чувствительности W_S^{-1}

Синтез регуляторов с использованием «Два-Риккати подхода». Стандартный объект P (обобщенный объект) задается в виде

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

и система (рис. 3) описывается следующей системой уравнений в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t); \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t); \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} u(t); \\ u(t) = Ky(t). \end{cases} \quad (27)$$

Полагаем, что объект (26) в данной постановке обладает следующими свойствами [1, 15]:

- а) пара (A, B_1) – стабилизируемая, пара (A, C_1) – детектируемая;
- б) пара (A, B_2) – стабилизируемая, пара (A, C_2) – детектируемая;

$$в) D_{12}^T \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}; \quad \gamma) \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{12} \end{bmatrix} D_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

Синтез робастного регулятора по критерию минимума H_2 -нормы. Для нахождения допустимого регулятора K , который минимизирует $\|T_{zw}\|_2$ вводятся две матрицы Гамильтона [1,7,15,17]:

$$H_2 = \begin{bmatrix} A & -B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} A^T & -C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}, \quad (28)$$

которые отвечают алгебраическим уравнениям Риккати по управлению и фильтрации соответственно:

$$A^T X_2 + X_2 A - X_2 B_2 B_2^T X_2 + C_1^T C_1 = 0, \quad (29)$$

$$A Y_2 + Y_2 A^T - Y_2 C_2^T C_2 Y_2 + B_1 B_1^T = 0, \quad (30)$$

H_2 и $J_2 \in \text{dom}(\text{Ric})$; $X_2 = \text{Ric}(H_2)$, $Y_2 = \text{Ric}(J_2)$ – неотрицательно определены, так стандартный объект (26) обладает свойствами а) и б) [1, 15].

Введем следующие матрицы:

$$F_2 = -B_2^T X_2, \quad L_2 = -Y_2 C_2^T, \quad (31)$$

$$A_{F_2} = A + B_2 F_2, \quad C_{1F_2} = C_1 + D_{12} F_2, \quad (32)$$

$$A_{L_2} = A + L_2 C_2, \quad B_{1L_2} = B_1 + L_2 D_{21}, \quad (33)$$

$$A'_2 = A + B_2 F_2 + L_2 C_2, \quad (34)$$

и матрицы передаточных функций:

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} A_{F_2} & I \\ C_{1F_2} & 0 \end{bmatrix}, \quad G_f(s) = \begin{bmatrix} A_{L_2} & B_{1L_2} \\ I & 0 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Сформулируем теорему, описывающую H_2 -оптимальный регулятор.

Теорема 1. Единственный H_2 -оптимальный регулятор определяется формулой [15]:

$$K_2(s) = \begin{bmatrix} A'_2 & -L_2 \\ F_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

при этом

$$\begin{aligned} \min \|T_{zw}\|_2^2 &= \|G_c B_1\|_2^2 + \|F_2 G_f\|_2^2 = \\ &= \|G_c L_2\|_2^2 + \|C_1 G_f\|_2^2. \end{aligned} \quad (37)$$

Для последующего сравнения с H_∞ -регулятором также целесообразно сформулировать теорему о множестве субоптимальных H_2 -регуляторов.

Теорема 2. Семейство всех допустимых H_2 -субоптимальных регуляторов, таких что $\|T_{zw}\|_2 < \gamma$, содержит множество всех передаточных матриц от $y(t)$ к $u(t)$ системы (рис. 6) [15], где

$$M_2(s) = \begin{bmatrix} A'_2 & -L_2 & B_2 \\ F_2 & 0 & I \\ -C_2 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\|Q\|_2^2 < \gamma_2 - \left(\|G_c B_1\|_2^2 + \|F_2 G_f\|_2^2 \right), \quad Q \in \square H^2. \quad (39)$$

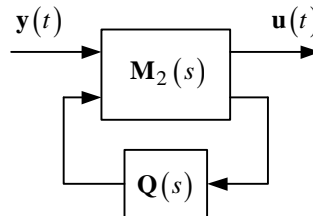


Рис.6. Структурная схема H_2 -субоптимальных регуляторов

Таким образом, семейство субоптимальных регуляторов описано дробно-рациональным преобразованием $F_L(M_2, Q)$ со свободным параметром Q , за-

висящим от γ . Если положить $\mathbf{Q} = 0$, то получаем \mathbf{K}_2 , который называется центральным регулятором в семействе субоптимальных регуляторов $[\mathbf{F}_L(\mathbf{M}_2, \mathbf{Q})]_{\mathbf{Q}=0} = \mathbf{F}_{L_0}(\mathbf{M}_2, \mathbf{Q})$.

Синтез робастного регулятора по критерию минимума H_∞ -нормы. H_∞ -оптимальный регулятор намного сложнее H_2 -оптимального, и с точки зрения вычислительных алгоритмов необходима организация поисковой процедуры (γ -итерации) [1, 15].

Для решения H_∞ -проблемы оптимизации вводятся две новые матрицы Гамильтона:

$$\mathbf{H}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \gamma^2 \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T - \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \\ -\mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \gamma^2 \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T & -\mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

соответствующие алгебраическим уравнениям Риккати по управлению и фильтрации:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty \mathbf{A} - \mathbf{X}_\infty (\mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T - \gamma^2 \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T) \mathbf{X}_\infty + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 = 0, \quad (41)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{Y}_\infty + \mathbf{Y}_\infty \mathbf{A}^T - \mathbf{Y}_\infty (\mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 - \gamma^2 \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1) \mathbf{Y}_\infty + \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T = 0, \quad (42)$$

Важное отличие от (29) и (30) здесь в том, что правые верхние $-(1,2)$ блоки этих матриц не знакоопределенные и зависят от параметра γ , поэтому нельзя использовать теоремы для того, чтобы гарантировать принадлежность этих гамильтоновых матриц $\text{dom}(\text{Ric})$. Поэтому в теореме 3 о существовании допустимого H_∞ -регулятора появляются дополнительные условия по сравнению с теоремой 1. Заметим также, что $(1,2)$ -блок \mathbf{H}_∞ представляет собой сумму $(1,2)$ блоков гамильтоновых матриц для вычисления H_∞ -нормы и для синтеза H^2 -оптимального регулятора (29).

Теорема 3. Существует допустимый регулятор $\mathbf{K}_\infty(s)$ такой, что $\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty < \gamma$, если выполняются следующие условия [15]:

- 1) $\mathbf{H}_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ и $\mathbf{X}_\infty = \text{Ric}(\mathbf{H}_\infty) \geq 0$;
- 2) $\mathbf{J}_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ и $\mathbf{Y}_\infty = \text{Ric}(\mathbf{J}_\infty) \geq 0$;
- 3) $\rho(\mathbf{X}_\infty \mathbf{Y}_\infty) < \gamma^2$,

где $\rho(\square)$ – спектральный радиус выражения в скобках (собственное значение с максимальным модулем).

Тогда регулятор задается следующими формулами:

$$\mathbf{K}_\infty(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_\infty & | & -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty \\ \mathbf{F}_\infty & | & 0 \end{bmatrix}, \quad (43)$$

где

$$\mathbf{A}'_\infty = \mathbf{A} + \gamma^2 \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty \mathbf{C}_2, \quad (44)$$

$$\mathbf{F}_\infty = -\mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_\infty, \quad \mathbf{L}_\infty = -\mathbf{Y}_\infty \mathbf{C}_2^T, \quad \mathbf{Z}_\infty = (\mathbf{I} - \gamma^2 \mathbf{Y}_\infty \mathbf{X}_\infty)^{-1}. \quad (45)$$

Следующая теорема дает параметризованное множество H_∞ – субоптимальных регуляторов.

Теорема 4. Если выполняются условия

- 1) – 3) теоремы 3, то множество допустимых регуля-

торов, у которых $\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty < \gamma$, описываются множеством передаточных функций от $\mathbf{y}(t)$ к $\mathbf{u}(t)$ системы [15]:

$$\mathbf{M}_\infty(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_\infty & | & -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty & \mathbf{Z}_\infty \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{F}_\infty & | & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_2 & | & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$\mathbf{Q} \in \square H^\infty, \quad \|\mathbf{Q}\|_\infty < \gamma. \quad (47)$$

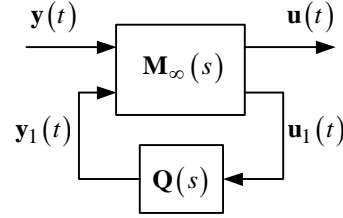


Рис.7. Структурная схема H_∞ – субоптимальных регуляторов

Таким образом, семейство субоптимальных регуляторов представляется \mathbf{M}_{q_∞} – ПФ замкнутой системы рис. 7 со свободным параметром \mathbf{Q} , удовлетворяющим (47), т.е. дробно-рациональным преобразованием $\mathbf{M}_{q_\infty} = \mathbf{F}_L(\mathbf{M}_\infty, \mathbf{Q})$. При $\mathbf{Q} = 0$ из \mathbf{M}_∞ получается центральный регулятор \mathbf{K}_∞ .

Робастные H_2 -оптимальный и H_∞ -субоптимальный регуляторы скорости СДПМ были синтезированы с помощью эффективных методов реализованных в пакете расширения Robust Control Toolbox системы MATLAB, позволяющих по представленным алгоритмам вычислить центральный H_∞ -субоптимальный регулятор, который минимизирует H_∞ -норму замкнутой системы $\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty$ и H_2 -оптимальный регулятор, который обеспечивает минимум $\|\mathbf{T}_{zw}\|_2$. Синтезированные робастные регуляторы скорости по критерию H_2 - и H_∞ -нормы является регуляторами 4 порядка. Достигнутая H_∞ -норма замкнутой системы, полученная в ходе итерационного процесса, составила 0,5308; H_2 -норма $\|\mathbf{T}_{zw}\|_2 \rightarrow \infty$, так как решение оптимально.

На рис.8 приведена функция чувствительности, ограниченная по амплитуде весовой функцией чувствительности $\mathbf{W}_S(s)$, т.е. выполнение условия (15) $\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega)) \leq \underline{\sigma}(\mathbf{W}_S^{-1}(j\omega))$. Эта верхняя грань амплитуды инвертирована, чтобы получить весовую функцию чувствительности $\mathbf{W}_S(s)$. Итак, если $\mathbf{S}(s)$ умножить на весовую функцию $\mathbf{W}_S(s)$, то амплитуда $\mathbf{W}_S \mathbf{S}(s)$ будет меньше единицы или равна ей на всей частоте. Этот пример называют «весовой задачей чувствительности», так как H_∞ -регулятор минимизирует максимальную величину $\mathbf{W}_S \mathbf{S}$ на всей частоте.

На рис.9 представлены результаты имитационного моделирования электропривода с синтезированными H_2 - и H_∞ -регуляторами скорости для различных видов задающего воздействия (реакция на скачок управления и отработка замкнутой САР заданной траектории), а также при одновременном увеличении и уменьшении момента инерции J и сопротивления обмотки статора R_s в 4 раза, для следующего соотношения постоянных времени электропривода:

$$(R_s, J)_{\text{НОМ}} \rightarrow T_M / T_3 = 1,12$$

$$(R_s, J) \uparrow \rightarrow T_M \uparrow / T_3 \downarrow = 71,45;$$

$$(R_s, J) \downarrow \rightarrow T_M \downarrow / T_3 \uparrow = 0,01.$$

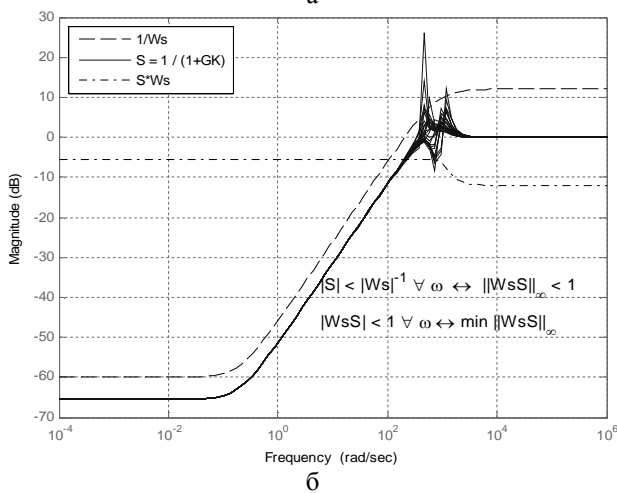
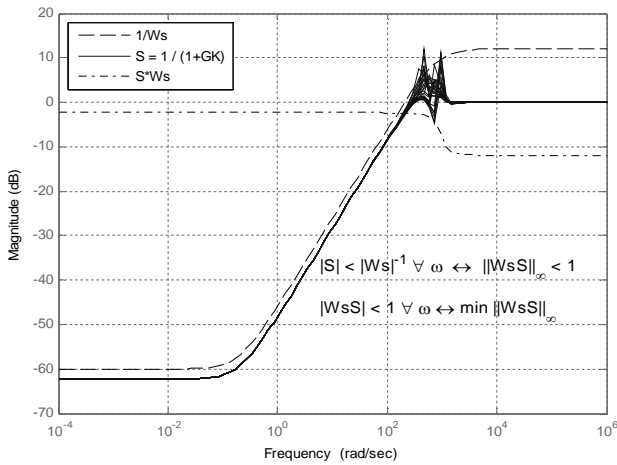


Рис.8. Частотные характеристики функции чувствительности S и ее произведение с весовой функцией W_s ; а – с H_2 -оптимальным регулятором; б – с H_∞ -субоптимальным регулятором

Экспериментальные исследования. Далее показана возможность практической реализации робастных алгоритмов управления СДПМ и питания последнего от преобразователя частоты SINAMICS S120, являющегося ключевым элементом созданной лабораторной установки [9]. Отличительной особенностью установки является возможность реализации алгоритмов управления в системе регулирования преобразователем практически любой сложности и *исключительно на программном уровне*, что стало возможным благодаря использованию системы MATLAB с входящими в её состав программой структурного моделирования динамических объектов Simulink и мастерских реального времени Real-Time Workshop и Real-Time Windows Target, в которых и создано программное обеспечение для управления ПЧ.

Отметим, что САР скорости СДПМ уже содержит внутренний контур регулирования q - составляющей статорного тока. В базовой прошивке преобразователя SINAMICS S120 этот контур реализован с

пропорционально-интегральным регулятором. Изменить структуру этого регулятора, в том числе и алгоритмы переключения силовых ключей инверторной части доступными пользователю программными средствами не представляется возможным. Поэтому принято решение о реализации робастных алгоритмов лишь в канале регулирования скорости и/или внешнем технологическом регуляторе в случае построения трёхконтурных САР, без изменения структуры регулятора q -составляющей статорного тока и алгоритмов переключения силовых ключей инверторного модуля. На самом деле этот факт даже на руку разработчикам, поскольку позволяет упростить конечный алгоритм регулятора скорости, так как снижается порядок объекта управления (контур тока оптимизирован, в результате чего скомпенсирована электромагнитная постоянная времени), иными словами, объект управления представлен

$$W_{oy}(s) = \frac{1/k_{от}}{aT_\mu s + 1} \cdot \frac{k_t}{Js} k_{ос}, \quad (48)$$

где $k_{от}$, $k_{ос}$ – коэффициенты обратной связи по току и скорости соответственно; aT_μ – малая некомпенсированная постоянная времени в контуре (по аналогии с классической оптимизацией).

При создании обобщенного объекта P использовались следующие весовые функции

$$W_s = \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A} \frac{1}{s}; \quad W_R = 0,01, \quad (49)$$

где $A = 0,001$ (–60 дБ) – желаемая максимально допустимая установившаяся ошибка в установившемся режиме; $\omega_0 = 200 \text{ с}^{-1}$ – желаемая полоса пропускания; $M = 2$ (6 дБ) – пик чувствительности.

Следует отметить, что для повышения порядка астатизма замкнутой системы по каналу возмущения в весовую функцию W_s введена интегральная составляющая $1/s$.

Синтезированный средствами Robust Control Toolbox H_∞ -субоптимальный регулятор скорости представим передаточной функцией

$$K_\infty(s) = \frac{385s^3 + 6,18e6s^2 + 3,202e8s - 0,0008404}{s^4 + 1,621e4s^3 + 3,413e6s^2 + 6,819e5s + 0,68},$$

достигнутая H_∞ -норма замкнутой системы, полученная в ходе итерационного процесса 0,992.

С помощью эффективных алгоритмов понижения порядка системы MATLAB полученный регулятор был редуцирован следующим образом:

$$K_{\infty red}(s) = \frac{385s^2 + 2,001e4s + 9,925e - 10}{s^3 + 213,3s^2 + 42,62s + 4,262e - 5}.$$

При практической реализации $K_{\infty red}(s)$ представлен в виде State-Space модели. Такт расчёта реализованного контура регулирования скорости составляет 62,5 мкс. На рис.10 представлены результаты работы электропривода с синтезированным H_∞ -субоптимальным регулятором скорости для различных видов задающего воздействия при работе двигателя вхолостую, а также при действии момента нагрузки (эксперимент проводился для увеличенного момента инерции в 2 раза от расчётного значения).

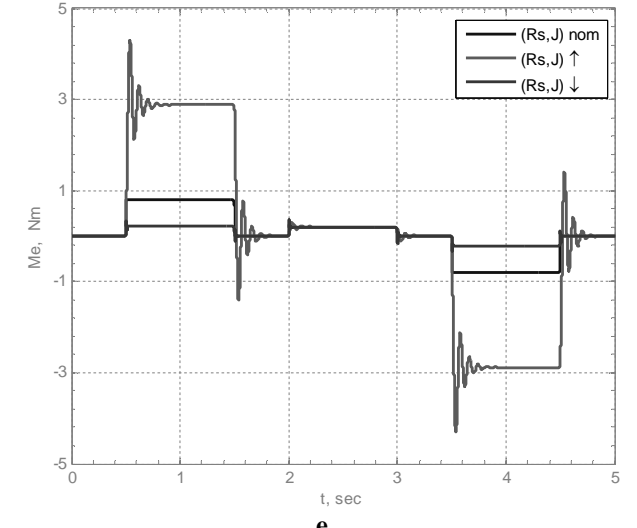
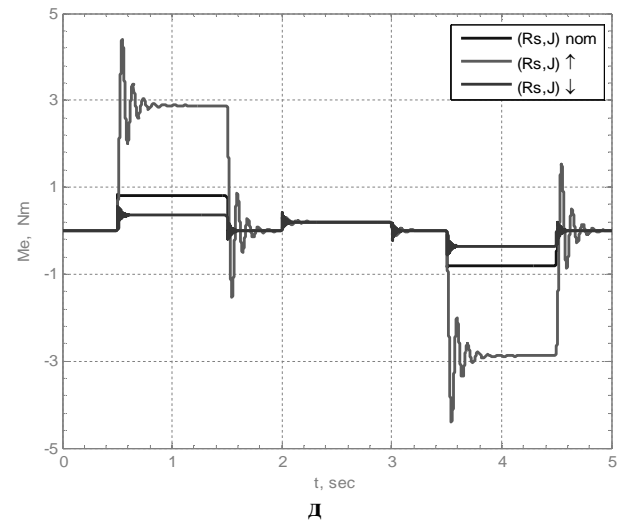
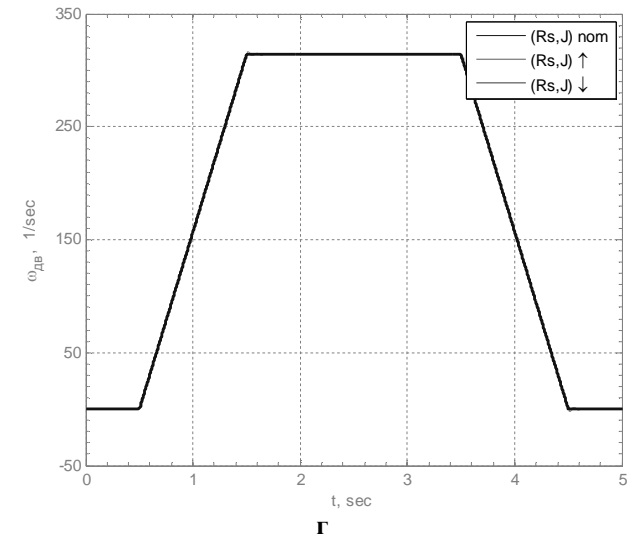
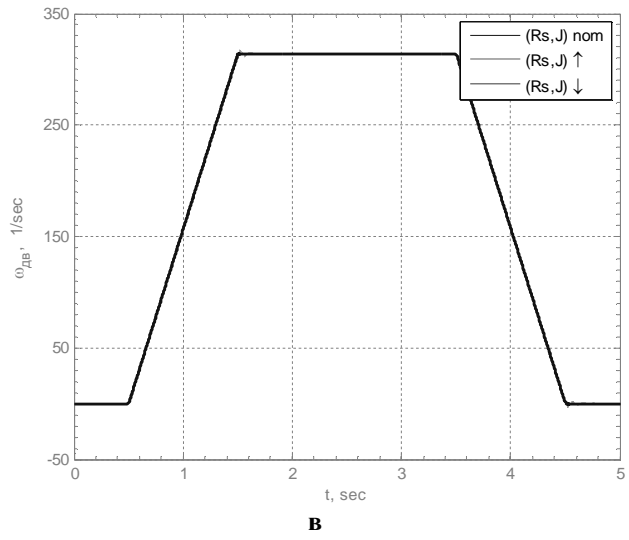
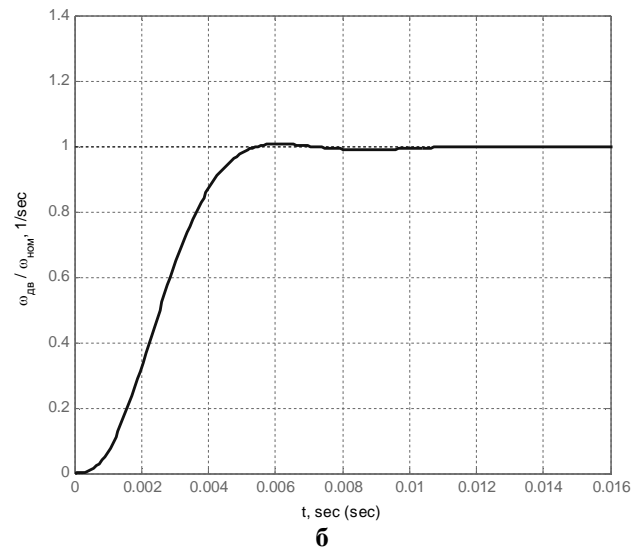
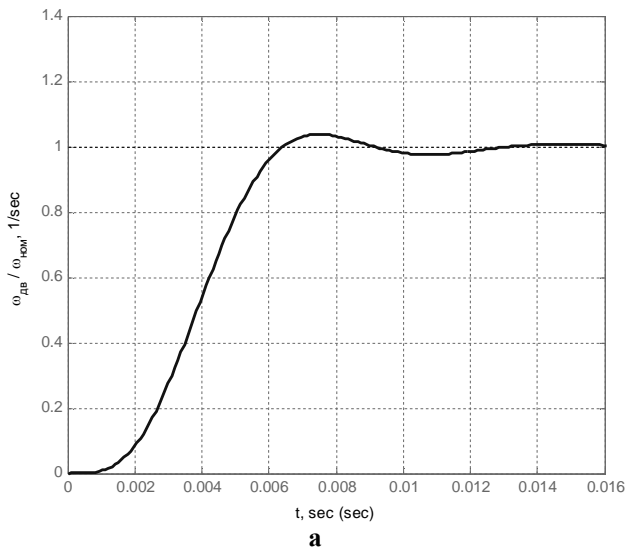
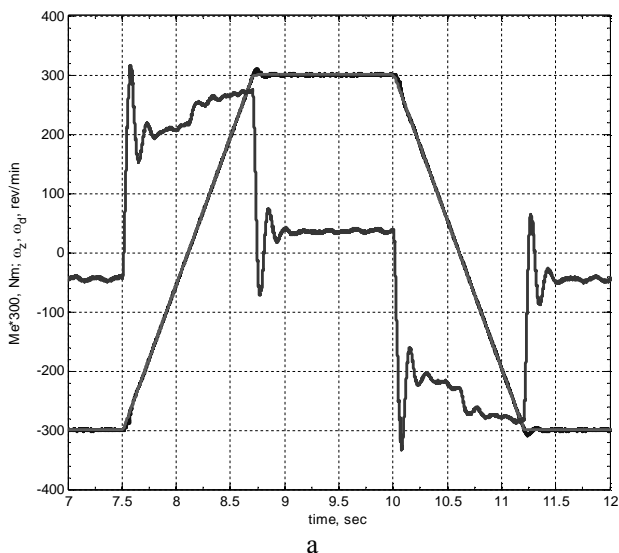
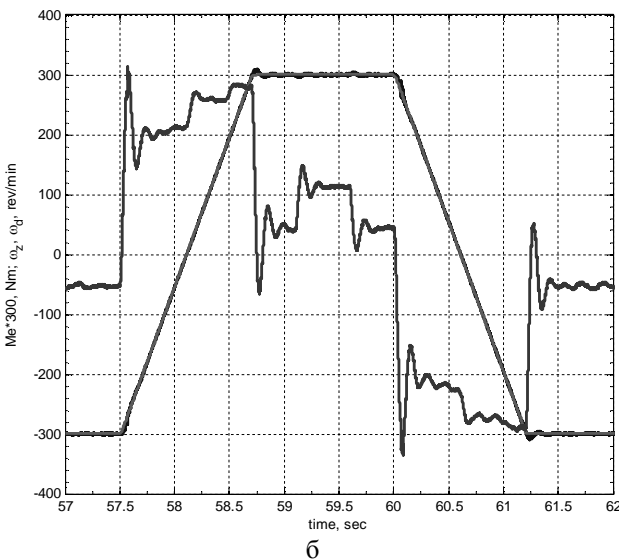


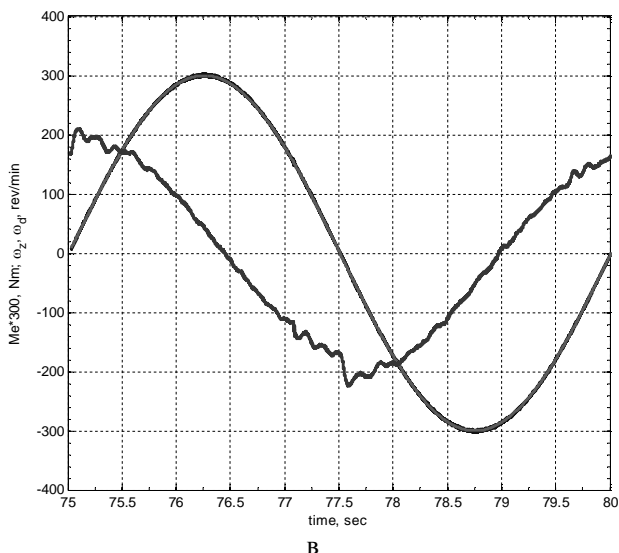
Рис.9. Результаты моделирования робастной САР для различного задающего воздействия при одновременном изменении момента инерции J и сопротивления обмотки статора R_s в 4 раза от номинальных параметров:
 а, в, д – с H_2 -оптимальным регулятором; б, г, е – с H_∞ -субоптимальным регулятором



а



б



в

Рис. 10. Экспериментальные исследования ЭП с синтезированным H_∞ -субоптимальным регулятором скорости для различных видов задающего воздействия при увеличении момента инерции J в 2 раза от расчётного значения: а, в – без нагрузки; б – с нагрузкой

Выводы. Синтезированы робастные H_2 -оптимальный и H_∞ -субоптимальный регуляторы скорости трехфазных СДПМ в условиях неполной информации об объекте и с учетом его неопределенностей. Полученные H_2 - и H_∞ -регуляторы обеспечивает системе управления робастные характеристики качества и заданную точность поддержания скорости. Разработаны программные коды (m-файлы) в системе MATLAB, позволяющие алгоритмизировать процедуру синтеза робастных САП для электромеханических объектов n -го порядка. Предложенные алгоритмы управления реализованы в реальном «железе», проведены экспериментальные исследования работы электропривода, которые подтверждают основные идеи, положенные в основу робастного управления. Практическая реализация H_2 - и H_∞ -регуляторов на действующих промышленных объектах с ПЧ SINAMICS может быть осуществлена средствами технологии программирования DCC (Drive Control Charts), а также технологического программного обеспечения SIMOTION SCOUT.

Список использованной литературы

1. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н.Д. Егупова – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
2. Полилов Е.В. Синтез робастного H_∞ -субоптимального регулятора положения позиционного электропривода / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісн. Кременчуцького держ. техн. ун-ту ім. М. Остроградського. – Кременчук: – 2008. – Вип. 3/2008 (50). – Ч. 1. – С.64-71.
3. Полилов Е.В. Синтез робастной системы управления явнополюсной синхронной машины / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісн. Нац. техн. ун-ту «ХПІ». – Харків: – 2008. – № 30. – С.136-140.
4. Полилов Е.В. Практический подход к выбору весовых функций для H_∞ -теории робастного управления / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісн. Кременчуцького держ. техн. ун-ту ім. М. Остроградського. – Кременчук: – 2008. – Вип. 3/2009 (56). – Ч. 2. – С.17-24.
5. Полилов Е.В. μ -анализ и синтез робастной системы управления электропривода постоянного тока / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Вісн. Кременчуцького держ. техн. ун-ту ім. М. Остроградського. – Кременчук: – 2008. – Вип. 3/2009 (56). – Ч. 2. – С.25-30.
6. Полилов Е.В. Сравнительный анализ H_2 , H_∞ и μ -регуляторов робастных систем управления электропривода постоянного тока / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленов, Е.С. Руднев // Тематич. вип. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» наук.-техніч. журналу «ЕЛЕКТРОІНФОРМ». – Львів: – 2009. – С.249-254.
7. Полилов Е.В. Синтез робастного H_2 -оптимального регулятора положения позиционного электропривода / Е.В. Полилов, Е.С. Руднев, С.П. Скорик // 36. Наук. праць ДДТУ (технічні науки). – Дніпропетровськ: – 2009. – Вип. 2(12). – С.98-103.

8. Полилов Е.В. Робастное управление синхронным электроприводом на основе H_2 - и H_∞ -оптимизации / Е.В. Полилов, Е.С. Руднев, С.П. Скорик // Наук. праці Донецького нац. техн. ун-ту. Серія «Ел.техніка і енергетика». – Донецьк: – 2011. – Вип. 11 (186). – С. 305-314.

9. Практическая реализация и исследование релейно-робастных алгоритмов управления синхронными электродвигателями / Е.В. Полилов, А.М. Батрак, А.И. Мотченко, Е.С. Руднев // Вісн. Нац. техн. ун-ту «ХП». – Харків: – 2010. – № 28. – С.90-98.

10. Разработка математической модели и моделирование явнополусных синхронных машин в фазных координатах / Е.В. Полилов, А.Г. Щёлоков, Е.С. Руднев, А.Н. Степанов // Вісн. Нац.техніч. ун-ту «ХП». – Харків: – 2008. – № 30. – С.207-210.

11. Разработка Simulink-моделей и моделирование явнополусных синхронных машин в ортогональных координатах / Е.В. Полилов, А.И. Мотченко, А.Н. Степанов, Е.С. Руднев // Вісн. Кременчуцького держ. політехн. ун-ту ім. М. Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 4/2009 (57). – Ч. 1. – С.102-106.

12. Синтез алгоритмов робастного управления двухмассовым электромеханическим объектом методами H_∞ -теории / Е.В. Полилов, Е.С. Руднев, С.П. Скорик, А.Г. Щелоков, П.В. Горелов // Вісн. Нац.техн. ун-ту «ХП». – Харків: – 2010. – № 28. – С.125-132.

13. Фираго Б.И. Расчет характеристик показателей трехфазных вентильных двигателей переменного тока / Б.И. Фираго, Л.Б. Павлячик // Вісн. Кременчуцького держ. ун-ту ім. М.Остроградського. – Кременчук: – 2010. – Вип. 3/2010 (62). – Ч. 1. – С.48-52.

14. Chee-Mun Ong. Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997. – 626 p.

15. Doyle J.C. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems / J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B.A. Francis// IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – Vol.34. – No 8. – P. 831-847.

16. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L_∞ error bounds / K. Glover // Int. J. Control. – 1984. – Vol.39.

17. Kim Mun-Soo. A robust control of permanent magnet synchronous motor using load torque estimation / Kim Mun-Soo, Dall-Sup Song, Yong-Kil Lee, Tae-Hyun Won and other / Kim Mun-Soo // IEEE International Symposium on Industrial Electronics. – 2001. – Vol.2. – P.1157-1162.

18. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses / G. Zames // IEEE Trans. Automat. Control. – 1981. – Vol.26. – No.2. – P.301-320.



Полилов
Егор Владимирович,
к.т.н., доцент каф. АЭМС
ДонГТУ (г. Алчевск)
egor.polilov@gmail.com
моб.: (095) 808-29-15



Мотченко
Александр Иванович,
к.т.н., зав. каф. АЭМС До-
нГТУ (г. Алчевск)
info@dmmi.edu.ua
моб.: (095) 426-31-71



Руднев
Евгений Сергеевич,
ассистент каф. АЭМС
ДонГТУ (г. Алчевск)
rudnev_evgen@mail.ru
моб.: (050) 682-38-58



Скорик
Сергей Петрович,
аспирант каф. АЭМС
ДонГТУ (г. Алчевск)
skorik2007@mail.ru
моб.: (066) 420-14-84



Щёлоков
Александр Геннадиевич,
к.т.н., доцент каф. АЭМС
ДонГТУ (г. Алчевск)
bobprobert@yandex.ru
моб.: (066) 760-80-31

Получено 12.07.2011