

УДК 621.771.0

В. А. Лещев, канд. техн. наук

### ОГРАНИЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗА КРАНОВОГО МЕХАНИЗМА ПОДЪЁМА ПРИ МОНТАЖНЫХ ОПЕРАЦИЯХ

*Рассмотрено влияние вынужденных колебаний точки подвеса грузовых канатов, создаваемых вибратором на приводе механизма подъема крана при монтажных операциях. Предложены условия гашения вертикальных колебаний груза, вызванных гибкостью каната и элементов металлоконструкции подъемного крана. Приведены примеры, при которых происходит такое демпфирование.*

**Ключевые слова:** вибрация, стабилизация, груз, демпфирование, канат.

V. A. Leschev, PhD.

### LIMITATION OF VIBRATIONS OF CARGO CRANE LIFTING MECHANISM FOR ASSEMBLY OPERATIONS

*The effect of the forced vibration point of suspension ropes, created a vibrator on the drive mechanism for lifting crane for assembly operations. The conditions for damping vertical oscillations of the load caused by the flexibility of the rope and metal elements of the crane. The examples in which there is a damping.*

**Keywords:** vibration, stabilization, cargo, damping, rope.

В. О. Лещев, канд. техн. наук

### ОБМЕЖЕННЯ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ КРАНОВОГО МЕХАНІЗМУ ПІДЙОМУ ПРИ МОНТАЖНИХ ОПЕРАЦІЯХ

*Розглянуто вплив вимушених коливань точки підвісу вантажних канатів, які створюються вібратором на приводі механізму підйому крана при монтажних операціях. Запропоновані умови гасіння вертикальних коливань вантажу, що викликані гнучкістю каната та елементів металоконструкції підйомного крана. Наведено приклади, коли відбувається таке демпфування.*

**Ключові слова:** вібрація, стабілізація, вантаж, демпфування, канат.

Одной из самых применяемых на крановых электроприводах механизмов подъема в диапазоне мощностей двигателей от 11 до 180 кВт является схема с асинхронным двигателем и магнитным контроллером. Она обеспечивает автоматический разгон, реверсирование, торможение и ступенчатое регулирование частоты вращения электродвигателя. Пуск и регулирование скорости механизма подъема осуществляется изменением сопротивлений резисторов, включенных в цепь обмотки ротора двигателя [2]. Малые скорости опускания достигаются путем включения и выключения привода с наложением тормозов.

Известно, что при осуществлении монтажных операций подъемными кранами с большой длиной грузовых канатов и с такими электроприводами для достижения точной посадки монтируемых узлов и деталей, которые будем в дальнейшем именовать просто грузом, приходится значительно уменьшать скорости перемещения. Это в значительной мере ограничивает производительность крана, поскольку одновременно

рабочее время тратится на ожидание успокоения перемещаемого груза, который из-за гибкости каната и металлической конструкции крана испытывает колебания по вертикали и горизонтали [5].

Хорошо известны методы демпфирования горизонтальных колебаний [1]. Однако их применение требует сложных и дорогих асинхронных электроприводов, имеющих частотное управление. Вместе с тем для гашения таких колебаний можно применить и динамическое демпфирование [3,4], в котором используется только механизм подъема.

После гашения горизонтальных колебаний остаются вертикальные, вызванные, как уже указывалось ранее, гибкостью канатов и крановой металлоконструкции. Поскольку такие вертикальные колебания являются свободными, можно воспользоваться тем, что сложение создаваемых искусственно вынужденных колебаний с этими свободными колебаниями системы – точка подвеса–канат–груз позволит при правильном подборе параметров свести такие колебания груза к допустимым. Этим можно уменьшить цикл работы крана и повысить его производительность.

© Лещев В.А., 2012

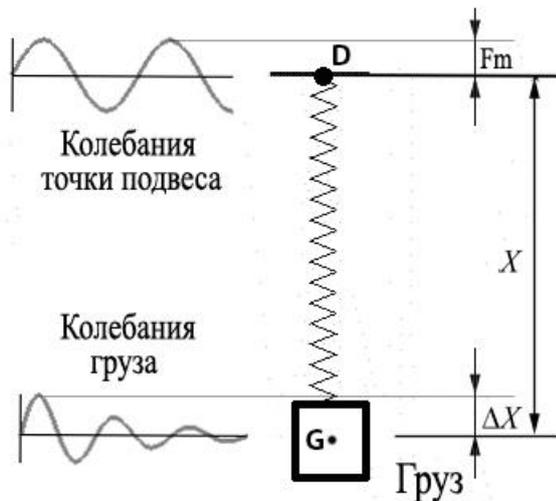


Рис. 1. Схема подвески кранового груза

Предположим, что на точку подвеса D грузового каната (рис.1) действует сила упругости каната  $F_1 = -kx$ .

По второму закону Ньютона для такой системы при условии отсутствия внешних сил

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_{\text{упр}} = -kx.$$

Если на груз действует ещё и суммарная сила сопротивления (сила трения проволочек в прядях грузового каната)  $F_2 = -2h \frac{dx}{dt}$ , которая пропорциональна вертикальной скорости колебаний груза, то

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_{\text{сп}} + F_{\text{упр}} = -2h \frac{dx}{dt} - kx$$

или

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + 2h \frac{dx}{dt} + kx = 0. \quad (1)$$

Допустим, что к этой системе в точке подвеса D приложена также периодическая вынуждающая сила

$$F = F_m \cos \Omega t. \quad (2)$$

В этих формулах  $k$  – коэффициент упругости каната,  $x$  – расстояние от центра тяжести груза  $G$  до точки подвеса  $D$ ,  $m$  – масса груза,  $h$  – коэффициент сопротивления трения,  $F_m$  – амплитуда вынуждающей сил,  $\Omega$  – частота этой силы. Все они есть некоторые постоянные величины.

Сила  $F$  изменяется в пределах от  $+F_m$  до  $-F_m$ . Период полного колебания этой силы  $2\pi / \Omega$ .

Тогда дифференциальное уравнение движения центра тяжести груза с учетом того, что частота собственных колебаний системы  $\omega_0$ ,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \Omega t, \quad (3)$$

здесь  $\beta = \frac{h}{m}$  и  $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ .

Решение уравнения (3) представляет собой сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Частное решение неоднородного уравнения (3) получим, если представим вынуждающую силу с помощью формулы Эйлера. Тогда уравнение (3) примет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \frac{(e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t})}{2}. \quad (4)$$

Частное решение уравнения (4) будем искать в виде

$$x = C_1 e^{j\lambda t} + C_2 e^{-j\lambda t}. \quad (5)$$

Подставив  $x$  из (5) в (4) и преобразовав, запишем

$$\left. \begin{aligned} &(-\lambda^2 + 2j\beta\lambda + \omega_0^2)C_1 e^{j\lambda t} + \\ &+ (-\lambda^2 - 2j\beta\lambda + \omega_0^2)C_2 e^{-j\lambda t} = \\ &= \frac{F_m}{2m} e^{j\Omega t} + \frac{F_m}{2m} e^{-j\Omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Решение уравнения (6) возможно только при условии, что  $\lambda = \Omega$ .

Тогда из (6) получим

$$\left. \begin{aligned} &(-\Omega^2 + 2j\beta\Omega + \omega_0^2)C_1 = \frac{F_m}{2m}, \\ &(-\Omega^2 - 2j\beta\Omega + \omega_0^2)C_2 = \frac{F_m}{2m} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

из (7) определим коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} &C_1 = \frac{F_m}{2m(-\Omega^2 + 2j\beta\Omega + \omega_0^2)}, \\ &C_2 = \frac{F_m}{2m(-\Omega^2 - 2j\beta\Omega + \omega_0^2)} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Подставляя коэффициенты из (8) в (5), получаем вынужденную составляющую процесса

$$x(t) = \frac{F_m}{2m} \cdot \frac{1}{((\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2)} \times \\ \times [(\omega_0^2 - \Omega^2)(e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}) + j\beta\Omega(e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t})]$$

Затем, используя формулы Эйлера

$$(e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}) = 2 \cos \Omega t$$

и

$$(e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}) = -2j \sin \Omega t$$

для обратного преобразования, получим закон движения центра тяжести груза  $G$ :

$$x(t) = \frac{F_m}{m} \cdot \frac{1}{((\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2)} \times \\ \times [(\omega_0^2 - \Omega^2) \cos \Omega t - j\beta\Omega \sin \Omega t]. \quad (9)$$

Допустим, что груз, подвешенный на канате, сначала выведен из положения равновесия, а потом предоставлен самому себе.

Вследствие этого произойдут свободные колебания груза.

Во всякий момент времени  $t$  расстояние  $x$  его центра тяжести  $G$  от положения, которое этот центр занимал в момент равновесия, соответствует уравнению (1)

Известно, что точка подвеса  $D$  каната, в свою очередь, совершает колебания по следующему закону:

$$x_1(t) = F_m \cos \Omega t,$$

где  $F_m$  и  $\Omega$  – амплитуда и частота этих колебаний.

В этом случае в момент времени  $t$  на груз будет действовать не сила  $kx$ , а сила  $k(x - x_1)$ , и уравнение (1) после сокращения на  $m$  запишем так:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}(x - x_1) = 0. \quad (10)$$

После преобразования последнего уравнения с учетом действия внешней силы, а также подставляя значения  $\beta$  и  $\omega_0$ , получим следующее выражение:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \Omega t. \quad (11)$$

Поскольку уравнение (11) полностью соответствует (3), можно считать, что колебания центра тяжести груза описываются выражением

$$x(t) = A \cos(\Omega t + \gamma),$$

где  $A$  – амплитуда колебаний центра тяжести груза  $G$ ;  $\gamma$  – начальная фаза.

Из уравнения (9) получаем значения амплитуды  $A$  и начальной фазы  $\gamma$ :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{F_m}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \\ \gamma &= -\arctg\left(\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right) \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Из (12) видно, что амплитуда колебаний  $A$  и начальная фаза  $\gamma$  при заданном коэффициенте жесткости  $\beta$  зависят от амплитуды  $F_m$  внешней силы и массы груза  $m$ , но главное – от соотношения частот  $\omega$  и  $\Omega$ .

Вследствие этого теоретически возможны три случая:

1. На очень низких частотах вынуждающей силы, когда  $\Omega \ll \omega_0$ , движение груза повторяет движение точки подвеса (рис.2) с наложением свободной составляющей. При этом в установившемся режиме грузовой канат остается практически недеформированным. На этом и приведённых далее рисунках  $F_m = 2$  см,  $m = 1$  кг,  $h = 5$  Н/м,  $\beta = 0,2$  с<sup>-1</sup>, т.е.  $\omega_0 = 2,24$  рад/с.



Рис. 2. График колебаний груза при  $\Omega \ll \omega_0$  ( $\Omega = 0,1$  рад/с,  $A_{max} = 3,7$  см)

Однако в начальный период времени за счет свободной составляющей амплитуда колебаний может возрасти до двукратного значения.

2. Если же частота  $\Omega$  внешней силы приближается к собственной частоте  $\omega_0$ , возникает резкое увеличение амплитуды колебаний груза – резонанс, что опасно для конструкции крана (рис. 3).



Рис. 3. График колебания груза при  $\Omega = \omega_0$   
( $\Omega = 2,23$  рад/с,  $A_{max} = 21$  см)

3. В случае же, если  $\Omega \gg \omega$ , т.е. когда частота  $\Omega$  периодической силы достаточно велика (рис. 4), амплитуду колебаний  $A$  можно сделать сколь угодно малой.

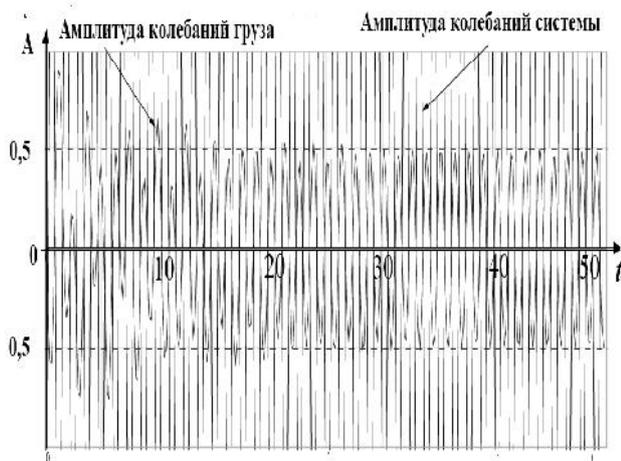


Рис. 4. График колебания груза при  $\Omega \gg \omega_0$   
( $\Omega = 5$  рад/с,  $A_{max} = 0,8$  см)

Даже в начальный период времени максимальное значение свободной составляющей значительно меньше, чем амплитуда колебаний системы. Груз при этом будет практически неподвижным по сравнению с колеблющейся точкой подвеса грузового каната.

### Выводы

При вибрации точки подвеса грузового каната с достаточно высокой частотой, которая выбирается по приведенным выше соображениям, колебания опускаемого груза, возникающие из-за гибкости металлоконст-

рукции крана и канатного каната, можно свести до приемлемых на практике малых величин. При этом колебания системы точка подвеса–канат–груз практически не передаются грузу при его равномерном движении вниз или при торможении до полной остановки привода.

Возможное влияние на крановую конструкцию резонансных явлений от высших гармонических составляющих вынуждающей силы при таком демпфировании, если учитывать принятые допущения и нелинейность, требует дальнейшего исследования

### Список использованной литературы

1. Герасимьяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимьяк, В. А. Лещев. – Одесса: СМІЛ, – 2008. – 192 с.
2. Герасимьяк Р. П. Динамика электромеханических систем механизмов циклического действия: Учеб. пособие / Р. П. Герасимьяк. – Одесса: 1996. – 48 с.
3. Лещев В. А. Динамическая стабилизация подвешенного на гибкой нити груза / В. А. Лещев. – К.: Техніка // Электротехнічні та комп'ютерні системи. – К.: Техніка. – № 3(79). – 2011. – С.172–174.
4. Лещев В. А. Параметрическое управление гашением колебаний подвешенного на кране груза / В. А. Лещев // Электротехнічні та комп'ютерні системи. – К.: Техніка. – № 4(80). – 2011. – С.172–174.
5. Строганова И. С. Изучение вынужденных колебаний маятника с движущейся точкой подвеса / И. С. Строганова, В. И. Хаустова. – М.: МВТУ. – 1981. – С.57–61.
6. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов / Н. А. Лобов – М.: Машиностроение, 1987. – 156 с.

Получено 05.06.2012

### References

1. Gerasymiak R. P. Analysis and synthesis of crane electromechanical systems / R. P. Gerasymiak, V. A. Leshchev. – Odessa: SMIL, 2008. – 192 p. [in Russian].

2. Gerasymiak R. P. The dynamics of electromechanical systems, mechanisms of action of cyclic: Textbook. Manual / R. P. Gerasymiak // – Odessa: 1996, – 48 p. [in Russian].

3. Leshchev V. A. Dynamic stabilization function is suspended on a flexible string load / V. A Leshchev / Elektrotechnical and computer systems. – Kiev: Technika. – № 4 (80). – 2011, P.172–174 [in Russian].

4. Leshchev V. A Parametric control of vibration damping is suspended on the crane load / V. A Leshchev // Elektrotechnical and computer systems. – Kiev: Technika. – № 03(79). – 2011. – P.172–174 [in Russian].

5. Stroganova I. S. The study of forced oscillations of a pendulum with a moving point of suspension / I. S. Stroganova, I. S. Khaustova – Moskow: MVTU, 1981. – P.57–61 [in Russian].

6. Lobov N. A Dynamics of cranes / N.A. Lobov. – Moskow: Mechanical Engineering. – 1987. – 156 p. [in Russian].



Лещев

Владимир Александрович,  
канд. техн. наук, проректор  
Измаильского ин-та водного  
транспорта,  
тел. 380-98-380-98-23,  
e-mail: vleschev@mail.ru