УДК 621.382

Г. Ю. Щербакова, канд. техн. наук,
В. Н. Крылов, д-р техн. наук,
А. С. Дилевский

МУЛЬТИСТАРТОВЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ИТЕРАТИВНОЙ ОЦЕНКОЙ ОГРАНИЧЕНИЙ ВТОРОГО РОДА

Разработан и исследован мультистартовый метод оптимизации в пространстве вейвлет– преобразования (ВП) с итеративной оценкой ограничений в виде неравенств. Этот метод по сравнению с базовым мультистартовым методом оптимизации при незначительном возрастании относительной погрешности определения минимума сохраняет высокую помехоустойчивость и позволяет значительно повысить быстродействие процедуры оптимизации.

***Ключевые слова**: мультистартовый метод оптимизации, оптимизация с ограничениями-неравенствами, гиперболическое вейвлет- преобразование, субградиентный итеративный метод оптимизации, помехоустойчивость, вейвлет - функция Хаара*

G. Yu. Shcherbakova, PhD.,
V. N. Krylov, ScD.,
A. S. Dilevsky

MULTI-START OPTIMIZATION METHOD IN THE WAVELET-TRANSFORMING DOMAIN WITH ITERATIVE ESTIMATION OF INEQUALITY CONSTRAIN

The multi-start optimization method in the wavelet transforming domain is designed and investigated. This optimization method has the iterative estimation of the inequalities constrain in the wavelet transforming domain. This method keeps high noise stability and allows of the optimization time reducing. The increasing of the optimum search error is insignificant.

***Keywords:** multi-start optimization methods, inequality-constrained optimization, hyperbolic wavelet transforms, sub gradient iterative optimization method, noise stability, Haar's wavelet function*

Г.Ю.Щербакова, канд. техн. наук,
В.М. Крилов, д-р техн. наук,
О.С.Ділевський

МУЛЬТІСТАРТОВИЙ МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ В ПРОСТОРІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ З ІТЕРАТИВНОЮ ОЦІНКОЮ ОБМЕЖЕНЬ ДРУГОГО РОДУ

Розроблено і досліджено мультистартовий метод оптимізації в просторі вейвлет - перетворення (ВП) з ітеративним оцінюванням обмежень у вигляді нерівностей. Цей метод у порівнянні з базовим мультистартовим методом оптимізації при незначному зростанні відносної похибки визначення мінімуму зберігає високу завадостійкість і дає змогу значно підвищити швидкодію процедури оптимізації.

***Ключові слова:** мультистартовий метод оптимізації, оптимізація з обмеженнями-нерівностями, гіперболічне вейвлет- перетворення, субградієнтний ітеративний метод оптимізації, завадостійкість, вейвлет-функція Хаара*

Методы оптимизации [1–4] находят применение при реализации различных процедур в автоматизированных системах управления, технической диагностики, обработки изображений [5–8]. На практике при этом применяются итеративные методы оптимизации из двух основных групп. Эти методы основаны на оценке градиента или субградиента целевой функции [2, 3]. В указанных приложениях целевая функция при оптимизации часто мультимодальна, может иметь негладкую, кусочно-линейную, зашумленную поверхность [3]. Методы оптимизации, основанные на оценке градиента, в таких условиях отличаются низкой помехоустойчивостью, у субградиентных методов – высокая погрешность [3, 9].

Для снижения влияния этих недостатков авторами предложен субградиентный мультистартовый метод оптимизации в пространстве вейвлет – преобразования

(ВП) [9]. В нем при оценке субградиента область поиска последовательно обрабатывается с помощью вейвлет – функции (ВФ) Хаара и гиперболического ВП (ГВП) [5], реализованного по лифтинговой схеме [10]. Обработка с помощью ВФ Хаара повышает помехоустойчивость, но при асимметричном функционале качества оптимум отыскивается с погрешностью, которую снижают многоэтапной обработкой с ГВП [9]. Из-за многоэтапной оценки субградиента с помощью ВФ реализация этого метода требует значительных вычислительных затрат. Это снижает быстродействие метода и ограничивает область его применения.

Однако для ряда приложений быстродействие оптимизации должно быть повышено. Например, при адаптации в системах слежения за движущимися объектами, в системах диагностики с большим количеством контрольных операций в единицу времени, например, при анализе изображений печатных плат и контроле паяных соединений печатных узлов [5 – 8]. Достичь этого можно, сузив область поиска путем решения задачи с ограничениями $g(c) \le 0$ [1, 2], поскольку особенности оптимизации в пространстве ВП позволяют локализовать область поиска при приближении к области минимума функционала на этапе поиска с ВФ Хаара.

Целью работы является разработка и исследование мультистартового метода оптимизации в пространстве ВП с ограничениями второго рода, позволяющего повысить быстродействие поиска оптимума. Этот субградиентный метод оптимизации определяется итерационной схемой [9] с определением области поиска на основе ограничений

$$\begin{gathered}\mathbf{c}[\mathrm{n}] = \\ = \mathbf{c}[\mathrm{n}-1] - \gamma \times \\ \times \sum_{\mathrm{m}=1}^{\mathrm{s}_\alpha} \alpha_{\mathrm{m}}[\mathrm{n}]\, \tilde{\nabla}_{\mathrm{c}_-^+} \mathrm{Q}(\mathbf{x}[\mathrm{n}],\ \mathbf{c}[\mathrm{n}-1],\ a[\mathrm{n}-\mathrm{m}]), \\ \mathbf{g}(\mathbf{c}) \le 0 \,, \end{gathered} \tag{1}$$

где

$\sum_{\mathrm{m}=1}^{\mathrm{s}_\alpha} \alpha_{\mathrm{m}}[\mathrm{n}]\tilde{\nabla}_{\mathrm{c}_-^+} \mathrm{Q}(\mathbf{x}[\mathrm{n}], \mathbf{c}[\mathrm{n}-1], a[\mathrm{n}-\mathrm{m}])$ – ВП реализации $\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c})$ по $\mathrm{c}_i, i = 1,\dots,N$; $\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c})$ – функционал вектора $\mathbf{c} = (\mathrm{c}_1,\dots,\mathrm{c}_\mathrm{N})$, зависящий от вектора случайных $x = (x_1,\dots,x_M)$; $c[\mathrm{n}-1]$ – координата минимума на $\mathrm{n}-1$ итерации; $\alpha_\mathrm{m}[\mathrm{n}],\ \mathrm{m} = 1,\dots,\mathrm{s}_\alpha$ – компоненты вектора $\alpha[\mathrm{n}]$, полученного при дискретизации ВФ, $g(c) \le 0$ – ограничения.

Исходные данные для работы рассматриваемого метода: начальное значение координаты минимума, значение шага γ, точность определения оценки субградиента ε, количество итераций j.

Процедура вычисления минимума включает следующие этапы.

1. Вычисление оценки субградиента.

2. Если значение оценки субградиента меньше заданного значения точности ε или если достигнуто пороговое значение максимального числа итераций – останов.

3. Вычисление $c[n]$– координаты минимума на $\boldsymbol{n}$-й итерации.

4. Сужение области поиска на основе проверки знака субградиента (определение ограничений $\boldsymbol{g(c)}$. При оценивании области поиска используется известное свойство оценок градиента и субградиента изменять знак при переходе через минимум [2, 3]. В базовом мультистартовом методе для обеспечения в таком случае спуска к минимуму используется известный [3] метод. В этом методе при перемене знака оценки градиента (после выхода в область оптимума) уменьшается шаг поиска γ [4]. За счет этого последовательно сокращается область поиска вплоть до выполнения критерия останова. Однако, как показали исследования, такой подход обеспечивает точность за счет снижения быстродействия оптимизации [4].

В предлагаемом методе вместо этого предлагается использовать особенности определения субградиента на основе ВП.

В начале поиска минимума вычисляется оценка субградиента путем свертки значений минимизируемого функционала $Q(x,c)$ с ВФ Хаара в окрестности, определяемой длиной носителя этой ВФ. Это позволяет приблизиться к координате минимума и определить ограничения $g(c)$ для поиска с ГВФ. При этом, если позволяют ограничения, вычисляется взвешенная сумма минимизируемого функционала $Q(x[n],c[n-1])$ с гиперболической функцией $\Psi(i)=\dfrac{1}{\alpha x}$ при начальном масштабе $\alpha=0{,}5$ [9, 10]

$$HWT\ (c[n]) = Q(x[n],\ c_1[n-1],\ c_2[n-1]) * \Psi(i$$

где * – операция взвешенного суммирования.

Согласно этой схеме, в базовом варианте мультистартового метода оптимизации на каждом уровне поиска координаты оптимума значение масштаба α увеличивается в соответствии с $\alpha=\{0{,}5; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Если условие окончания поиска координаты оптимума при значении величины $\alpha=5$ не достигается, оценка субградиента производится разностным методом. После этого поиск заканчивается.

В предлагаемом методе при изменении знака субградиента при поиске с ВФ Хаара инициализируются и далее, при поиске с гиперболической ВФ (ГВФ) – корректируются границы области поиска:

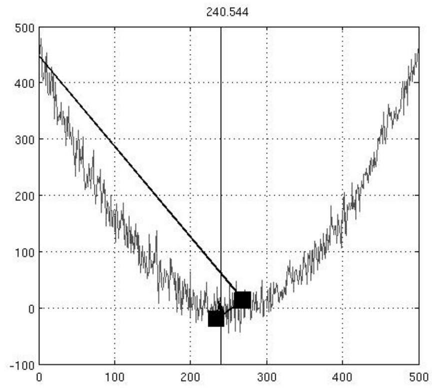
$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{c}[n]) &= h_1(\mathbf{c}[n]);\\ g_2(\mathbf{c}[n]) &= h_2(\mathbf{c}[n]), \end{aligned} \qquad (2)$$

где $h_1(c[n])=c\ [n-1]$, $h_2(c[n])=c\ [n]$ – границы области поиска; $c\ [n-1]$ – координата минимума на шаге $[n-1]$ с прежним знаком, $c\ [n]$ – координата минимума на шаге $\boldsymbol{n}$, где знак изменился. На рис.1, а границы области поиска $h_1(c[n])$ и $h_2(\mathbf{c}[n])$ отмечены квадратами.

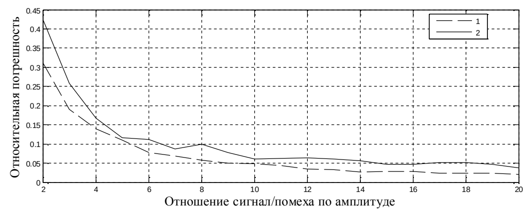
При поиске оптимума предлагаемым методом после определения ограничений длина носителя s_α определяется из соотношения

$$s_\alpha \le \frac{h_2(\mathbf{c}[n]) - h_1(\mathbf{c}[n])}{\Delta}, \qquad (3)$$

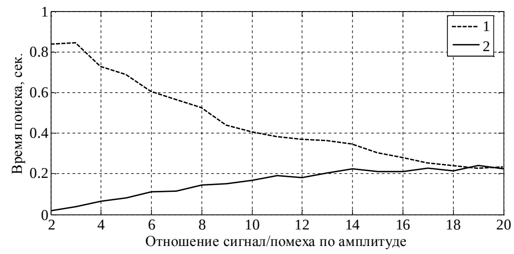
где Δ – шаг дискретизации ГВФ; ряд длин носителя ГВФ $s_\alpha=\{1, 2, 3, 5, 10, 20\}$.



а



б



в

Рис. 1. Результаты оценки свойств мультистартового метода оптимизации с итеративной оценкой ограничений и базового метода:
а – выделение ограничений с помощью ВФ Хаара; б – погрешность поиска минимума в зависимости от отношения сигнал/помеха по амплитуде; в - время поиска минимума в секундах в зависимости от отношения сигнал/помеха по амплитуде (о.е.)

5. Далее $n=n+1$ и переход к этапу 1 с оценкой субградиента на основе ГВФ.

Таким образом, в процессе поиска оценка с помощью ВФ Хаара обеспечивает помехоустойчивость. Помехоустойчивость оценок в базовом методе снижается постепенно, по мере увеличения масштаба оценок (с ростом α), одновременно, так же постепенно, снижается погрешность оценки оптимума. Однако в базовом методе при большой длине носителя ГВФ в условиях высокого уровня шумов поиск может сместиться в неверном направлении, удаляясь от оптимума. В таких условиях для базового метода повышается вероятность того, что поиск покинет область глобального минимума и сместится к локальному минимуму. При этом снижается быстродействие поиска. В предлагаемом методе за счет сужения области поиска этот параметр может быть улучшен.

Для оценки особенностей обоих методов они были проверены экспериментально на двух функциях, традиционно используемых для исследования методов оптимизации [2, 3].

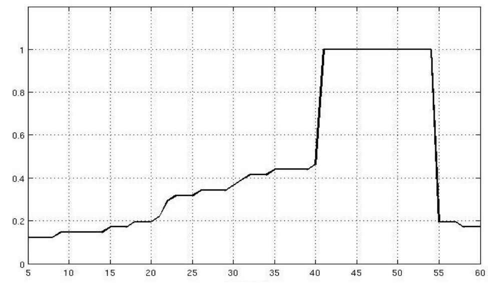
Для оценки чувствительности к локальным экстремумам и стартовой точке поиска и иллюстрации влияния длины носителя ВФ на вероятность выхода в область глобального минимума (рис.2, а) для обоих методов оптимизации была использована функция Швефеля с $n = 1$

$$f(x) = 418{,}9829 + \sum_{i=1}^{n} (-x_i * \sin\sqrt{(x_i(}\,),$$

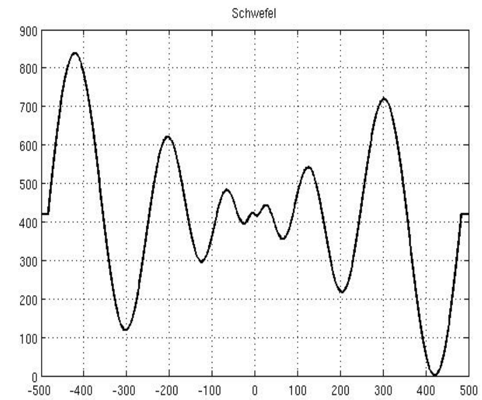
где $x \in (-500;\ \ 500)$, глобальный минимум $f(x) = 0$ достигается при $x_i = 420{,}9829$ (эта функция имеет ложный глобальный минимум, поэтому поисковые алгоритмы потенциально склоняются к поиску в неверном направлении) (рис.2, б).

При тестировании с помощью функции Швефеля метод градиентного спуска отыскивал ближайший к стартовой точке минимум. При испытаниях мультистартовых методов точка старта выбиралась в диапазоне от $+400$ до -400 с шагом 20, шаг дискретизации ВФ был выбран $\Delta = 10$, $\gamma = 1$, критерии останова при поиске с ВФ Хаара $\delta_1 = 1$, при поиске с ГВФ $\delta_2 = 0{,}001$. При тестировании оба метода показали, что оптимум с вероятностью 1 отыскивается при длине носителя ВФ Хаара от 40 до 55 (рис.2, а).

Траектория поиска минимума с помощью предлагаемого метода оптимизации ($\gamma = 3$, длина носителя ВФ Хаара 10, шаг дискретизации ВФ $\Delta = 10$) и границы области поиска, определенные с помощью ВФ Хаара приведены на рис. 1, а. Зависимость относительной погрешности поиска минимума по амплитуде для обоих мультистартовых методов (базового и с ограничениями) приведена на рис. 1, б; оценка быстродействия (в секундах) для обоих методов – на рис. 1, в (кривые 1 и 2 соответственно).



а



б

Рис.2. Результаты оценки чувствительности к локальным экстремумам и стартовой точке поиска при оптимизации базовым и разработанным методами:
а – вероятность выхода в область глобального минимума в зависимости от длины носителя ВФ;
б – функция Швефеля

Таким образом, разработан мультистартовый метод оптимизации в пространстве ВП с итеративной оценкой ограничений второго рода; проведены экспериментальные исследования по выбору длины носителя ВФ Хаара для поиска оптимума мультимодальных целевых функций с его помощью, оценены помехоустойчивость и быстродействие метода. Установлено, что при отношении сигнал/помеха по амплитуде от 2 до 16 время поиска оптимума сокращается от 16 до 1,2 раза по сравнению с базовым мультистартовым методом оптимизации, при возрастании относительной погрешности определения минимума для тестовой функции – от 5 до 15 %.

Эти результаты позволяют рекомендовать разработанный мультистартовый метод оптимизации с итеративной оценкой ограничений второго рода к применению в широком круге практически важных задач технической диагностики и обработки изображений, когда быстродействие должно быть повышено при высоком уровне помех.

Список использованной литературы

1. Fiakko, A. V. Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques. / A. V. Fiakko, G. P McCormick. – New York : John Wiley and Sons, Inc. – 1968. – 117 c.

2. Цыпкин, Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я. З. Цыпкин – М. : Наука, 1968. – 400 с.

3. Поляк, Б. Т. Введение в оптимизацию / Б. Т. Поляк. – М. : Наука. – 1983. – 384 с.

4. Полак, Э. Численные методы оптимизации. Единый подход. / Э. Полак. – М.: Мир, 1976. – 509 с.

5. Antoshchuk, S. The integrated circuits photo masks images alignment for automated optical inspection system. / S. Antoshchuk, V. Krylov, G. Shcherbakova // DAAAM International scientific book 2007, B. Katalinic (Ed), Published by DAAAM International. – 2007. – Chapter 26. – P. 287 – 294.

6. Shcherbakova, G. Sub Gradient iterative method for neural networks training / G. Shcherbakova, V. Krylov, V. Abakumov, V. Brovkov, I. Kozina // The 6th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing System: Technology and Applications. 15-17 September 2011, Prague, Czech Republic. – P. 361 – 364.

7. Moganti, M. Automatic PCB inspection algorithms: a survey / M. Moganti, F. Ercal, C. Dagli, S. Tsunekawa // Computer vision and image understanding. – 1996. - V. 63. - № 2. - P. 287 – 313.

8. Shcherbakova, G. Adaptive Clustering in Hyperbolic Wavelet Domain / G. Shcherbakova, V. Krylov // The 6th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing System: Technology and Applications. 21-23 September 2009, Rende (Cosenza), Italy. – P. 400 – 403.

9. Крылов, В. Н. Иерархический субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве вейвлет- преобразования / В. Н. Крылов, Г. Ю. Щербакова // Электроника и связь. – К. : – КПИ – 2008. – № 6 (47). – С. 28 – 31.

10. Krylov, V. N. Contour images segmentation in space of wavelet transform with the use of lifting / V. N. Krylov, M. V. Polyakova // Optical-electronic informatively-power technologies. – 2007. – № 2 (12). – P. 48 – 58.

Получено 03.12.2012.

References

1. Fiakko, A. V. Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques / A. V. Fiakko, G. P. McCormick. –New York: John Wiley and Sons, Inc. – 1968. – 117 c. [in English].

2. Tscypkin, Y. Z. Adaptation and training in the automatic systems / Y. Z. Tscypkin – Moscow : – 1968. – 400 p. [in Russian].

3. Introduction to optimization /B. T.Polyak – Moskow : Nauka, 1983. – 384 p. [in Russian].

4. Polak, E. Computational Methods in Optimization. A unified approach / E. Polak – University of California, Berkeley, California, New York, London : Academic Press. – 1971 [in English].

5. Antoshchuk, S. The integrated circuits photo masks images alignment for automated optical inspection system. / S. Antoshchuk, V. Krylov, G. Shcherbakova // DAAAM International scientific book 2007, B. Katalinic (Ed), Published by DAAAM International. – 2007. – Chapter 26. – P. 287 – 294. [in English].

6. Shcherbakova, G. Sub Gradient iterative method for neural networks training / G. Shcherbakova, V. Krylov, V. Abakumov, V. Brovkov, I. Kozina // The 6th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing System: Technology and Applications. 15-17 September

2011, Prague, Czech Republic. – P. 361 – 364. [in English].

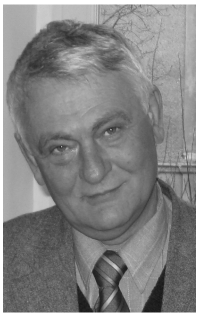
7. Moganti, M. Automatic PCB inspection algorithms: a survey / M. Moganti, F. Ercal, C. Dagli, S. Tsunekawa // Computer vision and image understanding. – 1996. - V. 63. - № 2. - P. 287 – 313.

8. Shcherbakova, G. Adaptive Clustering in Hyperbolic Wavelet Domain / G. Shcherbakova, V. Krylov // The 6^{th} IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing System: Technology and Applications. 21-23 September 2009, Rende (Cosenza), Italy. – P. 400 – 403.

9. Krylov, V. N. The hierarchical sub gradient iterative optimization method in the wavelet transforming domain / V. N., Krylov, G. Yu Shcherbakova // Electronics and Communications. – 2008. – № 6 (47). – C. 28 – 31 [in Russian].

10. Krylov, V. N. Contour images segmentation in space of wavelet transform with the use of lifting / V. N. Krylov, M. V. Polyakova //Optical-electronic informatively-power technologies. – 2007. – №2 (12). – P. 48 – 58 [in Russian].

Щербакова
Галина Юрьевна,
канд. техн. наук, доцент
Одесского нац. политехн. ун-та
e-mail: Galina_onpu@mail.ru



Крылов
Виктор Николаевич,
д-р техн. наук, проф.
Одесского нац. политехн. ун-та
e-mail: Viktor_Krylov@inbox.ru

Дилевский Александр Сергеевич, аспирант
Одесского нац. политехн. ун-та
e-mail: wog39@rambler.ru