УДК 658.512

#### Г.В. Лисяной, канд. техн. наук

# МЕТОД АВТОМАТИЗИРОВАННОГО СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Предложен формализованный метод автоматизированного синтеза структуры и свойств иерархических систем управления промышленными производствами.

**Ключевые слова**: Многоуровневая система управления, синтез, структура, декомпозиция, критерий эффективности.

#### G.V. Lisyanoy, PhD

## METHOD OF THE AUTOMATED SYNTHESIS OF STRUCTURE AND PROPERTIES OF HIERARCHICAL CONTROL SYSTEMS

The formalized method of the automated synthesis of structure and properties of hierarchical control systems is offered by industrial productions.

Keywords: layered control system, synthesis, structure, decomposition, performance criterion.

#### Г.В. Лісяной, канд. техн. наук

## МЕТОД АВТОМАТИЗОВАНОГО СИНТЕЗУ СТРУКТУРИ ТА ВЛАСТИВОСТЕЙ ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Запропоновано формалізований метод автоматизованого синтезу структури та властивостей ієрархічних систем управління промисловими виробництвами.

**Ключові слова**. багаторівнева система керування, синтез, структура, декомпозиція, критерій ефективності.

**Введение.** Синтез структуры иерархических автоматизированных систем управления (АСУ) является первоначальным, очень сложным и ответственным этапом.

В настоящее время синтез их структуры выполняется [5]:

- при использовании агрегативнодекомпозиционного подхода, включающего последовательную декомпозицию выполняемых системой целей, функций и задач путем агрегирования (объединения) элементов на соответствующем уровне детализации для генерирования вариантов построения системы на основе выбранных критериев эффективности;
- путем параметризации исходной задачи по размерности вектора управляющих переменных для отдельных элементов, которые входят в состав сложного объекта. Критерий оптимальности параметризированной задачи экспоненциально зависит от ее размерности и включает коэффициенты, учитывающие сложность алгоритмов оптимизации различных уровней системы управления;
- с представлением системы в виде графа сигналов. В основе методологического решения данной задачи лежит идея после-© Лисяной Г.В., 2011

довательного расширения структуры системы путем присоединения к заданной структуре дополняющейся части, придающей системе требуемые свойства;

 на основе эвристических правил, когда названные структуры нередко приводятся к структурно-порочным системам.

Из анализа литературных источников [1,3,4,6] установлено, что методы формирования структуры иерархических систем управления промышленными производствами заключаются в исчерпывающем задании элементов, которые входят в проектируемую систему, на основе эвристических правил и последующих доводок, требующих огромных временных и денежных затрат. Из этого следует необходимость учета в иерархических системах управления собственной структуры каждого элемента и отыскания средств их формализованного представления, а также решения проблемы формализованного автоматизированного синтеза структуры системы управления.

Постановка задачи. Разработать формализованный метод автоматизированного синтеза структуры и свойств многоуровневых систем управления, основанный на использовании теоретико-множественных кон-

струкций и агрегативно-декомпозиционного подхода.

Используемый подход позволяет предельно обобщенно подойти к проблеме описания сложных систем, к которым относятся иерархические системы управления промышленными производствами.

Основная часть. Каждая подсистема иерархической системы управления характеризуется определенным набором входных и выходных переменных и оператором преобразования входных переменных в выходные. Поэтому любую подсистему можно представить в виде следующего упорядоченного множества:

 $S = \langle T, X, Y, F, R, W, G, Z, L, H, \Phi \rangle$ , (1) где T – множество моментов времени, в которые наблюдается система; X – множество входных управляющих сигналов; Ү, Г, Я и W — множества соответственно исходных сигналов, возмущающих, информационноуправляющих, информационных сигналов; G — множество сигнал-операторов управления; Z – множество состояний системы; L, H – множества операторов-переходов, соответственно описывающих механизм формирования исходных сигналов и отображающих механизм изменения системы;  $\Phi$  – функционал показателей качества системы.

Обозначим в многоуровневой системе управления соответствующую подсистему как  $S_{ij}$ , где  $i=\overline{1,n}$  — номер уровня;  $j=\overline{1,m}$  — номер соответствующей подсистемы в i-м уровне; n — число уровней в системе, m — число подсистем на i-м уровне.

Тогда можно записать, что

$$X_{ij} = C_{ij}Y_{i-1,i}; W_{ij} = D_{ij}Y_{i+1,i}; R_{ij} = B_{ij}Y_{i,i},$$

где:  $C_i$ ,  $D_{ij}$ ,  $B_{ij}$  — операторы соответственоуправляющих связей, информационных, информационно-управляющих связей.

Наряду с частными показателями эффективности отдельных подсистем существуют показатели всей системы, которыми количественно оценивают степень достижения цели.

В общем случае система оценивается по векторному показателю:

$$\hat{O} = \{\hat{O}_1, \hat{O}_2, ..., \hat{O}_n\}$$

где  $\Phi_i$ , i=1,2, ..., n – показатели эффективности подсистем.

Эти показатели могут быть использованы на стадии синтеза структуры иерархической системы, при этом основу предлагаемого формализованного метода автоматизированного синтеза иерархической структуры АСУ составляет агрегативно-декомпозиционный подход, который включает два этапа:

- последовательную декомпозицию выполняемых системой целей, функций, задач;
- агрегирование (объединение) элементов подсистем на соответствующем уровне детализации для генерирования вариантов построения системы на основе выбранных критериев эффективности.

Декомпозиция системы может быть осуществлена в соответствии с делением цели управления [1,4]. На основе того, что цель управления может быть достигнута после решения целого комплекса задач можно разделить систему на функционально законченные части, которые отвечают вполне определенным задачам, в результате чего строится иерархия задач управления.

Проведя декомпозицию глобальной задачи, исходя из физического содержания задачи и сложившихся традиций проектирования данного типа систем, получим иерархию задач управления. Формально каждая подзадача решается отдельной подсистемой.

Иерархическую систему управления производством можно представить в виде графа G(S,E), где S — множество вершин, которые представляют собой подзадачи управления глобальной задачи; E — множество дуг, которые характеризуют связи между залачами

Введем показатели эффективности всей системы:

норма управляемости U;

функция сложности решения глобальной задачи K.

Для решения задачи по выбору оптимальной структуры иерархии сложной системы и формализации выбора числа уровней предположим, что  $G_1$  — структура с максимально возможным числом подзадач управления (вершин графа  $G_1$ ), имеющая иерархическую структуру.

Определим преобразование графа  $G_1$  в граф  $G_2$  как агрегирование задач управления, которые находятся на одной горизонтали и подчинены одной подсистеме. Также осуществляется преобразование  $G_2 \to G_3$  и т.д., в результате чего получаем  $\Gamma(G)$  — множество вариантов структуры графа G.

Задача выбора оптимального варианта структуры  $G_{opt}$  заключается в нахождении такой структуры G, которая обеспечивает оптимум показателей U и K, т.е. относится к многокритериальной задаче определения структуры иерархической системы, обеспечивающей  $opt\Phi(G)$ , где  $\Phi = \{U,K\}$ .

Результатом решения задачи является структура системы с оптимальным числом уровней иерархии.

Представим иерархическую систему (1) как систему, состоящую из *n*-уровней:

$$U_{i} = \left(X_{i}, Z_{i}, \Omega_{i}, \left\{\varphi_{ij}\right\}, \left\{\psi_{ij}\right\}\right), \quad (2)$$

$$i = 1, 2, ..., n; \quad 1 \le j \le n$$

где  $X_i$  — множество состояний i-го уровня (X — множество состояний системы является декартовым произведением множеств:  $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$ );  $Z_i$  — множество возможных управ-

лений i-м уровнем;  $\Omega_i$  – множество внешних воздействий на *i*-й уровень;  $\varphi_{ij}(x)$  – множество состояний ј-го уровня, которые удовлетворяют требованиям і-го уровня, находящегося в состоянии  $x \in X_i$ . В частности множество  $\varphi_i$  будем называть собственной целью i-го уровня, отвечающей его состоянию х. Если  $\varphi_{ii}(x) = X_i$ , то это будет означать инвариантность состояний х і-го уровня к состояниям *j*-го уровня (отсутствие целеуказаний);  $\psi_{ii}(x)$  — множество допустимых управлений на j-м уровне, определяющих состояние xуровня  $U_i$ . Отсутствие ограничений на управляемость j-м уровнем со стороны уровня  $U_i$ , находящегося в состоянии x, выражается равенством:  $\psi_{ij}(x) = Z_i$ .

Отображения  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  определяют приоритетность уровней (2). Действительно, при определении значения  $\varphi_i(x)$  (соответственно  $\psi_i(x)$ ) ( $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ ) в первую очередь учитываются элементы множества  $\varphi_{li}(x_l)$ , потом  $\varphi_{2i}(x_2)$  и т.д. до  $\varphi_{ni}(x_n)$  (соответственно  $\psi_{li}(x_l)$ ,  $\psi_{2i}(x_2)$ , ...,  $\psi_{ni}(x_n)$ ).

Сохраняя принятую индексацию, будем считать, что уровень  $U_k$  является вышестоящим по отношению к  $U'_k$ , если  $_k < _k' (U_k > U_{k'})$ .

Следовательно, можно говорить об упорядоченном множестве уровней (2) системы U

$$U_1 > U_2 >, ... > U_n$$
,

взаимосвязь которых, как сверху вниз, так и снизу вверх характеризуется функциями  $\varphi_{ij}$  и  $\psi_{ij}$  (i,j=1,2,...,n) и не ограничивается при этом взаимодействиями между соседними уровнями.

Состояние x системы U будем называть идеальным (или решением системы), если x является неподвижной точкой многозначного отображения  $\varphi$ , т.е.  $x \in \varphi(x)$ . Если множество неподвижных точек отображения  $\varphi$  не пустое  $(F_{ix}\varphi \neq 0)$ , то система U является разрешимой.

Иерархическая система потенциально управляема в состоянии x, если существует такое управление  $z \in \psi(x)$ , что  $z(x) \in \psi(z(x))$ , и полностью управляема в состоянии x, если  $\forall \omega \in \Omega \, \exists z \in \psi(x)$ , то  $z(\omega(x))$  — неподвижная точка отображения  $\varphi$ .

В общем виде под управлением иерархической системы следует понимать конечную последовательность управлений  $z_1, z_2, ..., z_p$ , которая переводит состояние x системы в состояние  $x_p$ , таким образом, что

$$z_1(x) = x_1, \quad z_i(x_{i-1}) = x_i, \quad (i=2,3,...,p).$$

Тогда множеством управлений системы является множество конечных последовательностей  $Z^*$  над Z. Если ввести в рассмотрение функцию  $f:Z \rightarrow R$  множества Z во множество действительных чисел, то можно говорить, например, о «стоимости» управления и решать задачу об оптимальном управлении в иерархических системах.

Для разрешимости системы U необходимо, чтобы  $F_{ix}\varphi_{11}\neq 0$ . Действительно, если  $x=(x_1,x_2,...,x_n)$  — неподвижная точка отображения  $\varphi$ , то  $x_1\in \varphi_1(x)$ .

В силу определения  $\varphi_l$ :  $\varphi_1(x) \cap \varphi_{11}(x) \neq 0$ ,  $\varphi_1(x) \subseteq \varphi_{11}(x)$ ,

следовательно,  $x_1 \in \varphi_{11}(x_1)$ .

Пусть  $X_1, X_2, ..., X_n$  являются непустыми компактными выпуклыми множествами в банаховых пространствах  $x_1, x_2, ..., x_n$ . Тогда для того чтобы иерархическая система (1)

была решаемой, достаточно, чтобы отображения  $\varphi_{ki}(1 \le i, k \le n)$  были замкнутыми и выпуклыми.

Действительно при этих условиях множество состояний Х иерархической системы является компактным выпуклым множеством в банаховом пространстве

$$x = \prod_{i=1}^{n} x_i$$

В силу определения отображений  $\varphi_i(i=1,2,...,n)$  для всех  $x \in X$  отображение  $\varphi_i(x)$ не пустое и для каждого ј

$$\exists k : \varphi_j(x) = \bigcap_{i=1}^k \varphi_{ij}(x).$$

Поэтому для всех j отображение  $\varphi_i(x)$ является замкнутым и выпуклым как непустое пересечение выпуклых множеств. Тогда отображение

$$\varphi = \bigcap_{j=1}^{k} \varphi_j$$

будет удовлетворять условиям замкнутости и компактности, и по теореме Какутани о неподвижных точках имеем  $F_{ix} \varphi \neq 0$ .

Функциональная структура системы Gможет быть представлена в виде [2]

$$G = \left\langle \left\{ S_i \right\}, p_i, \left( S_i, S_j \right), p_{ij} \right\rangle,$$
  

$$i = 1, m; \quad j = 1, m; \quad i \neq j,$$

где  $\{S_i\}$  — множество функциональных подсистем, или элементов системы, ориентированных на выполнение і-й функции, структура которых считается определенной и не подлежит дальнейшему разбиению средствами используемого метода декомпозиции в границах данного исследования;  $p_i$  – количественные характеристики і-й подсистемы, такие как: производительность, интенсивность и др.;  $(S_i, S_j)$  — связи между i-й и j-й  $(i \neq j)$ подсистемами, установленные для реализации i-й функции;  $p_{ii}$  — количественные характеристики связей, например, пропуская способность, протяженность и др.

Важным методологическим моментом является тезис о том, что система функций определяет структуру, а не наоборот:  $F_i \to G_i = \left\langle \left\{ S_{ij} \right\}, \left( S_{ij}, S_{lk} \right) \right\rangle, \ f_{ij} \to G_{ij} \subset G_i \,.$ 

$$F_i \to G_i = \langle \{S_{ij}\}, \{S_{ij}, S_{lk}\} \rangle, \ f_{ij} \to G_{ij} \subset G_i$$

Таким образом, цель, сформированная во внешней среде на основе выделенной проблемы определяет макрофункцию системы, которая, в свою очередь, позволяет, в рамках

существующей структуры, выделить подмножество системообразующих связей, принимающих непосредственное участие в выполнении цели.

Обозначим:

 $S_{ij}$  — системообразующий элемент j-го уровня, принимающий участие в реализации *і*-й функции;  $(S_{ii}, S_{lk})=R_i$  – системообразуюшая связь.

Понятие структурной системообразующей компоненты G

$$G = \langle \{S_i\}, (S_i, S_j)i \neq j \rangle$$
, ИЛИ  $G = \langle \{S_i\}, R_i \rangle$ 

является актуальным, поскольку анализируется существующая функциональная система. Если реализовалась бы задача синтеза, то проектировалась бы система, все элементы и связи которой являлись бы системообразующими. Выделение в функциональной структуре системообразующей компоненты позволяет далее проводить процесс анализа, ориентируясь на систему конкретного целевого назначения.

Реализация функций в системе происходит путем «вложения» функциональной многослойной иерархии  $\Phi = \{F_i\}$  в многоуровневую структуру G, а получение искомых решений обеспечивается решением системы задач.

Определим сущность задачи D выражением:

$$D = \langle Y, f, Z, X, \Omega, 3 \rangle, \tag{3}$$

где У – допустимое множество решений; f – алгоритм выбора критерия; Z – критерий выбора; X – множество параметров;  $\Omega$  – множество неопределенностей; 3 – алгоритм сокращения неопределенности.

Выражение (3) можно записать в виде

$$D: Y_{opt} = extr f(X,3(\Omega)),$$

 $\Gamma$ Де  $Y_{opt} \in Y$ .

Множество параметров X связано с функционированием системы, а множество неопределенностей  $\Omega$  – с влиянием случайных факторов, воздействующих в условиях развивающихся положительных и негативных тенденций.

Уточнение сущности и состава задач возможно после соответствующей классификации задач, например, при выделении глобальной задачи, задач координации, задач управления - как в иерархической системе управления. При этом устанавливается соответствие между задачами и реализующими их компонентами системы: пусть D – глобальная задача,  $D_\gamma$  – задачи координации;  $D_M$  – задачи управления;  $D_P$  – технологические задачи, тогда:

$$D \rightarrow G_1, D_{\gamma} \rightarrow G_2, D_M \rightarrow G_3, D_p \rightarrow G_4$$

причем

$$\bigcup_{i=4}^{i=4} G_i = G.$$

Сокращение множества неопределенностей, связанного с решением задачи, обеспечивается учетом внешних и внутренних факторов, определяющих изменение состояния системы:

$$\varphi: T \times T \times X \times \Omega \times U \to U, \qquad (4)$$

где T, X, и  $\Omega$  — множества соответственно моментов времени, параметров системы и неопределенностей; U — множество состояний системы;  $\varphi$  — переходная функция состояния.

Выражение (4) можно записать в виде  $U(t) = \varphi(t, \tau, x(t-\tau), \Omega(t-\tau), u(\tau)), t > \tau$ .

Таким образом, дескриптивная модель системы S может быть получена в результате идентификации системы в виде

$$S = \langle \mathcal{U}, P, \Phi, F, D, X, \Omega, Y, U, G, \varphi, \Psi \rangle, \quad (5)$$

где U, P и D — множества соответственно целей, проблем и задач; F — система функций;  $\Phi$  — макрофункция системы; X — множество входных воздействий;  $\Omega$ , Y и U — множества соответственно неопределенностей, выходов и состояний; G — структура системы;  $\varphi$  — функция состояния;  $\psi$  — функция выхода.

Диагностика поведения системы, таким образом, предполагает:

- определение полного набора факторов  $\Omega$ , влияющих на состояние системы, установление степени их значимости и определение наиболее существенных (факторный анализ);

- определение вида зависимости  $\varphi$ .

Заметим, что задача идентификации в формальной постановке требует определения состояния системы по данным о поведении системы в прошлом.

При синтезе структуры многоуровневой системы управления важно исходить из понятия системы S как подмножества декартового произведения некоторого семейства

множеств:

$${V_i | i \in I} S \subset \prod_{i=I} V_i$$
,

где I — множество индексов с учетом существования глобальной реакции системы

$$R: X \times \prod_{i \in I_1} V_i \to \prod_{j \in I_2} V_j$$
,

где  $I_1 \cup I_2 = I$  и  $I_1 \cap I_2 = \emptyset$ ; X — некоторое абстрактное множество, называемое множеством состояний.

Множество возможных управлений Z и множество внешних воздействий  $\Omega$  являются множествами отображений:

$$\forall z \in Z \quad Z : X \to X ,$$
  
$$\forall \omega \in \Omega \quad \Omega : X \to X .$$

причем

$$Z = \prod_{i=1}^n Z_i$$
,  $\Omega = \prod_{i=1}^n \Omega_i$ ,

так что

$$z(x) = (z_1(x_1), z_2(x_2), \dots, z_n(x_n)),$$
  

$$\omega(x) = (\omega_1(x_1), \omega_2(x_2), \dots, \omega_n(x_n))$$

для всех  $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X$ , где  $z_i \in Z_i : X_i \to X_i$ ,  $\omega_i \in \Omega_i : X_i \to X_i$ .

Будем полагать, что множества  $Z_i$  и  $\Omega_i$  содержат элемент  $\Lambda$  такой, что  $\Lambda(x)=x$  для всех  $x \in X_i$  и для i=1,2,...,n

$$\varphi: X \to P(X), \quad \psi: X \to P(Z),$$

где  $P(\cdot)$  — совокупность всех непустых подмножеств множества n;  $\varphi$  и  $\psi$  — диагональные произведения  $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$ ,  $\psi = \sum_{i=1}^{n} \psi_i$  отображе-

ний,

$$\varphi_i: X \to P(X_i), \quad \psi_i: X \to P(Z_i), \\
(i = 1, 2, ..., n)$$

 $\psi = 1, 2, ..., n$  ј Для каждого  $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$  имеем:

$$\varphi(x) = \prod_{i=1}^{n} \varphi_i(x) \quad \psi(x) = \prod_{i=1}^{n} \psi_i(x)$$

где  $\varphi_i(x)$  определяются значениями многозадачных отображений:

$$\varphi_{ki}: X_k \to P(X_i), \quad (k = 1, 2, ..., n)$$

как первое непустое множество в последовательности

$$A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq ... \subseteq A_1$$

$$A_m = \bigcap_{k=1}^{m} \varphi_{ki}(x_k), \quad (m = 1, 2, ..., n)$$

Аналогично  $\psi_i(x)$  — первое непустое пересечение  $B_m = \bigcap_{k=1}^m \psi_{ki}(x_k)$  в последовательности:

$$B_n \subseteq B_{n-1} \subseteq ... \subseteq B_1$$
.

Заключение. В данной статье предложен формализованный метод автоматизированного синтеза структуры и свойств иерархических систем управления, который позволяет предельно обобщенно подойти к проблеме описания сложных систем, и дает возможность наделять полученные конструкции конкретными математическими структурами, что способствует детальному их изучению.

### Список использованной литературы

- 1. Боголюбов А. А. Формирование структуры сложной системы управления / А. А. Боголюбов, В. Б. Галютин // Теоретические и прикладные проблемы создания систем управления технологическими процессами: Тезисы докладов Всесоюз. научтехнич. совещания. Челябинск: ЧГУ. 1990. С.3—17.
- 2. Лисяной Г. В. Метод оптимизации структуры АСУ / Г. В. Лисяной // Девятая конф. «Математическое моделирование и информационные технологии» 20-22 октября 2009. Сб. тезисов. Одесса: 2009. 40 с.
- 3. Михайлов К.М. Методологические аспекты построения информационной структуры автоматизированной системы управления / К. М. Михайлов, В. С. Кокошко. // Вест. XHTУ. -2002. -№ 1 (14). -C. 216–221.
- 4. Ильясов Б. Г. Синтез динамических систем методом последовательного расширения структуры / Б. Г. Ильясов, С. Ф. Бабак // Вопросы проектирования информационных и кибернетических систем. Уфа: Техника. 1987. С. 21—26.
- 5. Определение структуры и свойств иерархической автоматизированной системы управления механическим производством / А. Н. Богач, В. И. Живица, Г. М. Клещев, Г. В. Лисяной, О. В. Синявский // Наук.-техн. журнал «Холодильна техніка і технологія». 2006. № 4 (102). С. 97—98.
- 6. Попцов С. Л. Иерархические системы: подход к описанию структуры и свойств / С.Л. Попцов // Математические методы оптимизации и структурирования систем: Межвуз. темат. сб. Калинин: КГУ, 1980. С. 35–74.

Получено 07.11.2011

#### References

- 1. Bogolyubov A. A., Galyutin V. B. Formation of the structure of a complex system management // Theoretical and applied problems of control systems creation process: Proceedings of the All-Union Scientific-Technical Meeting. Chelyabinsk: CSU, 1990. P. 3–17 [in Russian].
- 2. Lisyanoy G. V. A method of optimizing the structure of ACS / Ninth Conf. "Mathematical Modeling and Information Technologies", 20-22 October 2009. Sat theses. Odessa: 2009. 40 p. [in Russian].
- 3. Mikhailov K. M., Kokoshko V. S. Methodological aspects of the construction of information infrastructure tomatizirovannoy autocontrol system / The West. HNTU. 2002. № 1(14). P. 216–221 [in Russian].
- 4. Ilyasov B. G., Babak S. F. Synthesis of dynamic systems by expanding sequential structure / Sat: Design Issues of information and cybernetic systems. Ufa: Engineering: 1987. P. 21–26 [in Russian]
- 5. Bogach A. N., Givitsa V. I., Kleshev G. M., Lisyanoy G. V., Sinyavskiy O. V / Determining the structure and properties of srarhicheskoy automated control system for mechanical production Nauk. Tech. Journal "Refrigerated tehnika i tehnologiya." 2006. № 4 (102). P. 97–98 [in Russian].
- 6. Poptsov S. L Hierarchical systems: an approach to the description of the structure and properties / Mathematical Methods for detertimizatsii and structuring systems: Intercollege. thematic.sat Kalinin: KSU. 1980. P. 35–74 [in Russian].



Лисяной Геннадий Владимирович, канд. техн. наук, доц. каф. соц.-гум. дисциплин Од. фил. Европейск. ун-та, г. Одесса, ул. В. Стуса,2,д, тел. (048) 757-87-31, м. тел. 067-519-42-72