

УДК. 621.313.333

В порядке обсуждения

А. В. Китаев, канд. техн. наук,
В. Л. Агбомассу, В. И. Глухова

СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Показано, что известная схема замещения асинхронного двигателя является образцово показательным примером для описания поведения всех типов электрических машин. Она может быть упрощена на основе приложения метода эквивалентного генератора и основных положений теории многополюсников, чем достигнута преемственность теоретических основ электротехники и теории электрических машин. Аналогичный подход использован при разработке схемы замещения синхронного двигателя.

Ключевые слова: электрические машины, электрические двигатели, синхронные двигатели, схема замещения, цепь статора, цепь ротора, ветвь намагничивания, моментные, механические, угловые и рабочие характеристики

A. V. Kitaev, PhD.,
V. L. Agbomassou, V. I. Glukhova

ALTERNATING-CURRENT ELECTRIC MOTORS EQUIVALENT SCHEMES

It is shown that the known chart of substituting for an asynchronous engine is an exemplary model for description of all electric machines types behavior description. Thus it can be simplified on the basis of appendix of method of equivalent generator and substantive provisions of theory of multiterminal networks, what is attain the succession of theoretical bases of the electrical engineering with the theory of electric machines. Analogical approach is used for development of chart of substituting for a synchronous engine.

Keywords: electric machines, electric engines, synchronous engines, chart of substitutions, chain of the stator, chain of rotor, branch of magnetizing, torque, mechanical, angular, working and vivid descriptions

О. В. Китаев, канд. техн. наук,
В. Л. Агбомассу, В. И. Глухова

ЗАСТУПНІ СХЕМИ ЕЛЕКТРИЧНИХ ДВИГУНІВ ЗМІННОГО СТРУМУ

Показано, що відома заступна схема асинхронного двигуна є зразково показовим прикладом для опису поведінки всіх типів електричних машин. Вона може бути спрощена завдяки застосуванню методу еквівалентного генератора і основних положень теорії багатополісників, чим досягнуто спадкоємність таких дисциплін, як теоретичні основи електротехніки і теорія електричних машин. Аналогічний підхід використано під час розробки заступної схеми синхронного двигуна.

Ключові слова: електричні машини, електричні двигуни, синхронні двигуни, заступна схема, коло статора, коло ротора, гілка намагнічування, моментні, механічні, кутові і робочі характеристики

В работе [1] поставлен на обсуждение вопрос о схемах замещения двигателей постоянного тока, причем утверждается, что таких схем нет, но они могут быть предложены и с успехом использованы при анализе поведения этих машин. Очевидно, что аналогичное исследование по отношению к двигателям переменного тока также представляет интерес. Поэтому целевое назначение настоящей статьи – обсуждение вопроса по схемам замещения асинхронных (АД) и синхронных (СД) двигателей.

Асинхронный двигатель

Знакомство со схемами замещения в теории электрических машин начинается в

разделе «Трансформаторы» (ТР). Именно здесь [2, 4 – 6] подчеркивается, что схема замещения – это физико-математическая модель в виде простой электрической цепи, которая пригодна для выполнения анализа работы устройства, а также для расчетов по определению токов, напряжений и мощностей в цепях входа и выхода. Указывается также, что она имеет формальное сходство со схемой замещения пассивного четырехполюсника, содержащей зажимы входа и выхода. Этот факт преподносится как яркий пример преемственности с дисциплиной ТОЭ, что, естественно, усиливает логические позиции теории электрических машин.

Асинхронный двигатель при пуске представляет собой типичный ТР. Поэтому здесь обращение к схеме замещения ТР бесспорно

© Китаев А.В., Агбомассу В.Л.,
Глухова В.И., 2013

обосновано. Однако при вращении ротора частота наводимых в роторной цепи ЭДС и токов существенно ниже, чем в статорной, что, казалось бы, делает разговор о схеме замещения АД беспредметным. Но предпринятые усилия позволили записать систему основных уравнений АД при вращающемся роторе через параметры и показатели пускового режима. В итоге схема замещения АД в виде Т-образного соединения ветвей была создана. Она приведена на рис. 1, а. При этом подчеркивают тот факт, что механическую мощность на валу удалось представить в виде электрического эквивалента. Т-образная схема была использована специалистами при решении таких задач:

- анализе поведения АД в двигательном, генераторном и тормозном режимах [3];
- исследовании АД в режимах динамического и конденсаторного торможения [4];
- построении круговой диаграммы [2] и т.д.

Казалось бы, что на этом схема замещения себя исчерпала и дальнейшее ее обсуждение лишено смысла. Однако такие заявления абсурдны, поскольку логика познания не имеет границ, а практика постоянно требует решения других новых задач. Рассмотрим две из них. Первая связана с упрощением схемы замещения; вторая – с предложением использовать семейство характеристик скольжения, т.е. зависимостей $n_2, M, P_2, I_1, P_1, \eta, \cos \varphi = f(s)$, где n_2 – частота вращения ротора; M – момент на валу; P_2 – мощность на выходе; P_1 – потребляемая мощность; η – КПД; $\cos \varphi$ – коэффициент мощности; s – скольжение.

Возможность упрощения схемы замещения АД обусловлена тем, что специалисты по электрическим машинам, установив ее формальное сходство со схемой замещения четырехполюсника и заявив о преимуществах с ТОО, на том остановились и далее ее развивать не стали. А для определения токов, напряжений и мощностей на отдельных элементах ветвей использовали универсальный метод (законы Кирхгофа), который именно в ТОО назван громоздким и в расчетной практике неудобным. Устранение этого недостатка было достигнуто разработкой методов,

упрощающих расчет, среди которых особую роль играет метод эквивалентного генератора (МЭГ), позволяющий электрическую цепь любой сложности свести к простейшей. Использование же последней открывает возможность записи выходных показателей в наиболее простой и компактной форме. В итоге схема замещения АД (рис. 1, а) сводится к схеме рис. 1, б.

Разумеется, что анализ поведения АД предусматривает определение не только выходных, но и входных показателей. В таком случае бывает целесообразно вынести поперечную ветвь непосредственно на входные зажимы и считать ток холостого хода независимым от нагрузки. Это достигается тем, что система основных уравнений четырехполюсника

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2, \quad (1)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2, \quad (2)$$

где $\underline{U}_1, \underline{I}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_2$ – соответственно напряжения и токи входа и выхода; $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ – коэффициенты четырехполюсника, переписывается в виде

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \frac{\underline{I}_2}{\underline{A}}, \quad (3)$$

где \underline{I}_{10} – ток холостого хода АД.

Уравнению (3) соответствует схема замещения, приведенная на рис. 1, в.

Очевидно, что вновь предлагаемые схемы заметно проще исходной.

Необходимость обращения к скольжению определяют следующие предпосылки. Во-первых, одной из зависимостей этого семейства, а именно $M = f(s)$, получившей название моментной характеристики, теория уделяет повышенное внимание и рассматривает ее подробнейшим образом, включая различные формы записи. Для спора здесь нет причин, поскольку, действительно, это одна из важнейших характеристик АД. Но если к $M = f(s)$ проявляется высокий интерес, то столь же важно также исследование поведения остальных показателей, т.е. $n_2, P_2, I_1, P_1, \eta, \cos \phi_1 = f(s)$, которые в совокупности дают картину возможностей машины в развернутом виде.

Во-вторых, как оказалось, скольжение s следует отнести к числу наиболее удачных

переменных параметров, способствующее упрощению записи расчетных соотношений. Последний эффект проявляется в еще более высокой степени при переходе к относительным значениям частоты вращения, момента, тока и мощности. В качестве базовых значений для построения семейства характеристик скольжения удобно использовать: n_1 – частота вращения магнитного поля статора; M_{MAX} – максимальный момент; $I_{2КЗ}$ – ток короткого замыкания в цепи ротора и $P_{2ЭМАХ} = \omega_1 M_{MAX}$ – максимальная электромагнитная мощность. Опуская детали вывода аналитических соотношений семейства характеристик скольжения, приведем их конечные выражения (табл. 1). Выполненные на их основе расчеты позволяют построить семейство характеристик скольжения (рис. 2).

Кроме этого, необходимо учитывать вытеснение тока в обмотках статора и ротора, их интенсивный нагрев при пуске машины и т.д. Поэтому сопоставление расчетных значений по формулам табл. 1 с результатами эксперимента и практики желаемой сходимости часто не дает. Например, зависимость $\mu = f(s)$, рассчитанная по формуле момента табл. 1 (формула Клосса), характеризуется значением пусковых моментов, которые отличаются от каталожных данных примерно в два раза. Пользуясь методикой, предложенной в работе [8], можно снизить эти расхождения до значений приемлемой инженерной точности.

В третьих, наличие характеристик скольжения открывает путь для определения других семейств, например, рабочих характеристик. При этом необходимость в каких-либо дополнительных аналитических соотношениях отпадает, а используется прием перестроения, хорошо известный, например, при поиске механической характеристики $n_2 = f(M)$ по известной зависимости $M = f(s)$. Следует подчеркнуть, что при построении рабочих характеристик базовые значения тока и мощности нужно заменить на показатели номинального режима: $I'_{2НОМ}$ – приведенный ток в обмотке ротора и $P_{2ЭНОМ} = \omega_1 M_{НОМ}$. Тогда вблизи номинальных скольжений значения относительных показателей не будут слишком малы, а близки к единице [7 – 10].

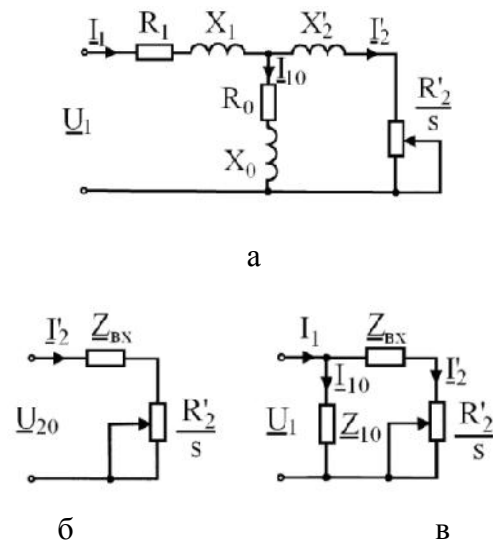


Рис. 1. Схемы замещения АД

1. Аналитические соотношения для расчета характеристик скольжения

Наименование показателя	Аналитические соотношения
Частота вращения ротора	$\nu = 1 - s$
Момент	$\mu = \frac{2ss_k}{s_k^2 + s^2}$
Мощность на валу	$p_2 = \mu \nu$
Ток в обмотке ротора	$\beta = \frac{s\sqrt{s_k^2 + 1}}{\sqrt{s_k^2 + s^2}}$
Угол сдвига между E_2^1 и I_2^1	$\psi = \arctg \frac{s}{s_k}$
Ток в обмотке статора	$\beta_1 = \left[\beta_0^2 + \beta^2 + 2\beta_0 \times \right]^{0,5}$ $\left[\times \beta \sin(\psi_2 + \alpha_0) \right]$
Потребляемая мощность	$p_1 = \mu + s + 2s_H$
КПД	$\eta = \frac{p_2}{p_1}$
Коэффициент мощности	$\cos \varphi_1 = \frac{\beta \cos(\psi_2 + \theta)}{\beta_1} + \frac{\beta_0 \cos(\alpha_0 + \theta)}{\beta_1}$

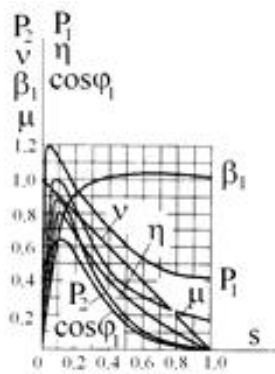


Рис. 2. Семейство характеристик скольжения

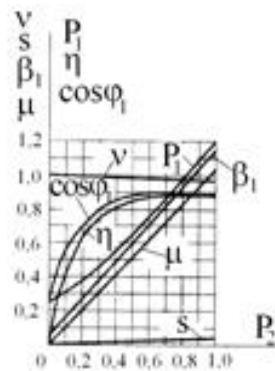


Рис. 3. Семейство рабочих характеристик

Синхронный двигатель

От АД и ДПТ синхронный двигатель (СД) принципиально отличается тем, что его ротор всегда вращается с неизменной (синхронной) скоростью, т.е. у него нет скольжения. Однако и для него можно составить схему замещения с электрическим эквивалентом механической мощности тем же приемом, который был использован по отношению к АД и ДПТ. Но вначале решим вопрос с определением тока, потребляемого СД от сети. Обращаемся к основному уравнению баланса напряжений

$$\underline{U} = \underline{I}Z_a + \underline{E}_a, \quad (4)$$

где U – приложенное напряжение сети; Z_a – полное комплексное сопротивление якорной цепи с учетом реакции якоря; E_a – ЭДС обмотки якоря, наводимой основным магнитным потоком машины. Примем, что связь между \underline{U} и \underline{E}_a определяется соотношением $\underline{E}_a = kUe^{-j\theta}$. Тогда из уравнения баланса напряжений находят ток

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}(1 - ke^{-j\theta}) = \underline{I}_{K3}(1 - e^{-j\theta}).$$

При использовании относительных значений последнее соотношение принимает вид

$$\underline{\beta} = 1 - ke^{-j\theta} = \beta \cdot e^{j\nu}, \quad (5)$$

где $\beta = \sqrt{1 + k^2 - 2k \cos \theta}$,

$$\nu = \arctg \frac{k \sin \theta}{1 - k \cos \theta}.$$

Поскольку полный диапазон возможных значений угла θ лежит в пределах от нуля до девяноста градусов, то, приняв дискретность изменения θ , равной десяти градусам, для любого избранного значения k ($k = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$) можно рассчитать зависимость $\beta = f(\theta)$. При решении задач такого рода удобна и полезна векторно-круговая диаграмма, приведенная на рис. 4. Она придает полученным результатам высокую степень наглядности: состоит из вектора относительного единичного значения напряжения источника, расположенного на оси действительных чисел комплексной плоскости, ряда концентрических окружностей радиусом k и шкалы значений угла θ . Если под выбранным углом θ провести вектор длиной k , а затем его конец соединить с концом единичного вектора, то вновь полученный вектор даст величину и пространственное положение вектора относительного тока $\underline{\beta}$.

Таким образом, используя графические построения, можно найти зависимости $\beta = f(\theta)$ и даже U -образные характеристики СД.

Уравнение (4) можно переписать:

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_a = R_a + jX_a = Z_a \cos \varphi + jZ_a \sin \varphi,$$

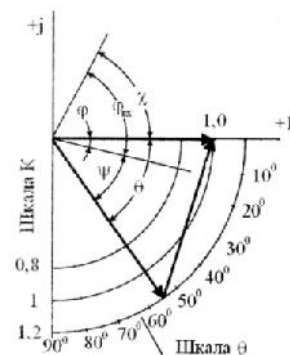


Рис. 4. Векторно-круговая диаграмма

Согласно последнему уравнению может быть составлена схема замещения СД, приведенная на рис. 5, где эквивалентом механической мощности выступает переменное активное сопротивление R_{Σ} .

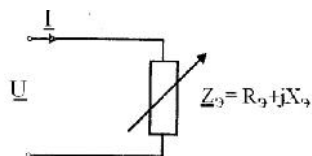


Рис. 5. Схема замещения СД

Используя его, можно найти величину момента СД тем же приемом, что и для других типов электрических двигателей:

$$M = \frac{P_2}{\omega_0} = \frac{I^2}{\omega_0} R_{\Sigma}. \quad (6)$$

Однако при расчетах более удобно пользоваться относительными значениями тех же сопротивлений, а именно:

$$Z_{\Sigma}^* = \frac{Z_{\Sigma}}{Z_a};$$

$$R_{\Sigma}^* = Z_{\Sigma}^* \cos(\varphi - \varphi_a); \quad X_{\Sigma}^* = Z_{\Sigma}^* \sin(\varphi - \varphi_a).$$

Поэтому формулу (6) следует переписать в виде

$$\mu = \frac{\beta^2}{\beta_{90^0}^2} \cdot \frac{R_{\Sigma}^*}{R_{\Sigma90^0}^*};$$

где $\mu = \frac{M}{M_{MAX}}$; M_{MAX} – максимальный момент, который развивает СД при $\Theta=90^{\circ}$; β_{90^0} – относительное значение тока при максимальном моменте; R_{Σ}^* , $R_{\Sigma90^0}^*$ – эквивалентные активные сопротивления, соответствующие текущему значению θ и $\Theta=90^{\circ}$ (в относительных единицах).

Полученные на основе изложенного подхода соотношения сведены в табл. 2. Используя их, а также векторно-круговую диаграмму, можно найти числовые значения требуемых параметров и показателей для всего диапазона углов θ . Результаты такой работы, выполненной, например, для значений $k = 1$; $\varphi_a = 85^{\circ}$, иллюстрирует табл. 3. На основании полученных данных построены семейства угловых и рабочих характеристик (рисунки 6 и 7). Аналогичная работа может быть выполнена и для других значений k и

φ_a . В итоге разработчик получит обширный информационный материал по оптимизации работы двигателя и подберет для него наиболее выгодный режим.

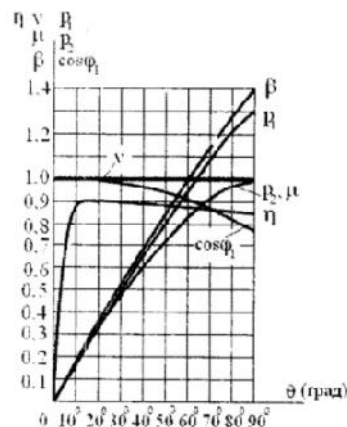


Рис. 6. Семейство угловых характеристик

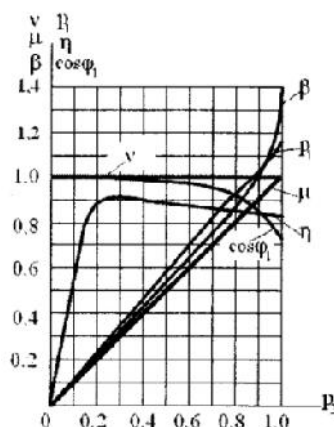


Рис. 7. Семейство рабочих характеристик

2. Формулы для расчета характеристик СД

Наименование показателя	Аналитическое выражения в относительных единицах
Ток	$\beta = \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos \theta}$
Частота вращения	$\nu = 1$
Момент	$\mu = \frac{\beta^2}{\beta_{90^0}^2} \cdot \frac{R_{\Sigma}^*}{R_{\Sigma90^0}^*} = \sin \theta$
Мощность выхода	$p_2 = \mu \nu = \sin \theta$
Потребляемая мощность	$p_1 = \mu \nu + \sin \theta_X$
КПД	$\eta = \frac{p_2}{p_1}$
Коэффициент мощности	$\cos \varphi_1 = \frac{R_{\Sigma}^*}{Z_{\Sigma}^*}$

3. Результаты расчета параметров при работе СД

θ , град.	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
β	0	0,174	0,347	0,52	0,684	0,845	1,0	1,147	1,285	1,414
φ , град.	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45
Z_{Σ}^*	∞	5,747	2,88	1,92	1,46	1,183	1,0	0,87	0,778	0,704
R_{Σ}^*	∞	5,747	2,87	1,89	1,41	1,11	0,9	0,753	0,55	0,54
X_{Σ}^*	0	0	0,251	0,33	0,98	0,404	0,42	0,435	0,446	0,45
μ	0	0,161	0,341	0,47	0,01	0,79	0,83	0,917	0,978	1
p_2	0	0,161	0,341	0,47	0,01	0,79	0,83	0,917	0,978	1
p_1	0,026	0,19	0,378	0,521	0,68	0,88	0,929	1,065	1,152	1,21
η	0	0,84	0,9	0,9	0,897	0,88	0,87	0,86	0,85	0,83
$\cos \varphi_1$	1	1	0,99	0,98	0,966	0,94	0,9	0,87	0,82	0,767

ВЫВОДЫ

1. Известная Т-образная схема замещения АД может быть упрощена на основе использования метода эквивалентного генератора и положений теории многополюсников. Эффект этой операции определяют простые, компактные и удобные для анализа расчетные соотношения, на основе которых выгодно построить семейство характеристик скольжения.

2. Схема замещения с электрическим эквивалентом механической мощности на валу может быть составлена и для электрических синхронных двигателей. Это унифицирует методику исследования СД и АД, что отвечает принципам системности и преемственности.

Список использованной литературы

1. Китаев А. В. Схемы замещения электрических двигателей постоянного тока [Текст] / А. В. Китаев, В. И. Глухова // Электротехнические и компьютерные системы. – 2013. – № 10 (89). – С. 137 – 142.

2. Важнов, А. И. Электрические машины [Текст] / А. И. Важнов. – Л. : Энергия, 1968. – 768 с.

3. Bakshi U. A. D.c. Machines and Synchronous Machines [Text] / U. A. Bakshi, M. V. Bakshi // Technical Publications, 2009. – 632 p.

4. Вольдек А. И. Электрические машины [Текст] А. И. Вольдек – Л. : Энергия, 1974. – 840 с.

5. Костенко М. П. Электрические машины. Части 1 и 2 [Текст] / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский – Л. : Энергия, 1972.– 544 с. –1973. – 648 с.

6. Петров, Г. Н. Электрические машины. Части 1, 2 и 3 / Г. Н. Петров. – М.-Л. : ГЭИ, 1956.– 135 с. – 1963. – 416 с. – 1968. – 244 с.

7. Boglietti A. Induction motor high frequency model Conference Record – IAS Annual Meeting [Text] / A. Boglietti, E. Carpaneto // IEEE Industry Applications Society. – 1999. – 3. – P. 1551 – 1558.

8. Boglietti A. Experimental high-frequency parameter identification of ac electrical motors [Text] / A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzari // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2007. – 43(1). – P. 23 –29.

DOI : 10.1109/TIA.2006.887313.
 URL : <http://libgen.org/scimag4/10.1109/TIA.2006.887313.pdf>.

9. Gubia E. a b. Frequency domain model of conducted EMI in electrical drives [Text] / [E. a. b. Gubia, P. a. b. Sanchis, A. a. b. Ursúa and others] // IEEE Power Electronics Letters. – 2005. – 3 (2). – P. 45 – 49.

DOI : 10.1109/LPEL.2005.848730.
 URL : <http://libgen.org/scimag3/10.1109/LPEL.2005.848730.pdf>.

10. Seo J.-M.a. Permanent magnet synchronous motor for electric tractor of 35 horsepower 2013 IEEE ECCE Asia Downunder [Text] / [J.-M. a. Seo, Y-K. a. Kim, I.-S. a. Jung and others] // 5-th IEEE Annual International Energy Conversion Congress and Exhibition,

IEEE ECCE Asia 2013, art. no. 6579153. – 2013. – P. 560 – 565.
DOI : 10.1109/ECCE-Asia.2013.6579153.
URL : <http://sci-hub.org/pdfcache/eef87f2897ab586930c0972b5b7092e8.pdf>.

Получено 06.08.2013

References

1. Kitaev A. V. Equivalent Circuits of Electric Motors of a Direct Current [Text] / A. V. Kitayev, V. I. Gluhov // *Electrotechnical and Computer Systems*. – 2013. – № 10 (89). – P. 137 – 142 [in Russian].

2. Vajnov A. I. Electric Machines [Text] / A. I. Vajnov. – Leningrad : Energy, 1968. – 768 p. [in Russian].

3. Bakshi U. A. D.c. Machines and Synchronous Machines [Text] / U. A. Bakshi, M. V. Bakshi // *Technical Publications*. – 2009. – 632 p. [in English].

4. Voldek A. I. Electric Machines [Text] / A. I. Voldek – Leningrad : Energy, 1974. – 840 p. [in Russian].

5. Kostenko M. P. Electric Machines. Parts 1 and 2. [Text] / M. P. Kostenko, JI. M. Piotrovsky // Leningrad : Energy, 1972. – 544 p. – 1973. – 648 p. [in Russian].

6. Petrov G. N. Electric Machines. Parts 1, 2 and 3. [Text] / G. N. Petrov – Moscow–Leningrad : GEI. – 1956 – 135 p. – 1963 – 416 p. – 1968. – 244 p. [in Russian].

7. Boglietti A. Induction Motor High Frequency Model Conference Record – IAS Annual Meeting [Text] / A. Boglietti, E. Carpaneto // *IEEE Industry Applications Society*. – 1999. – 3. – P. 1551 – 1558 [in English].

8. Boglietti A. Experimental High-frequency Parameter Identification of ac Electrical Motors [Text] / A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzari // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 2007 – 43(1). – P. 23 – 29 [in English].

DOI : 10.1109/TIA.2006.887313.
URL : <http://libgen.org/scimag4/10.1109/TIA.2006.887313.pdf>.

9. Gubia E. a. b. Frequency Domain Model of Conducted EMI in Electrical Drives [Text] / [E. a. b. Gubia, P. a. b. Sanchis, A. a. b. Ursúa and others] // *IEEE Power Electronics Letters*. – 2005. – 3 (2). – P. 45 – 49 [in English].

DOI : 10.1109/LPEL.2005.848730.
URL : <http://libgen.org/sci-mag3/10.1109/LPEL.2005.848730.pdf>.

10. Seo J.-M. a. Permanent magnet synchronous motor for electric tractor of 35 horsepower 2013 IEEE ECCE Asia Downunder [Text] / [J.-M. a. Seo, Y.-K. a. Kim, I.-S. a. Jung and others] // 5-th IEEE Annual International Energy Conversion Congress and Exhibition, IEEE ECCE Asia 2013, art. no. 6579153. – 2013. – P. 560 – 565 [in English].

DOI : 10.1109/ECCE-Asia.2013.6579153.
URL : <http://sci-hub.org/pdfcache/eef87f2897ab586930c0972b5b7092e8.pdf>.



Китаев Александр Васильевич, канд. техн. наук, проф. каф. энергетики и электротехники Херсонского нац. техн. ун-та, тел.+38(0552)516468, e-mail: laurvignon@yahoo.fr



Агбомассу Виньон Лоран, магистр техн. наук, инженер первой категории каф. энергетики и электротехники Херсонского нац. техн. ун-та, тел.+38(0552)516-468, e-mail: laurvignon@yahoo.fr



Глухова Валентина Ивановна, ст. преп. каф. энергетики и электротехники Херсонского нац. техн. ун-та, тел.+38(0552)516-468, e-mail: laurvignon@yahoo.fr