

Днепропетровский государственный технический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ РЕЖИМА МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДВУХМАССОВОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ N-И ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ НА ПОДВИЖНЫХ ГРАНИЦАХ ОБЛАСТИ

Получены соотношения величины ступенчатого сигнала задания и параметров релейной системы управления, которые обеспечивают оптимальный по быстродействию аperiodический переходный процесс системы пятого порядка. Система приобретает способность к самонастройке на отработку оптимальной траектории.

Отримано співвідношення величини східчастого сигналу завдання та параметрів релейної системи керування, які забезпечують оптимальний за швидкодією аперіодичний перехідний процес системи n'ятого порядку. Система набуває здібність до самоналаштування для відпрацювання оптимальної траєкторії.

In this article obtained correlation for magnitude of performing input step with parameters of sliding mode control system, which provides time-optimal non periodical transient in fifth-order dynamic system. The system acquires the ability to self-tuning to perfect the optimal trajectory.

Постановка проблемы. Оптимизация по быстродействию релейных систем подчиненного регулирования с легко реализуемыми технически линейными уравнениями скольжения эффективно осуществляется методом N-и переключений. Помимо численного решения задачи параметрического синтеза [1], данный метод позволяет устанавливать аналитическую связь коэффициентов обратных связей контуров регулирования с уровнями ограничения канонических координат системы, достигаемыми на прогнозируемой траектории оптимального по быстродействию переходного процесса [2]. Однако характерной особенностью режима малых перемещений является недостижимость ограничений всех внутренних координат системы, устанавливаемых из соображений электрической и механической прочности объекта управления. Более того, максимальные значения промежуточных координат режима «малого треугольника» варьируются в зависимости от величины перемещения, а задача их определения усложняется сравнительно высоким порядком двухмассовой позиционной электромеханической системы.

Целью данной работы является определение границ области пространства канонических координат, в которой локализована оптимальная по быстродействию траектория системы пятого порядка, как функции заданной величины перемещения рабочего органа, и синтез релейной системы подчиненного регулирования, настроенной на оптимальное позиционирование.

Материал и результаты исследования. Большинство электромеханических систем, независимо от их порядка N, имеет один канал передачи управляющего воздействия. Эта особенность структуры позволяет вполне адекватно описать их динамические режимы в пространстве канонических координат, представив ограничение управляющего воздействия эквивалентным ограничением N-й производной регулируемой величины Ф. Математическое описание замк-

нутой по вектору канонических координат релейной системы подчиненного регулирования 5-го порядка

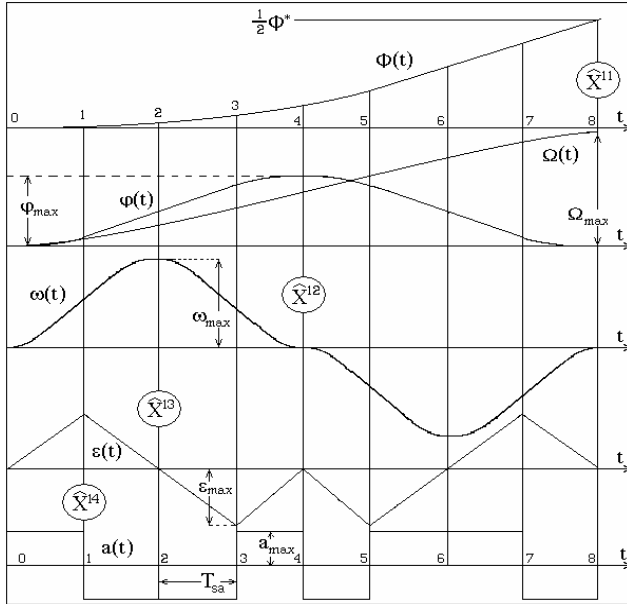
$$\left. \begin{aligned} u_{R\Phi} &= \Omega^* = -\Omega_{\max} \cdot \text{sign}(\Phi - \Phi^* + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega + \\ &\quad + K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi + K_{\Phi\omega} \cdot \omega + K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R\Omega} &= \Phi^* = \\ &= -\varphi_{\max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R\varphi} &= \omega^* = -\omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R\omega} &= \varepsilon^* = -\varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{R\varepsilon} &= a^* = -a_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*) \end{aligned} \right\} (1^*)$$

где $\begin{pmatrix} \Phi \\ \Omega \\ \varphi \\ \omega \\ \varepsilon \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi \\ p\Phi \\ p^2\Phi \\ p^3\Phi \\ p^4\Phi \\ p^5\Phi \end{pmatrix}$ – перемещение рабочего органа,
– скорость рабочего органа,
– угол закручивания упругого вала,
– скорость закручивания вала,
– ускорение закручивания,
– рывок при закручивании,

$p = d/dt$; u_{Ri} – сигнал i-го (считая от входа) регулятора; индексами «max» отмечены максимальные значения канонических координат, достигаемые при отработке системой заданного перемещения Φ^* ; символом «*» отмечены также заданные значения промежуточных координат, формируемые регуляторами; K_{ij} – коэффициенты обратных связей. Принятые в (1) буквенные обозначения производных порядка k регулируемой координаты $p^k\Phi$ заимствованы из ряда предшествующих работ авторов, в частности из работы [2], в которой выполнен синтез внутренних регуляторов системы (1), образующих подсистему (1*). Эти обозначения призваны облегчить восприятие расчета траектории оптимального по быстродействию переходного процесса, которая представлена на рисунке.

Допущение о постоянстве рывка во время стабилизации управляющего воздействия даёт возможность при прогнозировании всей оптимальной траектории оперировать одинаковыми интервалами времени T_{sa} и позволяет выразить через величину T_{sa} как миниму-

мы канонических координат, так и величину обрабатываемого перемещения. Та же прогнозируемая траектория используется в методе N-i переключений, согласно которому при выполнении синтеза контура регулирования пятого порядка требуется составить систему уравнений переключения регулятора R_Φ для четырех характерных точек оптимальной по быстродействию траектории и решить её относительно неизвестных коэффициентов обратных связей.



Расчётные траектории

Благодаря симметрии оптимальной траектории (с учетом знака нечётных координат), достаточно выполнить прогнозирование только её начального участка [1] до отметки времени «8» (рисунок), преобразовав координаты вектора состояния в расчетных характеристических точках $\hat{X}^{i,j}$ к действительным координатам $X^{i,j}$ по формуле

$$\hat{X}_k^{i,j} = (-1)^k \cdot X_k^{i,j}. \quad (2)$$

В связи с большим объёмом вычислений, необходимым для расчёта траектории системы пятого порядка, воспользуемся промежуточными результатами работы [2], а именно, значениями $r\Phi \dots p^5\Phi$ в точках 1,2,4, соответствующих расчётным характеристическим точкам регулятора R_Φ $\hat{X}^{1,4}$, $\hat{X}^{1,3}$, $\hat{X}^{1,2}$:

$$\varepsilon_1 = a_{\max} T_{sa}; \omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2}; \varphi_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^3}{6}; \Omega_1 = a_{\max} \frac{T_{sa}^4}{24};$$

$$\varepsilon_2 = 0; \omega_2 = a_{\max} T_{sa}^2; \varphi_2 = a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_2 = \frac{7}{12} a_{\max} T_{sa}^4;$$

$$\omega_3 = a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2}; \varphi_3 = \frac{11}{6} a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_3 = \frac{49}{24} a_{\max} T_{sa}^4;$$

$$\varepsilon_3 = -a_{\max} T_{sa}; \varepsilon_4 = 0; \omega_4 = 0; \varphi_4 = 2a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_4 = 4a_{\max} T_{sa}^4.$$

Данные результаты получены путём суммирования рядов Тейлора, имеющих конечное число членов благодаря допущению о постоянстве рывка на интервалах T_{sa} . Аналогично определим Φ в точках 1-4. В точке 1 имеем сумму

$$\Phi_1 = \Phi_0 + \frac{\Omega_0 T_{sa}}{1!} + \frac{\varphi_0 T_{sa}^2}{2!} + \frac{\omega_0 T_{sa}^3}{3!} + \frac{\varepsilon_0 T_{sa}^4}{4!} + \frac{a_0 T_{sa}^5}{5!}.$$

После подстановки нулевых начальных условий с учётом $a_0 = a_{\max}$ получим $\Phi_1 = a_{\max} T_{sa}^5 / 120$.

В точке 2

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{\Omega_1 T_{sa}}{1!} + \frac{\varphi_1 T_{sa}^2}{2!} + \frac{\omega_1 T_{sa}^3}{3!} + \frac{\varepsilon_1 T_{sa}^4}{4!} + \frac{a_1 T_{sa}^5}{5!}.$$

После подстановки значений координат

$$\Phi_2 = \frac{a_{\max} T_{sa}^5}{120} + \frac{a_{\max} T_{sa}^4 T_{sa}}{24} + \frac{a_{\max} T_{sa}^3 \varphi_1 T_{sa}^2}{6} + \frac{a_{\max} T_{sa}^2 \omega_1 T_{sa}^3}{2} + a_{\max} T_{sa} \frac{T_{sa}^4}{24} - \frac{a_{\max} T_{sa}^5}{120} = \frac{a_{\max} T_{sa}^5}{4}.$$

Опуская подстановки, приведём результаты для точек 3,4: $\Phi_3 = \frac{179}{120} a_{\max} T_{sa}^5$; $\Phi_4 = 4 \frac{1}{2} a_{\max} T_{sa}^5$.

В дополнение к определённым выше и заимствованным из [2] координатам для синтеза R_Φ необходимо рассчитать координаты характерной точки $\hat{X}^{1,1}$. Для продолжения процесса интегрирования на интервале 4...8 можно на основании симметрии диаграмм производных регулируемой координаты (с учётом знака) избежать явного вычисления их значений, воспользовавшись равенствами, вытекающими из рисунка:

$$\varepsilon_4 = \omega_4 = 0; \varphi_4 = \varphi_{\max} = 2a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_2 = \frac{1}{2} \Omega_2 = 4a_{\max} T_{sa}^4;$$

$$\varepsilon_5 = -\varepsilon_{\max} = -a_{\max} T_{sa}; \omega_5 = -\omega_3 = -a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2};$$

$$\varphi_5 = \varphi_3 = \frac{11}{6} a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_5 = \Omega_{\max} - \Omega_3 = 5 \frac{23}{24} a_{\max} T_{sa}^4;$$

$$\varepsilon_6 = 0; \omega_6 = -\omega_{\max} = -a_{\max} T_{sa}^2;$$

$$\varphi_6 = \varphi_2 = a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_6 = \Omega_{\max} - \Omega_2 = 7 \frac{5}{12} a_{\max} T_{sa}^4;$$

$$\varepsilon_7 = \varepsilon_{\max} = a_{\max} T_{sa}; \omega_7 = -\omega_1 = -a_{\max} \frac{T_{sa}^2}{2};$$

$$\varphi_7 = \varphi_1 = \frac{1}{6} a_{\max} T_{sa}^3; \Omega_7 = \Omega_{\max} - \Omega_1 = 7 \frac{23}{24} a_{\max} T_{sa}^4.$$

Продолжив интегрирование для выходной координаты, получим для точки 5

$$\Phi_5 = \Phi_4 + \frac{\Omega_4 T_{sa}}{1!} + \frac{\varphi_4 T_{sa}^2}{2!} + \frac{\omega_4 T_{sa}^3}{3!} + \frac{\varepsilon_4 T_{sa}^4}{4!} + \frac{a_4 T_{sa}^5}{5!}.$$

После подстановки координат: $\Phi_5 = \left(9,5 - \frac{1}{120}\right) a_{\max} T_{sa}^5$.

Однако значения Φ_5 , Φ_6 , Φ_7 в явном виде не представляют ценности для синтеза регулятора R_Φ , являясь промежуточными величинами для расчёта Φ_8 .

Поэтому опустим дальнейшие выкладки, приведя лишь результат интегрирования - координаты характерной точки $\hat{X}^{1,1}$, соответствующей отметке «8»:

$$\Phi_8 = \frac{1}{2} \Phi^* = 32a_{\max} T_{sa}^5, \text{ а также полученные в [2]}$$

$$\varepsilon_8 = \omega_8 = \varphi_8 = 0; \Omega_8 = \Omega_{\max} = 8a_{\max} T_{sa}^4.$$

Составленная согласно методу N-i переключений система уравнений с неизвестными коэффициентами обратных связей имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} -\Phi_8 + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega_8 - K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi_8 + K_{\Phi\omega} \cdot \omega_8 - K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon_8 &= 0 \\ -\Phi_4 + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega_4 - K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi_4 + K_{\Phi\omega} \cdot \omega_4 - K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon_4 &= 0 \\ -\Phi_2 + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega_2 - K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi_2 + K_{\Phi\omega} \cdot \omega_2 - K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon_2 &= 0 \\ -\Phi_1 + K_{\Phi\Omega} \cdot \Omega_1 - K_{\Phi\varphi} \cdot \varphi_1 + K_{\Phi\omega} \cdot \omega_1 - K_{\Phi\varepsilon} \cdot \varepsilon_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot (3)$$

Знаки в (3) расставлены с учетом преобразования (2) расчетных характерных точек $\hat{X}^{i,j}$ в реальные точки переключения на конечном участке траектории.

Подставляя полученные выше значения координат состояния в (3), получим из первого уравнения

$$-32a_{\max} T_{sa}^5 + K_{\Phi\Omega} \cdot 8a_{\max} T_{sa}^4 - 0 + 0 - 0 = 0$$

коэффициент обратной связи $K_{\Phi\Omega}$, выраженный через длительность интервала T_{sa} ,

$$K_{\Phi\Omega} = 4T_{sa}. \quad (4)$$

С учётом найденного коэффициента второе уравнение системы (3)

$$-4 \frac{1}{2} a_{\max} T_{sa}^5 + 4T_{sa} \cdot 4a_{\max} T_{sa}^4 - K_{\Phi\varphi} \cdot 2a_{\max} T_{sa}^3 + 0 - 0 = 0,$$

что позволяет выразить коэффициент $K_{\Phi\varphi}$ через T_{sa}

$$K_{\Phi\varphi} = \frac{16a_{\max} T_{sa}^5 - 4 \frac{1}{2} a_{\max} T_{sa}^5}{2a_{\max} T_{sa}^3} = 5 \frac{3}{4} T_{sa}^2. \quad (5)$$

Полученные аналогичным образом из 3-го и 4-го уравнений системы (3) коэффициенты обратных связей приведем, опустив промежуточные выкладки,

$$K_{\Phi\omega} = 3 \frac{2}{3} T_{sa}^3; \quad K_{\Phi\varepsilon} = \frac{31}{30} T_{sa}^4. \quad (6)$$

Поскольку представленная на рисунке форма оптимальной траектории в пространстве канонических координат неизменна для всего диапазона малых перемещений $\Phi^* = 2\Phi_8 = 64a_{\max} T_{sa}^5$, то расчётная длительность интервала T_{sa} может быть определена как величина, зависящая от текущего скачка задающего воздействия, воспроизводимого системой управления,

$$T_{sa} = \sqrt[5]{\frac{\Phi^*}{64a_{\max}}}. \quad (7)$$

В свою очередь, коэффициенты обратных связей (4)-(6), а также полученные в [2] параметры внутренних контуров

$$\begin{aligned} K_{\Omega\varphi} &= 2T_{sa}, \quad K_{\Omega\omega} = \frac{17}{12} T_{sa}^2, \quad K_{\Omega\varepsilon} = \frac{5}{12} T_{sa}^3, \\ K_{\varphi\omega} &= T_{sa}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{T_{sa}^2}{3}, \quad K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2a_{\max}} \end{aligned} \quad (8)$$

и уровни ограничений промежуточных координат

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= a_{\max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_{\max} = a_{\max} \cdot T_{sa}^2, \\ \varphi_{\max} &= 2a_{\max} \cdot T_{sa}^3, \quad \Omega_{\max} = 8a_{\max} \cdot T_{sa}^4 \end{aligned} \quad (9)$$

выражены через T_{sa} и могут рассчитываться как явные функции заданного перемещения Φ^* .

В итоге настройка релейной системы подчиненного регулирования на произвольное малое перемещение сводится к выполнению последовательности вычислений по формулам (4)-(9). Компактность расчетных выражений способствует максимально быстрой реализации самонастройки микропроцессорной системой в реальном времени.

Вывод. Суть изложенного метода оптимизации по быстродействию сводится к определению границ области существования оптимальной переходной траектории, являющихся подвижными для режимов «малого треугольника», в сочетании с параметрическим синтезом регуляторов, обеспечивающим их переключения в характерных точках пространства состояния, являющихся расчётными точками схода оптимальной траектории с границ области. Совместная реализация указанных мер направлена на придание синтезируемым системам свойства адаптивности, состоящего в сохранении оптимальности по быстродействию при изменении условий протекания переходного процесса путём самонастройки параметров.

Приобретение системой управления принципиально новой способности к самонастройке на обработку оптимальной траектории позволяет дать методу синтеза, изложенному в данной работе, а также в [2] и в ряде других работ авторов, собственное название «метод N-i переключений на подвижных границах области», которое наиболее адекватно характеризует ключевые элементы модифицированного математического аппарата.

Список использованной литературы

1. Садовой А.В. Оптимизация по быстродействию релейных систем подчиненного регулирования методом N-i переключений / А.В.Садовой, А.Л.Дерез // Вестн. НТУ «ХПИ». Серия «Электротехника, электроника, электропривод». "Проблемы автоматизированного эл.привода. Теория и практика". – Харьков: – 2004. – Вып.43. – С.53-56.
2. Садовой А.В. Синтез методом N-i переключений релейной системы четвертого порядка без внутренних ограничений / А.В.Садовой, А.Л.Дерез // Сб. науч. тр. Днепродзержинского гос. техн. ун-та (технические науки). – Вып. 1(9). – Днепродзержинск: – 2008. – С.167-171.

Получено 12.07.2011



Садовой

Александр Валентинович, д-р техн. наук, проректор по науч. работе Днепродзерж. гос. техн. ун-та, р.тел. (0569) 55-12-87 д.тел. (05692) 9-00-59



Дерез

Александр Леонидович, канд. техн. наук, доц. Днепродзерж. гос. техн. ун-та, р.тел. (0569) 55-20-05 д.тел. (05692) 2-59-69