

## АНАЛИЗ ДЕМПФИРУЮЩЕГО ДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГИМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ СВЯЗЯМИ ПРИ АСТАТИЧЕСКОМ РЕГУЛИРОВАНИИ

*Рассмотрена оптимизация электромеханической системы с упругими механическими связями при астатическом регулировании. На основании принципа электромеханической симметрии получены соотношения параметров разомкнутой или замкнутой системы регулирования с предельным демпфированием упругих механических колебаний и отсутствием статической ошибки по скорости.*

*Розглянуто оптимізацію електромеханічної системи з пружними механічними зв'язками при астатичному регулюванні. На підставі принципу електромеханічної симетрії отримані співвідношення параметрів розімкненої або замкненої системи регулювання з цюнайбільшим демпфуванням пружних механічних коливань та відсутністю статичної похибки за швидкістю.*

*In article optimization of electromechanical system with elastic mechanical connections is considered at non static regulation. On the basis of a principle of electromechanical symmetry parities of the unlock and broken system of regulation with ultimate damping elastic mechanical vibration and zero static mistake are derived.*

Электропривод в современном понятии представляет собой сложную электромеханическую систему (ЭМС), для которой характерной особенностью является тесная взаимосвязь процессов в электрической и механической части. Наличие упругих звеньев механической части при взаимосвязи радикально изменяет свойства электропривода в целом и является причиной колебательных явлений в динамике. Колебательные составляющие движения электропривода приводят к отклонению переходных процессов от предписанных технологий и способствуют росту динамических нагрузок на электрическое и механическое оборудование.

Ограничение динамических нагрузок, точное воспроизведение заданных законов движения исполнительных органов машины являются фундаментальными задачами проектирования современного электропривода [1].

Анализ научно-исследовательских работ, опубликованных в технических журналах за последнее десятилетие, показывает на интенсивное продолжение развития теории и практики электромеханических систем с упругими связями.

Приоритетным следует считать направление исследований электромеханических систем с реализацией свойства электропривода демпфировать упругие колебания. Разработаны и используются на практике инженерные методы синтеза упругих электромеханических систем. Которые за счет формирования динамической жесткости механической характеристики электропривода обеспечивают оптимизацию электромеханической связи с минимизацией колебательности системы [5, 6].

Метод синтеза ЭМС [2,4], основанный на специфических особенностях электромеханического взаимодействия подсистем с компенсацией сил упругой связи силами инерционной, позволяет достигать предельной степени демпфирования упругих колебаний. При выборе параметров ЭМС по соотношениям оптимального электромеханического

взаимодействия, процессы в подсистемах являются тождественными с минимальной колебательностью координат электропривода и минимальным временем действия динамических нагрузок. Процессы обмена и преобразования энергии упругих колебаний осуществляются на частоте упругих колебаний  $\Omega_{\text{опт}} = \Omega_{12}$ . Синтез параметров  $T_{M1}$ ,  $T_{\text{Э}}$  ЭМС производится на основании соотношений взаимосвязи [3]:

$$\left. \begin{aligned} T_{M1}^* T_{\text{Э}}^* \Omega_{12} &= 1/\gamma; \\ \frac{T_{M1}^*}{T_{\text{Э}}^*} &= 4 \frac{\gamma-1}{\gamma}, \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

которые определяются коэффициентом распределения инерционных масс двигателя и механизма  $\gamma$ .

Электроприводы с оптимальной электромеханической связью или предельным электромеханическим взаимодействием имеют параметры эквивалентной замкнутой системы автоматического регулирования, которые выбраны из условия минимизации колебательности, а не обеспечения требуемых показателей точности регулирования.

Поэтому в данной статье решается задача демпфирования упругих колебаний в электроприводах с нулевой статической ошибкой регулирования по скорости и минимальным временем переходных процессов.

Обобщенная структурная схема ЭМС с упругими связями и двухмассовой механической частью приведена на рис.1. Цепь формирования электромагнитного момента для замкнутой системы автоматического регулирования имеет передаточную функцию:

$$W_{\text{Э}}(p) = \frac{\beta_3 \cdot (1 + T_K p)}{T_K p (1 + T_{\text{ЭЭ}} p)}, \quad (2)$$

где  $\beta_3$  – модуль жесткости механической характеристики электропривода в замкнутой системе;  $T_{\text{ЭЭ}} = T_{\text{Э}}^*$  – эквивалентная электромагнитная постоянная времени цепи формирования момента;  $T_K$  – постоянная времени интегрирования контура регулирования скорости.

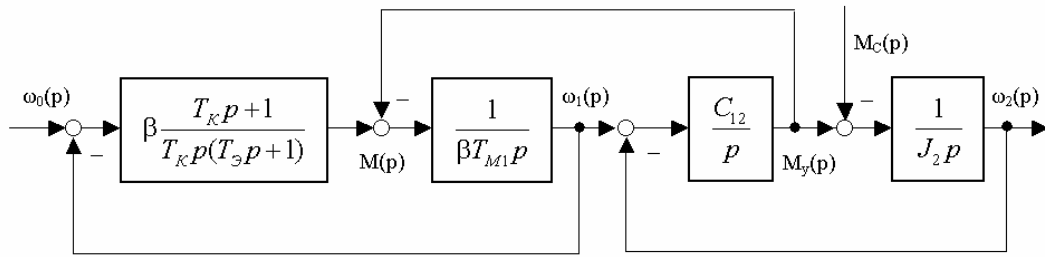


Рис.1. Обобщенная структурная схема электропривода с астатическим регулированием

Характеристическое уравнение системы с астатическим регулированием, полученное на основании структурной схемы, для общепринятых обозначений имеет следующий вид:

$$Q_1(p) = \gamma T_{M1}^* T_\Delta^* T_K T_y^2 p^5 + \gamma T_{M1}^* T_K T_y^2 p^4 + \gamma (T_{M1}^* T_\Delta^* T_K + T_K T_y^2) p^3 + \gamma (T_{M1}^* T_K + T_y^2) p^2 + T_K p + 1 = 0, \quad (3)$$

где  $T_y = 1/\Omega_{12}$  – постоянная времени упругих колебаний;  $T_{M1}^* = J_1/\beta_3$  – эквивалентная электро-механическая постоянная времени замкнутой системы

Предельная степень демпфирования упругих колебаний достигается при электро-механической совместимости процессов, когда частота собственных колебаний системы равна парциальным частотам.

Тогда эталонное характеристическое уравнение

$$Q_2(p) = (T_0^2 p^2 + 2\xi_0 T_0^2 p + 1) \times (T_0^2 p^2 + 2\xi_0 T_0^2 p + 1) \times (T_0 p + 1) = 0, \quad (4)$$

где  $\xi_0$  – оптимальный (предельный) коэффициент демпфирования полной ЭМС;  $\Omega_0 = 1/T_0$  – частота свободных колебаний системы.

Для общего случая максимума демпфирующего действия электропривода пятый корень характеристического уравнения (3), представленного в форме (4)

$$p_5 = 1/T_0. \quad (5)$$

Расположение корней характеристического уравнения (3) исходной ЭМС будет соответствовать расположению корней эталонного характеристического уравнения (4) с оптимальными процессами, если коэффициенты одного уравнения  $Q_1(p)$  при соответствующих степенях оператора « $p$ » приравнять с коэффициентами другого  $Q_2(p)$ . Полученная система алгебраических уравнений совместна и имеет решение при условии, что выполняется следующее соотношение:

$$\gamma = \left[ \frac{2\xi_0^2 + 2\xi_0 + 1}{2\xi_0 + 1} \right]^2. \quad (6)$$

Система уравнений при выполнении условия совместности (6)

$$\begin{cases} \gamma T_{M1}^* T_\Delta^* T_K T_y^2 = T_0^5; \\ \gamma T_{M1}^* T_K T_y^2 (4\xi_0 + 1) T_0^4; \\ \gamma (T_{M1}^* T_\Delta^* T_K + T_K T_y^2) (4\xi_0^2 + 4\xi_0 + 2) T_0^3; \\ \gamma (T_{M1}^* T_K + T_y^2) (4\xi_0^2 + 4\xi_0 + 2) T_0^2; \\ T_K = (4\xi_0 + 1) T_0. \end{cases} \quad (7)$$

Если выполнить преобразования с подстановкой параметров, найденных из последнего уравнения системы (7) во второе, из второго в первое и делением третьего на четвертое получим соотношения параметров исходной ЭМС в функции показателей качества  $\xi_0$  и  $\Omega_0$ :

$$\left. \begin{aligned} T_{M1}^* &= \frac{T_y^2}{T_0}; \\ T_\Delta^* &= \frac{1}{(4\xi_0 + 1)} T_0; \\ T_K &= (4\xi_0 + 1) T_0; \\ T_0^2 &= \sqrt{\gamma} T_y^2, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $T_0 = 1/\Omega_0$ , а  $\Omega_0$  – частота свободных колебаний ЭМС с оптимальными параметрами, которая зависит от параметров механической подсистемы.

Для общего случая демпфирования упругих колебаний электроприводом из (6) для  $\xi_0 > 0$  найдено решение

$$\xi_{0^*} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\gamma - 1} + \sqrt{\gamma} - 1 \right]. \quad (9)$$

Очевидно, что и для системы пятого порядка предельная степень демпфирующего действия электропривода с астатическим регулированием определяется коэффициентом соотношения инерционных масс.

Из аналитического расчета коэффициента демпфирования  $\xi_0$  по решению (9) следует, что полное демпфирование электро-механических колебаний с  $\xi_{01} = 1,0$  в системе с упругим звеном достигается при  $\gamma = 2,777$ . Использовать преимущества настройки электропривода на технический оптимум с  $\xi_{02} = \sqrt{2}/2$  возможно для параметров механической части при коэффициенте распределения инерционных масс  $\gamma = 2,0$ . Предельное демпфирование в электро-механической системе с показателями критерия настройки на симметричный оптимум можно реализовать для  $\xi_{03} = 0,5$  с параметрами механической части  $\gamma = 1,5625$ . Мерой быстродействия в электроприводе с предельным демпфированием при астатическом регулировании для конкретных величин  $\xi_{01}, \xi_{02}, \xi_{03}$

Результаты оптимизации электромеханической системы

Критерий оптимизации	Коэффициент демпфирования $\xi$	Параметры электропривода			
		Эквивалентная электромагнитная постоянная времени $T_{\Sigma}$ , с	Постоянная интегрирования $T_K$ , с	Эквивалентная электромеханическая постоянная времени $T_M$ , с	Коэффициент распределения инерционных масс $\gamma$
Модульный оптимум (МО)	$\sqrt{2}/2$	0,01	0,04	0,02	$1 < \gamma < 5$
Минимум колебательности (МК)	$\sqrt{2}/2$	0,00495	0,0725	0,02678	2

Примечание: 1) МО  $T_{\Sigma} = T_T = 2T_{\mu}$ ;  $T_K = 4T_T$ ;  $T_M = \gamma T_{M1} = T_C$ ;  $T_{\mu} = 0,005$  с.  
 2) МК  $T_0 = 0,01894$  с.

является постоянной времени  $T_0$ , которая связана с  $T_y$  зависимостью из (8)

$$T_0^2 = \sqrt{\gamma} T_y^2. \quad (10)$$

Для типовых (стандартных) настроек регуляторов систем подчиненного регулирования электроприводов с абсолютно жесткими механическими передачами динамические показатели ограничиваются величиной «базовой» суммарной некомпенсированной постоянной времени контура регулирования

$$T_{\mu} = \tau_n + \sum T_i, \quad (11)$$

которая эквивалентна всем реальным некомпенсированным инерционностям [6].

В электроприводе с упругими механическими связями применительно к задаче оптимизации демпфирующего действия эквивалентом «базовой» постоянной времени (11) выступает постоянная

$$T_y = 1/\Omega_{12},$$

которая задает соотношение (10) для оценки времени регулирования по степени устойчивости

$$\eta = \xi_0/T_0,$$

где  $T_0 = 1/\Omega_0$ , а параметр  $\Omega_0$  математически является обобщенной оценкой числового значения коэффициентов характеристического уравнения (3), которому дано определение как среднегеометрический корень [7].

В качестве сравнительных оценок результатов оптимизации ЭМС по типовому критерию – модульному оптимуму – с коэффициентом демпфирования  $\xi = 0,707$  и критерию «минимум колебательности» с  $\xi_0 = 0,707$  были сделаны численные расчеты, которые приведены в таблице. Численные значения постоянных времени физически реализуемы и могут быть приняты для настройки контуров регулирования системы автоматического регулирования. Проверка качества регулирования координат электропривода с оптимальными параметрами производилась на математической модели.

Математическая модель ЭМС составлена на основании структурной схемы двукратноинтегрирующей системы автоматического управления электроприводом в пакете Matlab Simulink. Постоянная времени  $T_{\Sigma}^*$  является эквивалентной постоянной интегрирования регулятора тока (момента). На основании электромеханической постоянной времени  $T_{M1}^*$  и момента инерции первой массы  $J_1$  определено оптимальное значение модуля жесткости механической характеристик электропри-

вода  $\beta_3^* = J_1/T_{M1}^*$ , постоянная времени интегрирования контура регулирования скорости принимается на основании расчета  $\tau = T_K^*$ , рассчитаны параметры регулятора скорости. Частота свободных колебаний двухмассовой системы  $\Omega_{12} = 62,8 \text{ с}^{-1}$ , коэффициент распределения инерционных масс  $\gamma = 2,0$ . На рис.2 приведены графики переходных процессов, из которых следует, что система управления обеспечивает предельное демпфирование электромеханических колебаний (идентичность процессов в контуре тока (момента) и в упругой связи механической части  $M_y$ ) при отсутствии статической ошибки по скорости.

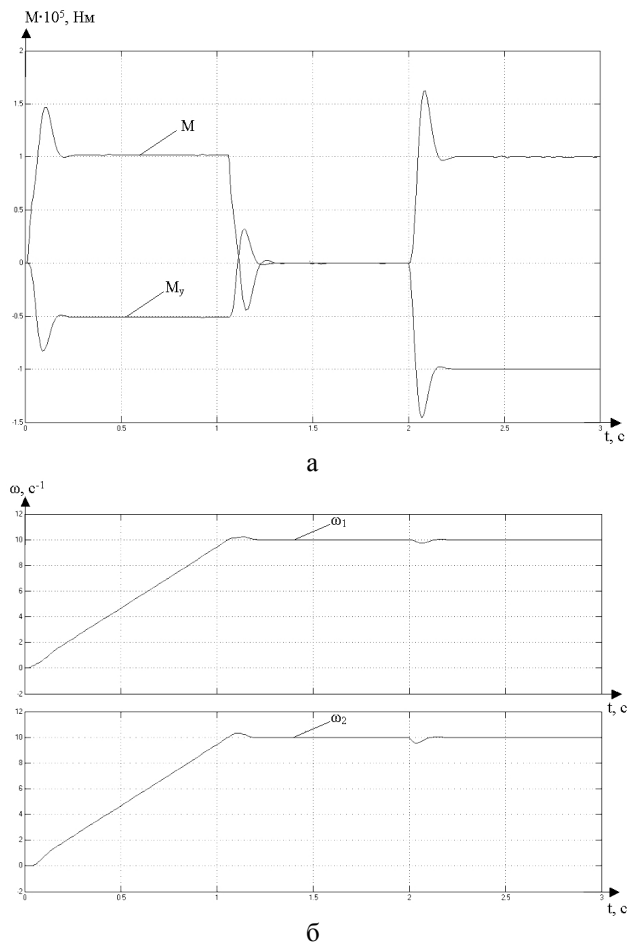


Рис.2. Графики переходных процессов: а – момент двигателя М и момент в упругом звене  $M_y$ ; б – скорость двигателя  $\omega_1$  и механизма  $\omega_2$

Время регулирования координат  $M$ ,  $\omega_1$ ,  $M_y$ ,  $\omega_2$  при предельном демпфировании минимально, что ограничивает время действия нагрузок колебательного характера.

### Выводы

1. На основании предельной степени демпфирования электроприводом упругих механических колебаний получены соотношения для оптимизации параметров ЭМС при астатическом регулировании.

2. Показано, что предельная степень демпфирующего действия при астатическом регулировании определяется коэффициентом распределения инерционных масс  $\gamma$ .

3. Произведена оценка оптимальных параметров для систем с абсолютно жесткой механической передачей и при наличии упругих связей.

4. Имитационное моделирование позволило осуществить проверку полученных соотношений оптимизации.

### Список использованной литературы

1. Задорожний Н.А. Анализ и синтез электромеханических систем управления приводом с упругими механическими связями: уч. пособие / Н.А.Задорожний, И.Н. Задорожня. – Краматорск: ДГМА, 2010. – 192 с.

2. Задорожний Н.А. Оптимизация процессов преобразования энергии электромеханического взаимодействия в электроприводах с упругими связями / Н.А.Задорожний, И.Н.Задорожня // Тематич. вып. «Проблемы автоматизированного эл.привода. Теория и практика» научно-технического журнала «Электроинформ». – Львов: Экоинформ, 2009. – С. 80-81.

3. Задорожний Н.А. Обобщенные требования к конструированию механических передач с упругими связями / Н.А.Задорожний // Электромашинобуд. та електрообладн. – К.: Техніка. – 2006. – Вып. 66. – С. 27-29.

4. Земляков В.Д. О демпфировании электроприводом постоянного тока упругих механических колебаний / В.Д.Земляков, Н.А.Задорожний // Изв. ВУЗов: Электромеханика. – 1984. – № 5. – С. 92-98.

5. Ключев В.И. Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах // В.И.Ключев, Л.Я. Теличко // Электричество. – 1977. – № 1. – С. 38 - 43.

6. Ключев В.И. Теория электропривода / В.И. Ключев – М.: Энергоатомиздат, 1985 – 560 с.

7. Макаров И.М. Линейные автоматические системы / И.М.Макаров, Б.М.Менский. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.



Задорожний  
Николай Алексеевич,  
к.т.н., доц. каф. ЭСА  
Донбасс. госуд. машиностр.  
академия  
84313 Краматорск,  
ул. Шкадинова, 72,  
тел. 0626416893  
ket@dgma.donetsk.ua  
bathot@mail.ru



Задорожня  
Инна Николаевна,  
к.т.н., ст. преп. каф. ЭСА  
Донбасс. госуд. машиностр.  
академия  
тел. 0626416893  
ket@dgma.donetsk.ua  
4nd@list.ru



Беш  
Андрей Николаевич,  
ст. преп. каф. ЭСА  
Донбасс. госуд. машиностр.  
академия  
тел. 0626416893  
ket@dgma.donetsk.ua

Получено 12.07.2011