

УДК 62-83:621.77, 62-83:681.5

Е. В. Полилов, канд. техн. наук

### ФЕНОМЕН ВСПЛЕСКА В УПРАВЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

**Аннотация.** С единой позиции теории линейных систем представлено решение задачи прогноза амплитуд управлений любой динамической системы известными законами управления. Терминами барьер, потенциал и антиобъект впервые геометрически обоснован т.н. феномен всплеска фазовых координат объекта. Факт невозникновения всплеска положен в основу критерия оценки робастности систем и стратегий качественного управления динамическими системами на примере многомассовой электромеханической системы.

**Ключевые слова:** барьер и потенциал Полилова-Мотченко, среднегеометрический корень, антиобъект, феномен всплеска, оценка робастности, гиперповерхность скольжения, скользящий режим, эквивалентное управление, тандем управлений, техника инвариантных эллипсоидов

E. Polilov, PhD.

### SPLASH PHENOMENON IN CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS

**Abstract.** A solution of the prediction amplitudes controls any dynamical system with known control laws with a unified position theory of linear systems is represented. By the terms barrier, potential and antiobject first so-called geometrically justified splash phenomenon of phase coordinates of the object. The fact of non-arising splash the basis for an evaluation criterion robustness of systems and strategies for quality control of dynamic systems on an example multimass electromechanical system.

**Keywords:** potential and barrier of Polilov-Motchenko, geometric average root, antiobject, splash phenomenon, robustness evaluation, sliding hypersurface, sliding mode, equivalent control, tandem of controls, invariant ellipsoids technique

Є. В. Полілов, канд. техн. наук

### ФЕНОМЕН СПЛЕСКУ В УПРАВЛІННІ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

**Анотація.** З єдиної позиції теорії лінійних систем представлено рішення задачі прогнозу амплітуд управлень будь динамічної системи відомими законами управління. Термінами бар'єр, потенціал і антиоб'єкт вперше геометрично обґрунтований т.зв. феномен сплеску фазових координат об'єкта. Факт невиникнення сплеску покладено в основу критерію оцінки робастності систем і стратегій якісного управління динамічними системами на прикладі багатомасової електромеханічної системи.

**Ключові слова:** бар'єр і потенціал Полілова-Мотченка, середньгеометричний корінь, антиоб'єкт, феномен сплеску, оцінка робастності, гіперповерхня ковзання, ковзний режим, еквівалентне управління, тандем управлень, техніка інваріантних еліпсоїдів

**Актуальность работы.** Обеспечение «достаточных» запасов устойчивости  $\Delta A$  и  $\Delta \varphi$ , как общепринятой меры удаления от т.н. границы устойчивости в классической теории управления, как, впрочем, и слепая вера во всемогущество и неосовременных [1 – 4] законов управления – иллюзии. Внешне стройная теория, подкреплённая совершенным математическим аппаратом, модельными экспериментами, напоказ может оказаться совершенно бессильна. И дело здесь вовсе не в информационной обеспеченности, и качестве воспроизведения предписанного в «железе»... Истина поглощена и избытком технических объектов, как таковых. Параметры и сложность их математических моделей разнообразны, весьма. И по счастливой случайности ли, но модель динамики в исследованиях, вдруг, почему-то оказывается «щадящей» или безобидной вовсе. Об ином ведь с лёгкостью можно порассуждать категориями робастности, потом.

Цена той самой робастности? Амплитуды неосовременных? Условия гарантированной работоспособности известных законов управления? Настолько ли оправданы быстродействие любой ценой на

границы фолы, и воплощение того же большей установленной мощностью, например? Доминанта счёта денег, к сожалению, порой преобладает и над здравым смыслом, не исключение предложенное. Как оценить ту самую «грань фолы», не питая иллюзий, и классифицировать технические объекты по степени их динамичности? Ответы очевидны, если на время забыть о происхождении той или иной управляемой динамической системы и её специфике, интерпретируя объект интуитивно понятными математическими категориями, будь то прокатная клеть, пилотируемый космический аппарат или ядерный реактор. Дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка,  $k_{ij} \equiv 1$ . Озвученные вопросы, в сущности, и составляют предмет исследований и содержание представленного материала.

#### Материал и результаты исследований

Накопленные знания [1 – 4] теории автоматического управления предоставляют разработчику неограниченный выбор методов синтеза элементов  $k_{ij}$  матрицы/вектора  $\mathbf{K}$ , например, простейшего закона  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$  управления по состоянию, уместно упомянуть лишь некоторые направления в рамках совре-

менной теории для решения такой задачи: адаптивные и робастные системы, системы с переменной структурой и управление на скользящих режимах  $u^* = -\text{sgn } Kx$ , использование техники линейных матричных неравенств, нейроуправление и мн. др. Вышим пилотажем в каждом направлении есть принципиальная возможность осуществления синтеза систем управления с наперёд заданными «инженерными» свойствами: полоса  $\omega_{cp}$  пропускания, предопределённая переходная характеристика  $h_{ж}(t)$ , малая динамическая ошибка  $\Delta$ . Справедливо тем самым условно классифицировать все известные алгоритмы управления лишь по одному этому признаку, назовём их «модальными», с возможностью целенаправленного влияния на характер динамических процессов, и остальные, где такая возможность неявна или же отсутствует вовсе. Указанное деление непринципиально для дальнейших выкладок, а суть классификации станет очевидна позже. Отметим лишь, что предложенное действительно и в  $n$ -мерном фазовом пространстве выбранных координат  $x$ , в том числе фиктивных  $x' \leftarrow T^{-1}x$ , а также для случая управления по выходу  $y = Cx$  и построении т.н. линейных динамических регуляторов, при использовании наблюдателей состояния в восстановлении недоступных фазовых координат объекта  $\hat{x}$ , в задачах слежения и стабилизации.

Вместо громких слов о феномене, для удержания интриги и придания значимости дальнейшим выкладкам, предлагаем рассмотреть *элементарную задачу* рис. 1, управления простейшим НЧ фильтром Баттерворта, например, 7-го порядка ( $k_U \equiv 1$ ) и полосой пропускания 1 рад/с для ровного счёта. В сущности – это устойчивое динамическое звено с полиномом  $n$ -й степени в знаменателе, комплексные корни которого расположены на полуокружности радиусом  $\omega_x$  в границах секторов, кратных  $\pi/n$ . Закон управления, положим, выбран в классе релейных [5 – 8]  $u^* = -\text{sgn } Kx'$ , реализован в фазовом пространстве канонических координат  $x' \leftarrow T^{-1}x$  (среди множества известных выбрана, например, каноническая форма управляемости); вектор  $K$  определён таким, чтобы обеспечить прогнозируемую реакцию замкнутого контура в виде ПХ  $h_{ж}(t)$  стандартного распределения корней, пусть по тому же Баттерворту 6-го порядка с полосой 100 рад/с. Уменьшение порядка здесь вызвано спецификой управлений на т.н. скользящих режимах и движении объекта по заведомо предопределённой гиперповерхности  $Kx' = 0$  именно  $(n-1)$ -го порядка, что, впрочем, ничуть не меняет сути обсуждаемого и при выборе иных законов  $u = Kx$ , или же управлении по выходу  $y = Cx$  динамическими регуляторами, восстановлением недоступных координат наблюдателями состояния и пр. САР следит за входной траекторией простейшего фильтра Баттерворта 7-

го порядка ( $k_U \equiv 1$ ), с полосой пропускания 10 рад/с,  $x_{ex}(t) = 1$ . *А вопрос то, собственно, следующий* – какой амплитуды управления  $u_y$  следует ожидать в такой постановке? Хотя бы с точностью до порядка... Не будем томить читателя ожиданиями, тем более ответ пока и не столь очевиден – в начальный момент времени  $u_{экс} \Big|_{t \rightarrow 0+} \cong 10^7$ ! Вдумайтесь в этот абсурд, задача ведь всего то «протащить» 1 на выход абсолютно устойчивого динамического звена с коэффициентом передачи  $k_U \equiv 1$ .

Разумеется, такие колоссальные амплитуды ведут к такому же неконтролируемому росту всех фазовых координат  $x$  объекта. Подобное явление в теории управления названо *феноменом всплеска*, что красочно и наиболее полно отражает сущность непрогнозируемых процессов любой системы, построенной на принципе управления по отклонению. Абсолютно бессмысленная, кстати, затея пытаться умышленно ограничить управления  $u$ , даже наполовину, и тем более пытаться «отрезать» фазовые координаты  $x$ , вложенностью контуров – это гарантировано ведёт к потере управляемости (невозможности возникновения скользящего режима в РМСАР) в основном/внешнем регуляторе и появлению низкочастотных незатухающих автоколебаний координат объекта с большой амплитудой. Объект невозможно даже и «тронуть с места» по каналу задания  $x^*$ , не говоря о действии неконтролируемых возмущений  $\zeta$  – «ограниченная» система мгновенно попадает в автоколебательные циклы. **«Надломленное» управление и есть та самая движущая сила, первопричина и катализатор в неуправляемости любого, абсолютно устойчивого объекта, независимо от того  $u = Kx$  – это было управление модальное, нейронное, релейное или Бог весть ещё какое по замыслу разработчика...** Ведь очевидно  $u = Kx \neq \text{sat } Kx \neq K \text{ sat } x$  в «насыщении», впрочем, как и  $u^* = -\text{sgn } Kx \neq -\text{sgn } \text{sat } Kx \neq -\text{sgn } K \text{ sat } x$ . Довесок  $\text{sat}(\dots)$  в месте своего приложения банально «выключает» связь с объектом, и «надломленное» управление  $u$  не то чтоб бессильно, оно вовсе стаёт чужеродным и противоестественным, сваливая объект в автоколебательные циклы. А как насчёт таких кошек-мышек в многомассовой электромеханической системе (ММЭМС), энергетически заряженной на колебания? вместо «безобидного» НЧ фильтра в постановке задачи... В пору б пересмотреть и традиционные взгляды о коэффициенте динамичности *объекта*, по меньшей мере принять как факт, что даже в абсолютно «безобидных» объектах –  $k_{дин}$  можно умышленно довести до абсурда и устремить в бесконечность, управление при  $t \rightarrow 0+$  подобно пушечному выстрелу. «Надломить» такое невозможно, безмерно велика энергия всплеска, рис. 2.

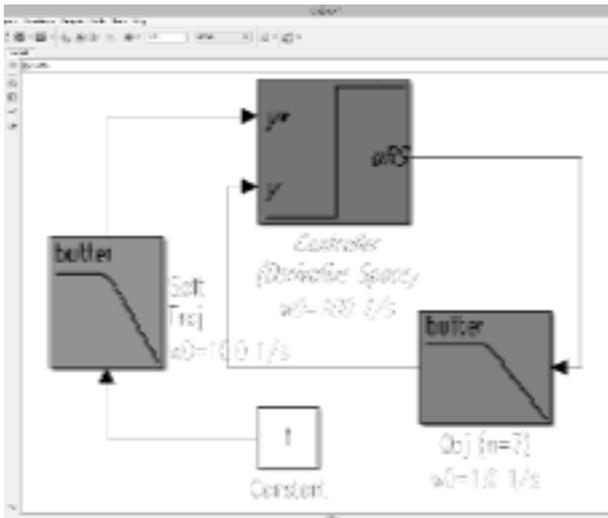


Рис. 1. Фрагмент Simulink-модели задачи слежения (закон управления  $u^* = -\text{sgn} Kx'$ ,  $x' \leftarrow T^{-1}x$ )

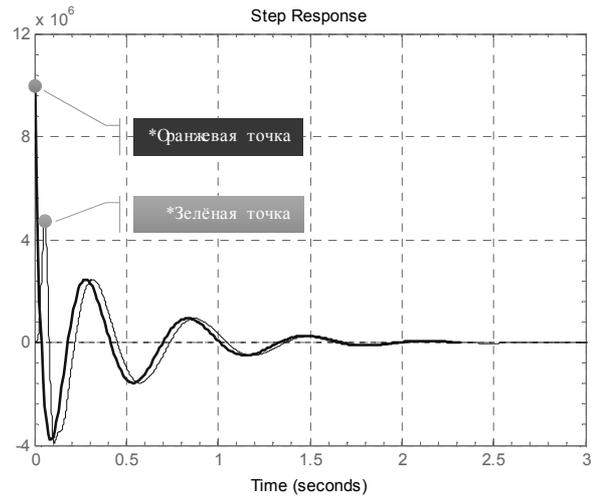


Рис. 2. Амплитуда управлений НЧ фильтром,  $u_{эвк}(t)|_{t \rightarrow 0+} \cong 10^7$  (феномен всплеска)

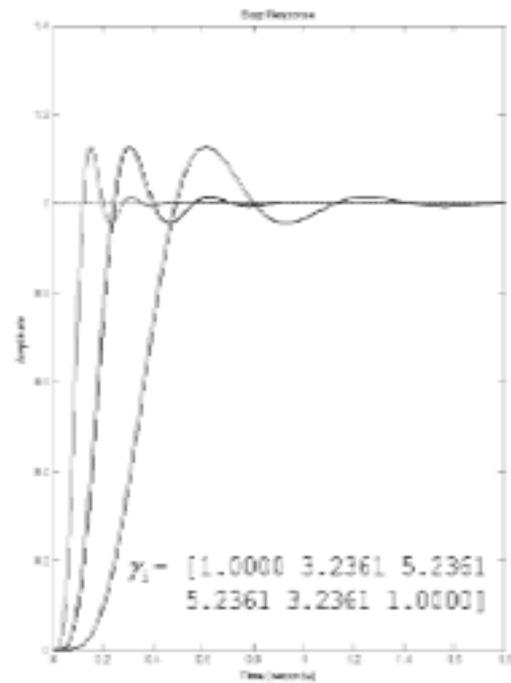
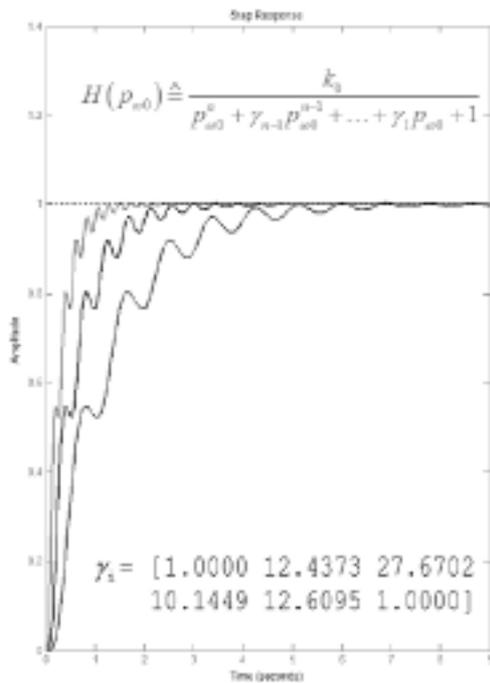


Рис. 3. Клонирование ММЭМС и фильтра Баттерворта во времени для 3-х СГК:  $\omega_x/2$ ,  $\omega_x = 20 \text{ рад/с}$  и  $2\omega_x$  (иные  $\gamma_i$ , и только)

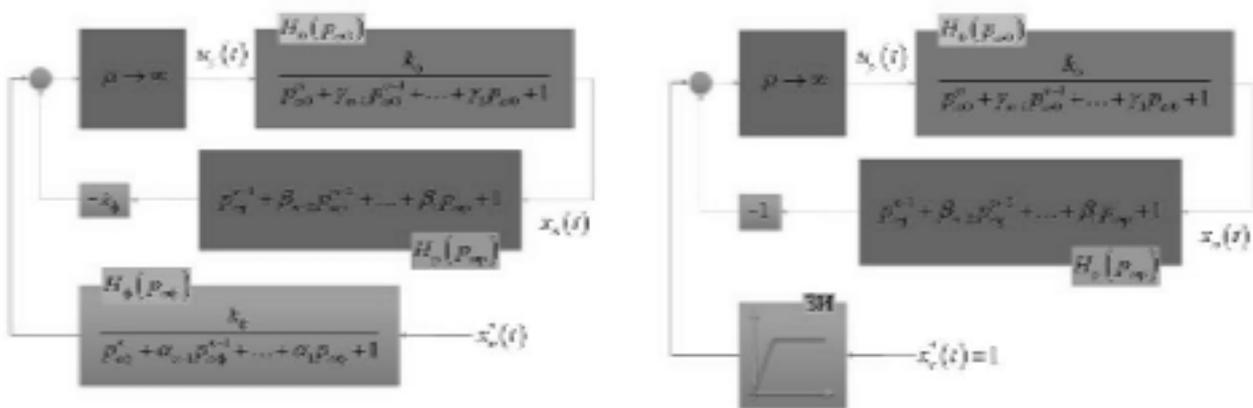


Рис. 4. Слежение, терминами нормированных полиномов

Истинная причина успешного или провального управления ММЭМС кроется вовсе не в методе счёта чисел  $k_{ij}$  матрицы/вектора  $\mathbf{K}$  обратных связей, какими б модными, «правильными» и всемогущими не казались законы управления. На чаще весов два полярных факта. Феномен всплеска, с одной стороны, и, давно ставшая прописной истиной (к понятиям «ток упора»,  $\text{sat } u(t) = U_{\max}$  и пр.), а порою и безапелляционным руководством к действию – бессмысленная и противостественная попытка «отрезать» тот самый всплеск ограничением амплитуд фазовых координат  $x_i$  объекта, например, вложенностью контуров, с другой. Сугубо технический подход? Уберечь всё, что кратковременно допускает предписанные  $x_{i\max}$  в контурах? По всей видимости, да, уберечь то получится, но потеря управляемости – это ли не повод задуматься об истинных причинах фиаско? В погоне за мифическими псевдо-уникальными методами счёта  $k_{ij}$  в  $u = \mathbf{Kx}$  или  $u^* = -\text{sgn } \mathbf{Kx}$  и перманентная эйфория триумфа в кажущихся успешными модельных экспериментах (непрерывно почему то называя именно метод счёта  $k_{ij}$  доминантой «гашения колебаний») не позволяют видеть существенные причинно-следственные связи. Нужно отчётливо осознавать первопричины происходящего и искать способы, принципиально исключающие возникновение всплеска, а не брутально и бессмысленно бороться «ограничениями» и запретами (или вовсе умышленным неиспользованием части фазовых координат вектора  $\mathbf{x}$ ) с уже свершившимся фактом. Безусловно, и результат счёта  $k_{ij}$  можно возвести в ранг доминанты «гашения колебаний», исключительно в одном случае – если полоса пропускания  $\omega_{cp}$  замкнутой системы как факт ничтожно мала и в разы меньше минимальной  $\omega_{ij}$  из резонансных объекта ММЭМС. Умышленно ли, случайно, в надежде на чудо наткнуться на  $\omega_{cp} \ll \omega_{ij}$ ? Не суть важно... Эта задача *исчерпывающе решается* в рамках простейшего модального управления  $u = \mathbf{Kx}$ , к слову. А если и вовсе глаза закрыть на мгновенные всплески фазовых координат, так тогда и любые настройки  $k_{ij}$  в пору канонизировать.

Знаменатель некой передаточной функции (ПФ)  $H(p_{\omega x})$  представим в виде нормированного полинома  $n$ -го порядка:

$$H(p_{\omega x}) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (p - p_i^*)} \equiv \frac{1}{p_{\omega x}^n + \gamma_{n-1} p_{\omega x}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\omega x} + 1}, \quad (1)$$

здесь  $p_{\omega x} = p / \omega_x$  – отражает быстродействие ПХ;  $p = d/dt$ , синтетический набор  $\gamma_i$  ( $i = 1 \dots n-1$ ) определяет геометрию распределения корней полинома (в сущности решений  $p_i^*$  уравнения  $n$ -й степени) на

комплексной полуплоскости, задавая тем самым желаемый характер ПХ;  $\omega_x = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n p_i^*}$  – т.н. среднегеометрический корень (СГК) (независимо от числа и местоположения корней  $p_i^*$ , равенство *усредняет их геометрически*, что можно отчётливо увидеть и на рис. 5, где умышленно во всех представленных случаях именно полуокружность радиусом  $\omega_x = 100$  рад/с является среднегеометрической для наблюдателя, находящегося в координатном 0).

Важное замечание – банальное раскрытие скобок произведения  $\prod_{i=1}^n (p - p_i^*)$  в ПФ вне нашего ведома «усредняет» разношёрстные  $p_i^*$ . И несмотря на возможное существенное отличие геометрического местоположения корней ММЭМС,  $\text{Re } p_i^*$  могут отличаться на несколько порядков, среднегеометрический корень – это вовсе не абстрактное математическое понятие, а *серый кардинал теории управления*.  $H_x(p_{\omega x})$  – и объект, и траектория, и РМСАР... Передаточная функция со степенным полиномом  $p$  в знаменателе – основа любой задачи. Более чем убедительный аргумент рис. 3, «клонирование» переходной характеристики ММЭМС во времени. Это возможно изменением лишь одного числа, того самого СГК, разумеется  $\gamma_i$  неизменны. Ничего не напоминает? Параллели очевидны, подобное ведь совсем не удивляет на типовых распределениях. Иными словами, принципиально, управление ММЭМС ничем не сложнее «управления» виртуальными фильтрами (Баттерворта в озвученном примере, Бесселя, Грехема-Летропа или любыми др.) того же порядка. Другие  $\gamma_i$ , и только.

Переформулируем исходную задачу, рис. 1 терминными нормированных полиномов  $H(p_{\omega x})$ , рис 4. Постановка задачи, условия и озвученный результат прежние, добавим исключительно математической строгости в подтверждение изложенного. Так, объект  $H_0(p_{\omega 0})$ , траектория  $H_\phi(p_{\omega \phi})$  и алгоритм РМСАР  $H_p(p_{\omega p})$  определены соответствующими динамическими звеньями  $n$ -го порядка. Не суть важен даже вид распределения корней в тройке – *любые*, умышленно предопределённые или фактические  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  и  $\gamma_i > 0$ . **Вес имеет исключительно геометрическое среднее:**  $\omega_\phi$ ,  $\omega_p$  и  $\omega_0$  **соответственно, 3 числа!**  $\mu \rightarrow \infty$  справедливо на скользящих режимах при движении изборающей точки по заведомо предопределённой  $\beta \mathbf{x}' = 0$  гиперповерхности скольжения.

В режиме слежения ПФ  $W_{x_n \rightarrow x_n}^*(p_{\omega x})$  по каналу задания  $x_n^*(t)$  относительно регулируемой  $x_n(t)$  координаты (в режиме стабилизации из топологии исключается лишь фильтр  $H_\phi(p_{\omega \phi})$ , и/или его свойства дублируются более медленной  $\omega_p \cong \omega_\phi$  РМСАР):

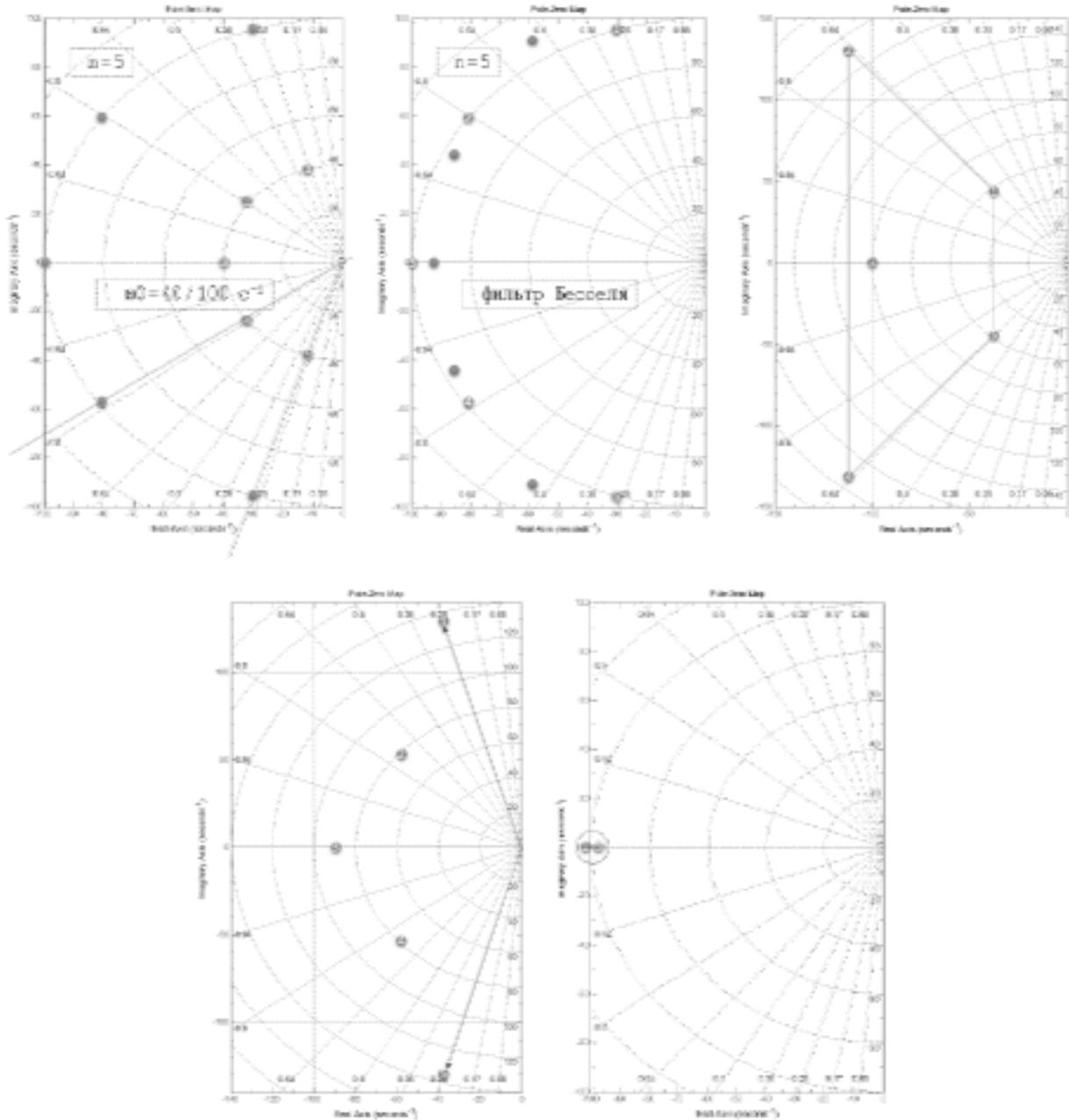


Рис. 5. Графическая интерпретация понятия СГК,  $\omega_x = 100 \text{ рад} / \text{с}$   
(полиномы Баттерворта, Бесселя, МДП, Грехема-Летропа и Ньютона,  $n = 5$ )

$$\begin{aligned}
 W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\omega x}) &= H_{\Phi}(p_{\omega \Phi}) \frac{\mu \cdot H_0(p_{\omega 0})}{1 + \mu \cdot H_0(p_{\omega 0}) H_p(p_{\omega p}) k_{\Phi}} = H_{\Phi}(p_{\omega \Phi}) \frac{\Re \cdot H_0(p_{\omega 0})}{\Re \left[ \underbrace{1/\mu}_{\rightarrow 0} + H_0(p_{\omega 0}) H_p(p_{\omega p}) k_{\Phi} \right]} = \\
 &= H_{\Phi}(p_{\omega \Phi}) \frac{H_0(p_{\omega 0})}{H_0(p_{\omega 0}) H_p(p_{\omega p}) k_{\Phi}} = \frac{\cancel{k_{\Phi}}}{p_{\omega \Phi}^n + \alpha_{n-1} p_{\omega \Phi}^{n-1} + \dots + \alpha_1 p_{\omega \Phi} + 1} \times \frac{1}{(p_{\omega p}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\omega p}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\omega p} + 1) \cancel{k_{\Phi}}} = \quad (2) \\
 &= \frac{1}{\underbrace{p_{\omega \Phi}^n + \alpha_{n-1} p_{\omega \Phi}^{n-1} + \dots + \alpha_1 p_{\omega \Phi} + 1}} \times \frac{1}{\underbrace{p_{\omega p}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\omega p}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\omega p} + 1}} \equiv \underline{H_{\Phi}(p_{\omega \Phi}) \times 1 / H_p(p_{\omega p})}
 \end{aligned}$$

НЧ фильтр 1, диктует динамику слежения      НЧ фильтр 2 (безусловно, оправдано стремление свести знаменатель к 1, исключая влияние РМСАР на динамику слежения, выбирая  $\omega_p \ll \omega_{\Phi}$ )

Интересный факт, сумма производных до  $n-1$ -го порядка включительно алгоритма управления  $H_p(p_{\text{оп}})$  РМСАР в конечном итоге трансформируется в прямо противоположное  $1/H_p(p_{\text{оп}})$  – НЧ фильтр того же порядка. Безусловно, второй сомножитель не должен искажать динамику слежения за  $H_\phi(p_{\text{оф}})$ , и среднегеометрическое следует выбирать  $\omega_p \gg \omega_\phi$ . Будем полагать это условие выполнено, хотя и непринципиально. Отметим, что  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  и СГК фильтра  $H_\phi(p_{\text{оф}})$  и алгоритма РМСАР  $H_p(p_{\text{оп}})$  уместно выбирать, предопределяя желаемое  $h_{\text{жс}}(t)$ . В подтверждение два гурвицевых независимых полинома в  $W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\text{оx}})$ :  $H_\phi(p_{\text{оф}})$  и  $1/H_p(p_{\text{оп}})$  со свободными  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ , решения более чем очевидны. Иные синтетические конструкции «счёта»  $k_{ij}$  – наукообразия. Небезынтересен и факт *абсолютной инвариантности* РМСАР в отношении собственно динамики и параметров объекта  $H_0(p_{\text{о0}})$ . Ценой же чего такая идиллия? И даже банальное сокращение дроби  $H_0(p_{\text{о0}})/H_0(p_{\text{о0}})$  во второй строке  $W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\text{о}})$  вовсе не поясняет сути, напротив. Что прячется за ширмой скольжения и  $\mu \rightarrow \infty$ ?

Определим ПФ  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\text{оx}})$  по каналу задания  $x_n^*(t)$  относительно управления  $u_y(t)$  (3).

Сущность происходящего – алгоритм управления  $u^* = -\text{sgn Kx}'$  генерирует АНТИОБЪЕКТ! Антиобъект  $1/H_0(p_{\text{о0}})$  генерируется непрерывно и для *любого возмущённого объекта*  $+z(t)$ ,  $\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A}$ . Очевидно, динамика слежения  $x_n^*$  определяется исключительно вторым сомножителем в  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\text{о}})$ . Антиобъект  $1/H_0(p_{\text{о0}})$ , аннигиляция

$H_0(p_{\text{о0}})/H_0(p_{\text{о0}}) \rightarrow 1$  в  $W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\text{оx}})$  и лишь после – размещение предписанных полюсов  $p_i^*$  в  $H_p(p_{\text{оп}})$  и желаемая динамика управляемого объекта  $H_0(p_{\text{о0}})$  за ширмой скольжения. Уместен и термин «почти антиобъект» в иных законах с  $\mu \neq \infty$ , когда  $1/\mu \rightarrow 0$  лишь условно.

Полученное поясняет процессы, представленные ранее на рис. 2. Здесь и далее речь исключительно о т.н. эквивалентном  $u_{\text{эkv}}$  линейном управлении. В реальности же униполярный сигнал  $u^* = -\text{sgn Kx}'$  с теоретически бесконечной частотой «модулирует» его на скользящих режимах. Нас будет интересовать именно верхняя грань всплесков  $u_{\text{эkv}}$ , как основание для выбора амплитуд  $|\pm U_{\text{max}}| \geq \|u_{\text{эkv}}\|$  разрывных управлений. Жирной линией выделен случай умышленного пренебрежения в  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\text{о}})$  динамикой алгоритма  $1/H_p(p_{\text{оп}})$ , собственно, оранжевая точка и будет тем самым основанием. Поиск зелёной точки более сложная задача, и, по большому счёту, не имеет смысла, поскольку выбранный по оранжевой запас  $\pm U_{\text{max}}$  её перекрывает. И очевидно, «сдерживаемый фильтром»  $1/H_p(p_{\text{оп}})$  процесс  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\text{оx}})$  так или иначе стремится повторить вымышленный «нефильтрованный» при неучёте динамики  $1/H_p(p_{\text{оп}})$  здесь же, в особенности, если предопределено условие качественного слежения  $x_n \rightarrow x_n^*$ :  $\omega_p \gg \omega_\phi$ , как отмечено выше.

$$\begin{aligned}
 W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\text{оx}}) &= H_\phi(p_{\text{оф}}) \frac{\mu}{1 + \mu \cdot H_0(p_{\text{о0}}) H_p(p_{\text{оп}}) k_\phi} = \\
 &= H_\phi(p_{\text{оф}}) \frac{\mu}{\mu \left[ \frac{1}{\mu} + H_0(p_{\text{о0}}) H_p(p_{\text{оп}}) k_\phi \right]} = H_\phi(p_{\text{оф}}) \frac{1}{H_0(p_{\text{о0}}) H_p(p_{\text{оп}}) k_\phi} = \\
 &= \frac{k_\phi}{p_{\text{оф}}^n + \alpha_{n-1} p_{\text{оф}}^{n-1} + \dots + \alpha_1 p_{\text{оф}} + 1} \times \frac{1}{\frac{k_0}{p_{\text{о0}}^n + \gamma_{n-1} p_{\text{о0}}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\text{о0}} + 1} (p_{\text{оп}}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\text{оп}}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\text{оп}} + 1) k_\phi} = \quad (3) \\
 &= \underbrace{\frac{p_{\text{о0}}^n + \gamma_{n-1} p_{\text{о0}}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\text{о0}} + 1}{k_0}}_{1/H_0(p_{\text{о0}}) - \text{антиобъект!}} \times \frac{\boxed{H_\phi(p_{\text{оф}})} / k_\phi}{\underbrace{p_{\text{оп}}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\text{оп}}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\text{оп}} + 1}_{\cong 1}}
 \end{aligned}$$

Динамика управлений при наличии фильтра  $H_\Phi(p_{\omega\Phi})$  на входе РМСАР подчинена соотношению:

$$W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times}) = \frac{p_{\omega 0}^n + \gamma_{n-1} p_{\omega 0}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\omega 0} + 1}{p_{\omega \Phi}^n + \alpha_{n-1} p_{\omega \Phi}^{n-1} + \dots + \alpha_1 p_{\omega \Phi} + 1} \times \frac{1/k_0}{p_{\omega p}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\omega p}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\omega p} + 1} \quad (4)$$

и даже с НЧ фильтром  $n$ -го порядка на входе множитель остаётся *форсирующим!*  
 $\cong 1$  при  $\omega_p \square \omega_0, \omega_\Phi$

Откуда с учётом  $\langle p_{\omega \times} = p / \omega_\times \rangle$  в момент начала движения ордината оранжевой точки (всплеск управлений  $\|u_{экс}\|$ ) однозначно определяется отношением коэффициентов при старших производных  $p$ :

$$\left. W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p) \right|_{t=0+} \equiv \left( \frac{\omega_\Phi}{\omega_0} \right)^n \frac{1}{k_0}, \quad (5)$$

и есть, собственно, *решением поставленной задачи*. Амплитуда управлений в начальный момент времени  $t \rightarrow 0+$  при  $\omega_\Phi > \omega_0$  (уместен термин «быстрые фильтры») возрастает до немислимых  $\|u_{экс}\| = 10^7$  величин, рис. 2. Очевидно, при задающем воздействии  $x_n^* > 1$ , всплеск в  $x_n^*$  раз больший!

Условие  $\omega_\Phi > \omega_0$  уместно называть *барьером*, а (5) *потенциалом* Полилова-Мотченко. Зависимость  $\approx (\omega_\Phi / \omega_0)^n$  подобна «энергетической константе» и едина в любых законах управления. Интересна графическая интерпретация результата, рис. 6. Независимо *на сколько* разнесены среднегеометрические  $\omega_\Phi > \omega_0$  ведущего и ведомого, будь то  $\Delta = +9, +90$  или  $+900$  рад/с барьер, и не суть важна даже геометрия распределения корней в 3-х полиномах ПФ  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times})$ , в каждом она усреднена собственным СГК – *всплеск управлений  $\|u_{экс}\|$  одинаков, и подчинён лишь их отношению  $\approx (\omega_\Phi / \omega_0)^n$* . Преодолеть в десятки, сотни раз большие барьеры  $\Delta_i$  одним и тем же потенциалом?! по всей видимости, уместно говорить о мере «энергетической заряженности» самих объектов  $H_0(p_{\omega 0})$  на различных СГК  $\omega_{0j} > \omega_{0k}$ , подобно орбитам в Боровской модели атома. Также примечательно и, что при прочих равных  $\omega_\Phi / \omega_0$  – дополнительные, например, два корня в объекте, и всплеск  $\|u_{экс}\|$  в  $t \rightarrow 0+$  уже на два порядка больший.

Становится очевидной значимость НЧ фильтра  $H_\Phi(p_{\omega\Phi})$  в канале задающего воздействия  $x_n^*$ . **Его миссия – погасить доминирующие форсирующие свойства ПФ замкнутого контура по управлению**

$W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times})$ , сумма производных «антиобъекта»  $1/H_0(p_{\omega 0})$  до  $n$ -го порядка включительно, устремляют управления  $u_y$  в бесконечность на заданиях  $x_n^*$  с быстрыми фронтами, что конечно же нереализуемо. Даже на малых полосах  $\omega_p$  пропускания РМСАР, соизмеримых с полосой пропускания объекта  $\omega_0$  \*случай, когда ярко проявляются фильтрующие свойства сомножителя  $1/H_p(p_{\omega p})$ , для исключения развала системы – в канале задающих воздействий необходим простейший интеграл (классический ЗИ) и/или аperiodическое звено, чтоб хотя бы уравнять порядки полиномов числителя и знаменателя ПФ:

$$W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times}) = \left[ \frac{p_{\omega 0}^n + \gamma_{n-1} p_{\omega 0}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\omega 0} + 1}{k_0} \right] \times \frac{1}{p_{\omega p}^{n-1} + \beta_{n-2} p_{\omega p}^{n-2} + \dots + \beta_1 p_{\omega p} + 1} \times \left( \frac{k_n}{p} \right) = \quad (6)$$

ПФ, обратная объекту управления теперь *-форсирующая!*  
\* НЧ фильтр  $n-1$  порядка, при  $\omega_p \square \omega_0$  линейный интегральный ЗИ

$$= \frac{p_{\omega 0}^n + \gamma_{n-1} p_{\omega 0}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\omega 0} + 1}{p \cdot p_{\omega p}^{n-1} + \beta_{n-2} p \cdot p_{\omega p}^{n-2} + \dots + \beta_1 p \cdot p_{\omega p} + p} \times \frac{k_n}{k_0},$$

откуда с учётом  $\langle p_{\omega \times} = p / \omega_\times \rangle$  в момент начала движения  $t \rightarrow 0+$  всплеск управлений однозначно определяется отношением коэффициентов при старших производных  $p$ :

$$\left. W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p) \right|_{t=0+} \equiv \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^n \frac{1}{\omega_p} \times \frac{k_n}{k_0}. \quad (7)$$

Амплитуда управлений в начальный момент времени  $t \rightarrow 0+$  при  $\omega_p > \omega_0$  так же возрастает до немислимых  $\|u_{экс}\| = 10^6$  величин, несмотря на линейный и заведомо медленный темп ЗИ с  $k_n = 1B/1c$  для ровного счёта. Амплитуда задающих воздействий  $x_n^* > 1$  на всплеск в  $t \rightarrow 0+$  не влияет, поскольку состояние доминирующего интеграла  $k_n/p$  невозможно изменить мгновенно.

Условие  $\omega_{\Phi(p)} < \omega_0$ , согласно (5) является гарантированным решением задачи невозникновения колебаний в ММЭМС, с любыми законами управления. Речь о реализации т.н. безударной, «мягкой» траектории в канале задающего воздействия  $x_n^*$ . Задача исчерпывающе решается в рамках простейшего модального управления  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ . Для пущей убедительности, это же условие безупречно работает в ММЭМС и вовсе без законов управлений, топология Ф-ММЭМС. Очевидно, феномен всплеска непрогнозируем и гарантирован в немодальных алгоритмах, где нет явных «инструментов» закругления и воздействия на СГК  $\omega_p$  замкнутого контура.

Впрочем, и этот пустяк с лёгкостью ведь «поглощает» припрятанный со времён симметричного оптимума фильтр,  $1/4T_\mu \dots$  А как же дерзкие порывы  $\omega_\phi > \omega_0$  и эпитеты, сродни «высокодинамичный», «быстродействующий» и пр.? Бесспорно, и они имеют право на существование, амплитуды управлений  $\|u_{экс}\|$  подобны пущечному выстрелу, только то и всего. Эйфория, испытываемая в кажущемся удачном управлении ММЭС,

и, как следствие, громкие слова о гашении колебаний, уникальных методах счёта **К**, как правило, следствие заблуждения и неумышленной подмены понятий в причинно-следственных связях.  $\approx (\omega_\phi / \omega_0)^n$ : барьер  $\rightarrow$  потенциал  $\rightarrow$  антиобъект  $\rightarrow$  феномен всплеска. Иное иллюзии.

$\omega_\phi > \omega_0, \Delta = +900 \text{ рад/с}$   
 –барьер Полилова-Мотченко

---


$$U_{\max} \geq \left(\frac{\omega_\phi}{\omega_0}\right)^n \frac{1}{k_0} X_n^*$$

–Потенциал Полилова-Мотченко  
 \* \*

ЛЮБАЯ ТОПОЛОГИЯ КОРНЕЙ,  
 И ИХ КОМБИНАЦИИ В ФИЛЬТР / ОУ,  
 ЛЮБЫЕ АЛГОРИТМЫ СИНТЕЗА,  
 В ТОМ ЧИСЛЕ НЕМОДАЛЬНЫЕ !

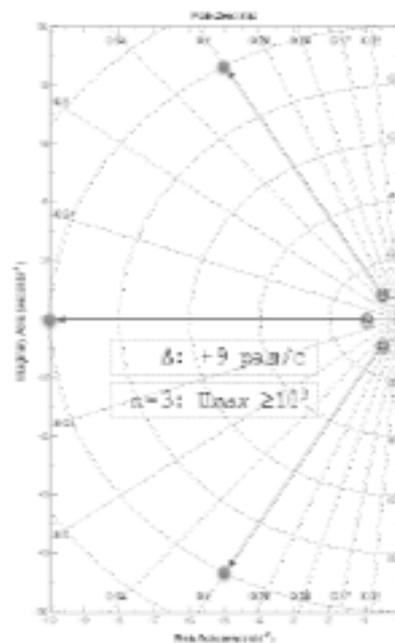
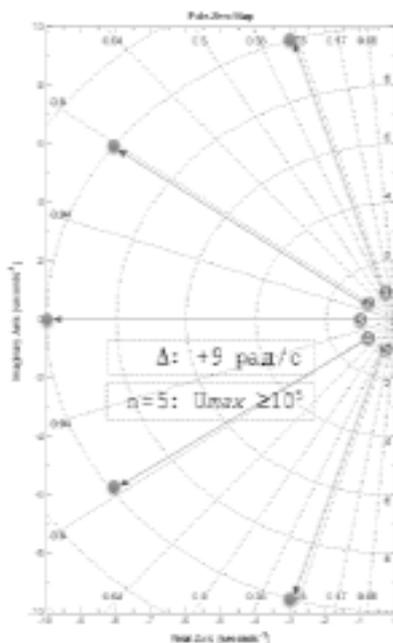
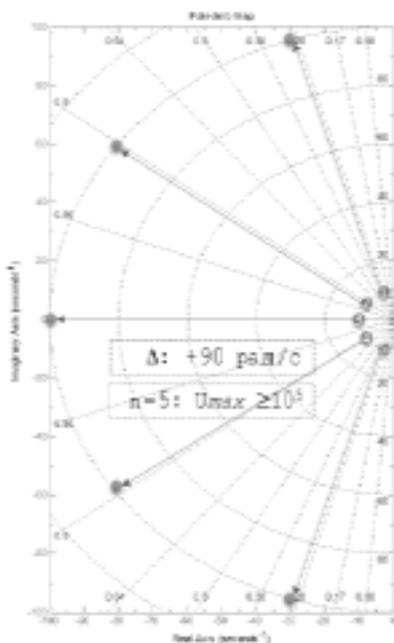
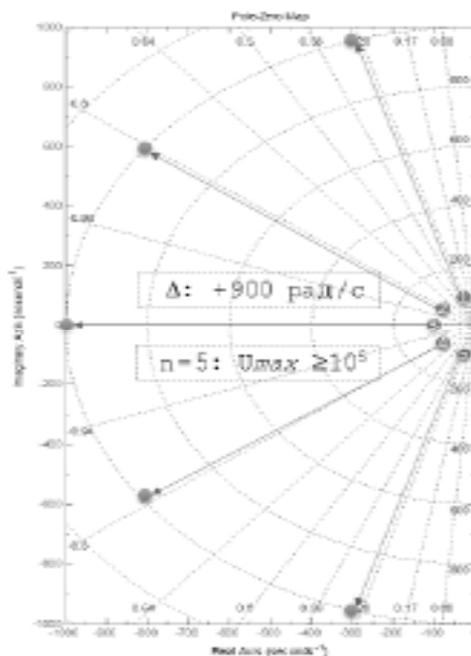


Рис. 6. Графическая интерпретация феномена всплеска (вес имеет исключительно отношение *геометрических средних*  $\omega_\phi / \omega_0$  или  $\omega_p / \omega_0$ , не суть важно даже расположение корней как таковое, здесь по Баттерворту)

Очевидны 8 новых стратегий управления [10]:

с.1 – стратегия «мягких» траекторий и умышленного закругления полосы  $\omega_\phi \leq \omega_0$  пропускания входного НЧ фильтра;

с.2 – стратегия нивелирования форсирующих свойств ПФ по управлению  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times})$  увеличением порядка  $n_\phi > n_0$  входного НЧ фильтра;

с.3 – стратегия закругления полосы  $\omega_p$  пропускания замкнутого контура, задаваемой полиномом  $H_p(p_{\omega p})$  алгоритма управления;

с.4 – дробление объекта на малые подсистемы 1-2 порядков и обеспечение вложенности локальных контуров регулирования (идеология систем подчинённого регулирования, с целью разграничения контурных воздействий);

с.5 – стратегия непротивления действию возмущений  $\zeta(t)$ ;

с.6 – стратегия разделения задач слежения задающих воздействий  $x^*(t)$  и «мягкой» компенсации внешних возмущений  $\zeta(t)$  независимыми подсистемами, т.н. «тандем» управлений;

с.7 – адаптация эталонной модели к процессам флуктуации во времени  $\Delta A(t)$ ,  $\Delta b(t)$  и/или имеющейся параметрической неопределённости;

с.8 – техника инвариантных эллипсоидов [9].

**Робастность – миф?** Небезынтересно и решение задачи оценки робастности известных алгоритмов управлений терминами полученных выше аналитических зависимостей  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p) \Big|_{t=0+}$  единственным критерием *невозникновения всплеска* фазовых координат. Так, в озвученном примере, даже на соотношениях  $\omega_\phi / \omega_0 = 2:1$  – всемогущество  $u^* = -\text{sgn} \mathbf{Kx}'$  (как, впрочем, и любых других  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ ) в отношении параметрических  $\mathbf{A} \pm \Delta \mathbf{A}$ ? вызывает, по меньшей мере удивление. Не говоря о более дерзких порывах и эпитетах, сродни «высокотемпературный», «инвариантный» и пр. Кратные вариации  $k\mathbf{A}$  и  $\mathbf{A}/k$  матрицы динамики  $\mathbf{A}$ , несмотря на кажущуюся синтетичность, весьма показательны в теоретическом плане, табл. 1 и приводят к пропорциональному же в  $k$  раз изменению СГК  $k\omega_0$  и  $\omega_0/k$  объекта – в этом легко убедиться, используя средства MATLAB. Что в свою очередь, вспоминая  $u \approx (\omega_\phi / \omega_0)^n$ , и вовсе не оставляет ни малейшего шанса на иллюзии в  $W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\omega \times})$ , как псевдотолкования абсолютной инвариантности САР в отношении собственно динамики и параметров объекта  $H_0(p_{\omega 0})$ . **Кажущаяся идиллия «робастности» непомерно дорога в реализации!** Всплеск управлений  $\|u_{экс}\|$  в  $k^n$  раз больший для  $\mathbf{A}/k$ , только то и всего... Безусловно, увеличение  $k\mathbf{A}$  – по зубам, и даже банальному  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$  с модальным  $\mathbf{K}$ , тогда как об  $\mathbf{A}/k$

уместно говорить лишь в случае  $\omega_{\phi(p)} / \omega_0 \ll 1$ , но и ведь это ж под силу тому самому  $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ , при прочих равных. Принимать ли робастность как постулат? в названии известных методов счёта  $\mathbf{K}$ ? Следует признать лучшим толкованием тех результатов – лишь непомерное закругление полосы пропускания  $\omega_p$  системы  $W_{x_n^* \rightarrow x_n}(p_{\omega \times})$ , и зачастую вне ведома разработчика. С таким же успехом этот псевдо- триумф куда проще можно умышленно дублировать или даже «превзойти» классическими модальными  $\mathbf{K}$  с ещё меньшей полосой  $\omega_{\phi(p)}$ .

Параметрические  $\mathbf{A} \pm \Delta \mathbf{A}$  вводят в заблуждение о неизменности СГК законов управлений в неадаптивных САР с  $\mathbf{K} = \text{const}$ . Отнюдь, это не так. На деле любые изменения матрицы  $\mathbf{A}$  динамики объекта приводят не только к пропорциональному же в  $k$  раз изменению СГК  $k\omega_0$  и  $\omega_0/k$  объекта, о чём упоминалось выше, но и СГК  $\omega_p \pm \Delta\omega_p$ , заявленного в законе управления. За исключением, быть может, класса релейных  $u^* = -\text{sgn} \mathbf{Kx}'$ , реализованных в фазовом пространстве канонических координат  $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x}$  (т.н. каноническая форма управляемости) с абсолютной инвариантностью РМСАР в отношении собственно динамики и параметров объекта  $H_0(p_{\omega 0})$  при превышении выбранного/имеющегося потенциала  $\pm U_{\max}$ , и класса адаптивных САР с умышленно перестраиваемыми  $\mathbf{K} \neq \text{const} \equiv f(\mathbf{A} \pm \Delta \mathbf{A})$  для удержания неизменным  $\omega_p \equiv \text{const}$  заявленного СГК. В подтверждение сказанного уместно упомянуть лишь сам факт обилия методов счёта коэффициентов  $\mathbf{K}$ , а условие  $\mathbf{A} \pm \Delta \mathbf{A} \equiv \mathbf{A}'$  и вовсе ведь можно полагать расчётным номиналом? Очевидно, числа в  $\mathbf{K}_A$ ,  $\mathbf{K}_{A-\Delta A}$  и  $\mathbf{K}_{A+\Delta A}$  различны всех трёх проб пересчёта с единым предписанным СГК. Справедливо и обратное, если не перестраивать коэффициенты  $\mathbf{K}_A \equiv \mathbf{K}_{A+\Delta A}$ , СГК одинаковыми оставаться не могут. Что, собственно, и требовалось показать. Иными словами, любые вариации  $k\mathbf{A} \dots \mathbf{A}/k$  матрицы динамики *гарантировано ведут* к невыполнению  $\omega_p \pm \Delta\omega_p$  предписанных СГК, и для объективной оценки робастности различных законов управления необходимо учитывать этот факт, например, перестраивая  $\mathbf{K}$  под те самые, синтетические  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}$  и  $\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}$ . Пусть сугубо теоретически с миссией объективного заполнения лишь одной/двух ячеек обобщающей таблицы, иначе самопроизвольное и неучтённое изменение СГК в  $k$ -раз, попросту *исключает равные условия*, переполняя соискателя лжеоптимизмом. Меньшая в  $k$ -раз полоса  $\omega_p \pm \Delta\omega_p$  замкнутого контура в нарушение условия качественного слежения  $\omega_p \gg \omega_\phi$ , сомножителем в  $W_{x_n^* \rightarrow u_y}(p_{\omega \times})$  «подфильтровывает» больший в  $k^n$  раз всплеск управлений  $\|u_{экс}\|$  на вариации  $\mathbf{A}/k$ , оставляя призрачные надежды на чудо.

1. К оценке робастности

n=7, k0=1; ωφ=2*ω0 –быстрый фильтр, x*=1			
объект	ΔA	Δ*	Δ/2
СГК ОУ	2*ω0	ω0	ω0/2
барьер	Δ↓=0	Δ=+ω0	Δ↑=1,5Δ
потенциал	1	2*7=128	4*7=16384
Откуда у САР такой потенциал??			128*128
А более быстрые фильтры?			ω→∞?
*исходная			

Робастнее робастного ценой невыполнения  $\omega_p \pm \Delta\omega_p$  предписанного  $\omega_p$ ? Такие постулаты можно ведь и вовсе довести до абсурда, положив  $\omega_{\phi(p)} \cong 0 \dots$  Подобное и, как правило, скрыто за ширмой немодальных законов. И об этом не говорить? Пустая трата времени в поисках лучшего! Рассмотренная РМСАР с алгоритмом  $u^* = -\text{sgn} Kx'$ , реализованным в фазовом пространстве канонических координат  $x' \leftarrow T^{-1}x$ , даже в представленном виде – *непревзойдённое решение*, которое может быть лишь теоретически достигаемо иными известными законами управления, например, адаптацией  $u = Kx$  и умышленно перестраиваемыми  $K \neq \text{const} \equiv f(A \pm \Delta A)$  с целью удержания неизменным  $\omega_p \equiv \text{const}$  заявленного СГК. А интегрируя его в стратегию с.6, с добавлением с.1, с.7, с.8... и вовсе делает результирующую систему *флагманом* теории управления. Следует отметить чрезвычайную простоту реализации РМСАР в эталонной модели тандема, несмотря на линейную комбинацию высших производных алгоритма, вплоть до  $n-1$ -го порядка, они виртуальны.

**Идентификация  $\omega_x$ .** Практическая ценность аналитических зависимостей (5), (7) в полной мере раскрывается в случае экспериментального определения СГК. Задача в динамических системах *любой сложности* чрезвычайно просто решается идентификацией ПФ вход-выход. И не суть важны даже методы получения ПФ как таковые, используемые массивы данных, инструментальные средства и пр. Задача нами успешно решена вычислительным потенциалом искусственных нейронных сетей и реализована в ядре ARM Cortex в реальном времени, для ориентира. Очевидно, вес имеет лишь одно число  $\sigma_n$  – коэффициент старшей степени  $p$  полинома в знаменателе идентифицированной ПФ:

$$H(p_{\omega_x}) = \frac{A(p_{\omega_x})}{\underbrace{p_{\omega_x}^n + \gamma_{n-1}p_{\omega_x}^{n-1} + \dots + \gamma_1 p_{\omega_x} + 1}_{\text{нормированный полином}}} \equiv \frac{A(p_{\omega_x})}{\underbrace{\sigma_n p^n + \sigma_{n-1} p^{n-1} + \dots + \sigma_1 p + 1}_{\text{уже идентифицированная ПФ}}}$$

откуда с учётом  $\langle p_{\omega_x} = p / \omega_x \rangle$ :  $\omega_x = \sqrt[n]{1 / \sigma_n}$ .

**Выводы.** Терминами барьер, потенциал и анти-объект впервые геометрически обоснован т.н. феномен всплеска фазовых координат  $x$  в управлении динамическими системами. С единой позиции теории линейных систем представлено решение задачи прогноза амплитуд управлений  $u$  любой динамической системы известными законами управления для режимов слежения и стабилизации.

Создан модуль идентификации и экспериментального определения СГК динамических систем любой сложности в реальном времени. 3 числа геометрических средних  $\omega_\phi$ ,  $\omega_p$  и  $\omega_0$  предопределяют решение *любой задачи* теории управления. Уместно говорить о мере «энергетической заряженности» ведомого/ведущего: траектории слежения и эталонной модели  $H_\phi(p_{\omega_\phi})$ , динамических объектов  $H_0(p_{\omega_0})$  как таковых, и замкнутой системы  $1/H_p(p_{\omega_p})$  в целом на различных СГК  $\omega_{xj} > \omega_{xk}$ , подобно орбитам в Боровской модели атома.

Факт невозникновения всплеска положен в основу критерия оценки грубости/робастности систем, а также предложенных новых стратегий качественного управления динамическими системами. Соотношение  $\approx (\omega_{\phi(p)} / \omega_0)^n$  как экспресс-тест может стать и достоверным *индикатором реализуемости* известных законов управления. Потенциально счёт коэффициентов  $K$  любыми иными немодальными методами? лишь известит о наличии/отсутствии всплеска. Безусловно, уместнее не ждать чуда, а умышленно точно предопределять СГК, иное попросту недостижимо.

Подобные зависимости получены и относительно канала возмущений  $\zeta(t)$ , отметим лишь – задачу ограничения всплеска  $W_{\zeta \rightarrow u_y}(p_{\omega_x})$  уместно решать в топологии т.н. тандема управлений независимо от канала задания  $x^*(t)$ , и она исчерпывающе решается техникой инвариантных эллипсоидов для наихудшего случая и подавления *неслучайных* ограниченных возмущений  $\zeta(t)$  в классе т.н.  $\ell_1$ -оптимизации.

В управлении ММЭМС – даже теоретически исключены факты мгновенного изменения момента упругого ( $M_{ij}$  – есть интеграл разности смежных скоростей). Скорости масс, как физические величины, сами по себе также неизменяемы мгновенно. Творцом Вселенной в физику формирования моментов упругих  $M_{ij}$  в ММЭМС вложены «мягкие» траектории. Более того, смыкание/размыкание зазора  $\phi_0$  кратковременно, и имеет место лишь на скоростях, близких нулю. В уже разогнанной ММЭМС это неактуально, в силу инерционности смежных масс. Предложенные стратегии нивелирования действия внешних воздействий  $\zeta$ , наихудший случай как функции Хевисайда, и давным погасят проблемы с зазорами  $\phi_0$  и гладкими моментами упругими  $M_{ij}$ , как равноправных слагаемых на тех же сумматорах в местах приложения  $M_{ci}$ .

Список использованной литературы

1. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник: в 5-и тт. ; 2-е изд., перераб. и доп. Т. 3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 616 с.; ил.
2. Егупов Н. Д. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н. Д. Егупова; издание 2-ое, стереотипное. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с., ил.
3. Баландин Д. В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д. В. Баландин, М. М. Коган. – М. : Физматлит, 2007. – 280 с.
4. Boyd S., El Ghaoui L., Ferron E., and Balakrishnan V., (1994), *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, *SIAM*.
5. Зеленев А. Б. Синтез та цифрове моделювання систем управління електроприводів постійного струму з електромашинними, електромагнітними та імпульсними перетворювачами: навч. посібн. / [Зеленев А. Б. та ін.] – Алчевськ : ДонДТУ, 2007. – 373 с.
6. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина : под ред. А. В. Садового. – К. : ИСИМО, 1996. – 298 с.
7. Полилов Е. В. Выбор характеристического полинома и исследование влияния величины среднегеометрического корня на свойства многомассовой электромеханической системы с релейно-модальным управлением [Текст] / Е. В. Полилов и др. // «ЕЛЕКТРОІНФОРМ». – Львів : ЕКОінформ, 2009. – С. 50 – 58.
8. Полилов Е. В. К вопросу выбора гиперповерхностей скольжения в релейных системах [Текст] / Е. В. Полилов, А. М. Батрак // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського – Кременчук : КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19), частина 3. – С. 61 – 67.
9. Назин С. А. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов [Текст] / С. А. Назин, Б. Т. Поляк, М. В. Топунов // АИТ. – 2007. – № 3. – С. 106 – 125.
10. Полилов Е. В. Стратегии качественного управления многомассовыми электромеханическими системами [Текст] / Е. В. Полилов и др. // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харків : НТУ «ХПІ». – 2013. – № 36(1009). – С. 86 – 96.

Получено 18.07.2014

References

1. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya*. T.3: *Sintez regulyatorov sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of Classical and Modern Control theory], (2004), Moscow, Russian Federation, *BMSTU Publ.*, 616 p. (In Russian).
2. *Metody robastnogo, neuro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya* [Methods of Robust, Neural-Fuzzy and

*Adaptive Control*], (2002), Moscow, Russian Federation, *BMSTU Publ.*, 744 p. (In Russian).

3. Balandin D. V. *Sintez zakonov upravleniya na osnove lineinykh matrichnykh neravenstv* [Synthesis of Control Laws Based on Linear Matrix Inequalities], (2007), Moscow, Russian Federation, *Fizmatlit Publ.*, 280 p. (In Russian).
4. Boyd S., El Ghaoui L., Ferron E., and Balakrishnan V., (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: *SIAM*.
5. Zelenov A.B., etc. *Synteza ta tsyfrove modelyuvannya system upravlinnya elektropryvodiv postoiynoho strumu z elektro-mashynnyimi, elektromagnitnyimi ta impul'snymi pere-tvoryuvachamy: Navch. posibn.* [Synthesis and Digital Modeling of Control Systems of Electric Drives of Constant Current with Electromachine, Electromagnetic and Pulse Converters], (2007), Alchevsk, Ukraine, *DonSTU Publ.*, 337 p. (In Ukraine).
6. Sadovoy A.V., etc. *Sistemy optimal'nogo upravleniya pretsizionnymi elektroprihodami* [Systems of Optimum Control of Precision Electric Drives], (1996), Kiev, Ukraine, *ISIMO Publ.*, 298 p. (In Russian).
7. Polilov E.V., etc. *Vybor kharakteristicheskogo polinoma i issledovanie vliyaniya velichiny srednegeometricheskogo kornya na svoystva mnogomassovoi elektromekhanicheskoi sistemy s releino-modal'nym upravleniem* [The Choice of the Characteristic Polynomial and the Study of the Effect Size of a Compound Root on the Properties of Multimass Electromechanical System with Relay-Modal Control], (2009), *ELECTROINFORM Publ.*, Lviv, Ukraine, pp. 50 – 58 (In Russian).
8. Polilov E.V., and Batrak A M. *K voprosu vybora giperpoverkh-nosti skol'zheniya v releinykh sistemakh* [To the Matter of the Choice of Sliding Hyper-Surfaces in Relay-Type Systems], (2012), *Visnyk Kremenchuc'kogo Nacional'nogo Universytetu imeni Myhajla Ostrograds'kogo Publ.*, Kremenchuk, Ukraine, Vol. 3/2012 (19), Part 3, pp. 61 – 67 (In Russian).
9. Nazin S.A., etc. *Podavlenie ogranichennykh vneshnikh vozmushchenii s pomoshch'yu metoda invariantnykh ellipsoidov* [Rejection of Bounded Exogenous Disturbances by the Method of Invariant Ellipsoids], 2007, *Avtomatika i Telemekhanika Publ.*, Moscow, Russian Federation, No. 3, pp. 106 – 125. (In Russian).
10. Polilov E.V., etc. *Strategii kachestvennogo upravleniya mnogomassovymi elektromekhanicheskimi sistemami* [Strategies of Qualitative Control of Multimass Electromechanical Systems], (2013), *Visnyk Nacional'nogo Tehnichnogo Universytetu "HPI" Publ.*, Kharkov, Ukraine, Vol. 36(1009). – pp. 86 – 96 (In Russian).



Полилов  
Егор Владимирович, канд. техн.  
наук, доц. каф. АЭМС  
им. проф. Зеленова А.Б.  
ДонГТУ (г. Алчевск).  
Тел.: (095) 808-29-15,  
e-mail:  
egor.polilov@gmail.com