

УДК 681.518.54

В.Ф.Миргород, канд.техн.наук, **И.М. Гвоздева**, д-р техн. наук

ОПТИМАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ТРЕНДОВОЙ КОМПОНЕНТЫ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Предлагается новый метод трендового анализа параметров регистрации сложных технических объектов в их длительной эксплуатации, основанный на образовании траекторной матрицы в виде матрицы. Топлицы и последующем ее разложении на трендовую, циклические и шумовую составляющие путем оптимальной аппроксимации выделенных компонентов. Оптимальная аппроксимация трендовой компоненты заключается в решении переопределенной системы уравнений, относительно этой компоненты, методом наименьших квадратов. На основе предложенного метода решена прикладная задача диагностики авиационного двигателя в процессе длительной эксплуатации.

Ключевые слова: временной ряд, трендовая компонента, траекторная матрица, главные компоненты.

V.F.Mirgorod, PhD., **I.M.Gvozdeva**, ScD

OPTIMAL APPROXIMATION OF TREND COMPONENT OF TIME SERIES

The new method of trend analysis of parameters of complex technical objects registration in their protracted exploitation, that based on formation of trajectory matrix as a matrix. Toeplitz and its following decomposition on trend, cyclic and noise components by optimal approximation of selected components is proposed in the paper. Optimal approximation of trend component consists in the solution of the overdetermined system of equations in concerning to this component by a least-squares method. On the basis of the offered method the applied problem of diagnostics of aviation engine is solved in the process of the protracted exploitation.

Keywords: time series, trend component, trajectory matrix, principal components.

В.Ф.Миргород, канд.техн.наук, **И.М.Гвоздева**, д-р техн. наук

ОПТИМАЛЬНА АПРОКСИМАЦІЯ ТРЕНДОВОЇ КОМПОНЕНТИ ЧАСОВОГО РЯДУ

Пропонується новий метод трендового аналізу параметрів реєстрації складних технічних об'єктів в їх тривалій експлуатації, заснований на утворенні траекторної матриці у вигляді матриці Топлиця і подальшому її розкладанні на трендову, циклічні і шумову складові шляхом оптимальної апроксимації виділених компонент. Оптимальна апроксимація трендової компоненти полягає у вирішенні перевизначеної системи рівнянь щодо цієї компоненти методом найменших квадратів. На основі запропонованого методу вирішена прикладна задача діагностики авіаційного двигуна в процесі тривалої експлуатації.

Ключові слова: часовий ряд, трендова компонента, траекторна матриця, головні компоненти.

1. Введение. Создание методов управления жизненным циклом сложных технических объектов является важной научно-технической проблемой, решение которой позволит обеспечить переход к стратегии управления такими объектами по их техническому состоянию.

Такой переход возможен на основе применения технических средств непосредственного контроля изменения состояния эксплуатируемых объектов. Разработка методического, алгоритмического и программно-аппаратного обеспечения указанных средств контроля, оценки и прогноза изменения состояния диагностируемых объектов является важной и актуальной научно-прикладной задачей.

2. Постановка проблемы и цель исследования. Исходные данные в системах технической диагностики (СТД) формируются в виде временных рядов: временных срезов многомерной совокупности параметров на заданном промежутке времени эксплуатации.

Предметом настоящего исследования являются статистические модели (СМ) порождения данных, методы трендового контроля и анализа, позволяющие установить факт наличия тренда и закономерности его развития [2,4,6]. В СТД находят широкое применение различные трендовые статистики (Хальда-Аббе, кумулятивных сумм, F -критерий и др.) [4]. Однако известные методы трендового контроля позволяют установить лишь факт отсутствия тренда на заданном уровне значимости, поскольку именно

© Миргород В.Ф., Гвоздева И.М., 2011

так формулируется опорная гипотеза [8]. Таким образом, игнорируется факт наличия естественного тренда ввиду выработки ресурса. Поэтому методы трендового контроля могут быть использованы лишь для краткосрочного анализа, а опыт их применения свидетельствует о недопустимо высоком уровне ложных тревог (ошибок второго рода).

Указанных системных недостатков лишены методы трендового анализа, позволяющие восстановить трендовую компоненту и выполнить анализ тенденций ее развития.

Целью настоящего исследования является обоснование метода оптимальной аппроксимации трендовой компоненты временного ряда, образованного совокупностью параметров регистрации объектов диагностирования в длительной эксплуатации.

3. Основные результаты. Особенности регистрации технического состояния исследуемых объектов состоит в том, что в процессе эксплуатации добавляются новые данные (временные срезы), которые образуют расширяющуюся совокупность:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n], \\ \bar{x}_2 &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \ x_{n+1}], \\ &\dots \\ \bar{x}_k &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \ x_{n+k}]. \end{aligned}$$

Следовательно, полная информация об изменении временного ряда содержится в так называемой [3] траекторной матрице размером $n \times k$

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \\ \bar{x}_2 &= [x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{n+1}] \\ &\dots \\ \bar{x}_k &= [x_k \ x_{k+1} \ \dots \ x_{n+k-1}] \end{aligned} \tag{1}$$

Следует отметить, что если для наземного диагностируемого оборудования данные регистрации разделены одинаковыми временными промежутками, то для авиационных силовых установок эти данные соответствуют полетным циклам, неравноотстоящим во времени.

В качестве СМ порождения данных примем следующую модель совокупности

трендовой, циклической и помеховой (шумовой) компонент

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= [x_k \ x_{k+1} \ x_{k+2} \ \dots \ x_{k+n-1}] = \\ &= \bar{x}_{tr} + \bar{x}_{cicle} + \bar{x}_{noise} \end{aligned} \tag{2}$$

Задача анализа траекторной матрицы (1) состоит в разделении выборки параметров регистрации на совокупность (2) на заданном уровне значимости.

Известный [3,7] подход к решению поставленной задачи основан на *svd*-разложении траекторной матрицы (2) по убывающей последовательности ее сингулярных чисел с группировкой полученных данных для получения представления (3). Алгоритмическая сложность *svd*-разложения и последующей группировки данных препятствует применению известного подхода в технических средствах СТД.

В отличие от известного подхода, с целью уменьшения алгоритмической сложности, предлагается формирование траекторной матрицы (2) не в виде матрицы Ганкеля, а в виде матрицы Теплица, которая получается из (2) циклической перестановкой ее строк. Далее решается стандартная задача на собственные значения

$$X_i X_i^T \bar{u}_i = \sigma_i \bar{u}_i, \tag{3}$$

где столбцы \bar{u}_i образуют матрицу из ортогональных векторов матрицы автокорреляций $X_i X_i^T$.

Из (3) следует [1,5] матрица главных компонент временного ряда

$$F = U^T X_i, \tag{4}$$

упорядоченная по собственным числам матрицы автокорреляций $X_i X_i^T$.

Рассмотрим задачу разложения любой из строк (1) по главным компонентам (4)

$$\bar{x}_s = \sum_{i=1}^k b_{si} \bar{f}_i, \tag{5}$$

где $s = \overline{1, k}$, b_{si} – коэффициенты влияния, определяемые решением переопределенной ($n > k$) системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$F^T b_s = \bar{x}_s. \tag{6}$$

Решение СЛАУ (6) может быть найдено с использованием псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза [5]

$$\vec{b}_s^T = (FF^T)^{-1} F\vec{x}_s^T \quad (7)$$

Такое решение одновременно минимизирует норму ошибки аппроксимации $\|F^T \vec{b}_s - \vec{x}_s\|$ для любой заданной строки (1) и длину искомого вектора \vec{b}_s , поэтому является оптимальным по критерию наименьших квадратов [5].

Так как $(FF^T) = \text{diag}\{\lambda_i\}$, $i = \overline{1, k}$, то из (7) следует соотношение для определения оптимальных в указанном смысле коэффициентов влияния

$$b_{sj} = \vec{x}_s \vec{f}_j^T / (\vec{f}_j \vec{f}_j^T) = \lambda_j^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_j^T, \quad (8)$$

где \vec{f}_j – строки матрицы главных компонент.

Пусть, для определенности, собственное число $\lambda_1 = \lambda_{\max}$ соответствует компоненте с максимальной дисперсией, которая в исходной выборке является трендовой. Тогда согласно (8) получаем

$$\vec{x}_{tr,s} = b_{s1} \vec{f}_1, \quad (9)$$

где $b_{s1} = \lambda_{\max}^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_1^T$.

Варьируя s по строкам траекторной матрицы, получаем семейство трендовых траекторий, представляющих собой оптимальную аппроксимацию трендовой компоненты.

Циклическим (сезонным) компонентам соответствует пара сингулярных чисел траекторной матрицы, близким по величине и с последовательными номерами λ_i, λ_{i+1} .

Поэтому

$$\vec{x}_{cicle,s} = b_{s,i} \vec{f}_i + b_{s,i+1} \vec{f}_{i+1}. \quad (10)$$

Следует отметить, что в силу ортогональности главных компонент, сдвиг фаз между \vec{f}_i и \vec{f}_{i+1} равен $\pi/2$, что упрощает определение циклической компоненты согласно (10).

После выделения трендовой (9) и циклической (10) компонент целесообразно установить статистические свойства остатка \vec{x}_{noise} . Если остаточный временной ряд удовлетворяет критерию χ^2 выборки из генеральной совокупности нормально распределен-

ных случайных величин, то разделение ряда (2) выполнено корректно. Если при этом СКО остаточной выборки не превышает шумов измерений, то разделение ряда (2) соответствует физическим процессам в диагностируемом объекте.

Для проверки обоснованности предложенных решений выполнено диагностирование технического состояния двигателя ПС-90А в длительной эксплуатации (данные предоставлены И.В. Егоровым, ЦИАМ). Эксплуатационный период охватывал 219 полетных циклов в течении 1,5 лет. Трендовому анализу подвергались данные полетной регистрации технического состояния двигателя на различных режимах. Рассматривались тренды отклонений внутриводительных параметров от диагностической модели в виде дроссельных характеристик двигателя согласно [7].

На рис. 1 и рис. 2 представлены указанные тренды для взлетного режима двигателя,

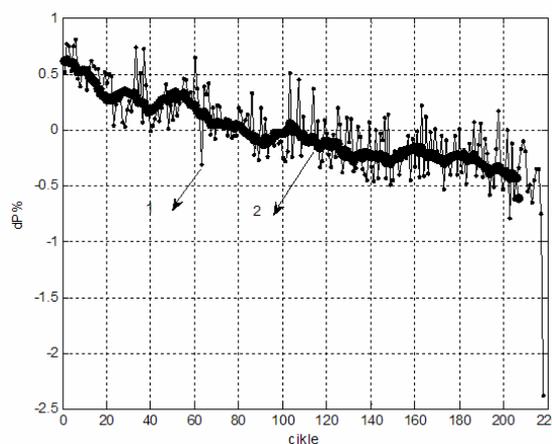


Рис.1. Временной ряд (1) и тренд отклонения давления за компрессором двигателя (2)

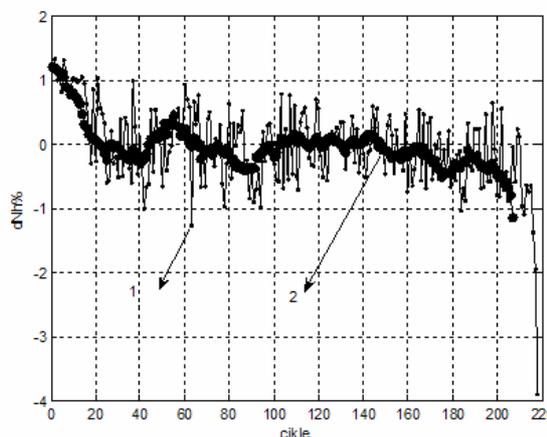


Рис.2. Временной ряд (1) и тренд отклонения оборотов турбины низкого давления двигателя (2)

аппроксимированные согласно предлагаемому подходу, по параметрам ΔP_k – отклонения давления за компрессором и ΔN_{HD} – отклонения оборотов турбины низкого давления.

Как это следует из приведенных иллюстраций и проведенного анализа, на 210 цикле произошел излом эксплуатационных трендов, что в последующем привело к развитию аварийной ситуации (помпаж двигателя).

Корректность решения задачи по выделению трендов подтверждается тем, что остаточная выборка удовлетворяет критерию χ^2 о принадлежности к генеральной совокупности независимых нормально распределенных случайных величин на 95%-м уровне значимости.

4. Заключение. Основные результаты работы заключаются в том, что предлагается и обосновывается новый метод трендового анализа временных рядов, образованных параметрами регистрации технического состояния сложных технических объектов в их длительной эксплуатации. Метод основан на образовании траекторной матрицы и последующем ее разложении на трендовую, циклические и шумовые составляющие путем оптимальной аппроксимации указанных компонент. Предлагаемый метод предусматривает решение задачи на собственные значения для корреляционной матрицы, соответствующей образованной траекторной, выделение максимального собственного числа корреляционной матрицы и нахождение ему соответствующего собственного вектора в виде первой главной компоненты временного ряда, с которой ассоциируется трендовая компонента. Оптимальная аппроксимация трендовой компоненты заключается в решении переопределенной системы уравнений относительно этой компоненты методом наименьших квадратов на основе применения псевдообратной матрицы Мура - Пенроуза. Разработаны программные средства для компьютерной реализации предлагаемого метода. На основе предложенного метода решена прикладная задача диагностики авиационного двигателя в процессе длительной эксплуатации.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в распространении предлагаемого подхода на многомерные тренды.

Список использованной литературы

1. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / Айвазян С.А. В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
2. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсон – М.: Мир, 1989.–540 с.
3. Главные компоненты временных рядов: метод “Гусеница” / Под ред. Д.Л. Данилова, А.А. Жиглявского. – С.-П. ун-т. – 1997.
4. Елифанов С.В. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей / С.В. Елифанов, В.И. Кузнецов, И.И. Богаенко и др. – К.: Техника, 1998. – 312 с.
5. Марпл мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л.Марпл мл. – М.: Мир, 1990.-584 с.
6. Миргород В.Ф. Применение диагностических моделей и методов трендового анализа для оценки технического состояния газотурбинных двигателей / В.Ф. Миргород, Г.С. Ранченко, В.М. Кравченко // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 9(56) – 2008. – С.192–197.
7. Elsner I.B. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis / I.B. Elsner, A.A. Tsonis. – New York, London: Plenum Press, 1996. – 164 p
8. Perron P. Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Furter Evidence from a New Approach / *Journal of Economic Dynamic and Control*. – No.12 – P. 297–332.

Получено 15.10.2011

References

1. Ayvazyan S.A., Bukhshtaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. Applied statistics / Classification and dimension reduction. – Moscow: Finances and statistics, 1989. – 607 p. [in Russian].

2. Bendat Dzh., Pearson A. Applied analysis of random data – Moscow: World, 1989.– 540 p. [in Russian].

3. The main components of time rows: method “Caterpillar” / [Edited by D.L. Danilov, A.A. Zhiglyavsky]. – St. Petersburg university, 1997 [in Russian].

4. Epifanov S.V., Kuznetsov V.I., Bogaenko I.I. and others. Synthesis the systems of control and diagnosis of turbo-engines. – Kiev: Technics, 1998. – 312 p. [in Russian].

5. Marpl Jr S.L. Digital spectrology and its applications. – Moscow: World, 1990. – 584 p. [in Russian].

6. Mirgorod V.F., Ranchenko G.S., Kravchenko V.M. Application of diagnostic models and methods of trend analysis for the estimation of the technical state of turbo-engines / Air-space technique and technology. – 2008. – 9(56). – P. 192–197 [in Russian].

7. Elsner I.B., Tsonis.A.A. Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis– New York, London: Plenum Press, 1996. – 164 p. [in English].

8. Perron P. Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Furter Evidence from and New Approach /Journal of Economic Dynamic and Control. – No. 12. – P. 297–332 [in English].



Миргород
Владимир Федорович,
канд.техн.наук.
Одесск. нац. поли-
техн.ун-та.
Украина, 65044 г.
Одесса, ул. Шевченко,
1,
т.:(067)918-50-20
e-mail:
mirgorod_v@mail.ru



Гвоздева
Ирина Маратовна,
д-р техн.наук, доцент
Одесск. нац. поли-
техн.ун-та.
Украина, 65044
Одесса,
ул. Шевченко, 1,
т.:(067)485-31-65
e-mail:
onopchenko@mail.ru