

УДК 621.372

**Ю. К. Филипский**, д-р техн. наук,  
**Л. С. Фонар**, А. Р. Агаджанян, кандидаты техн. наук

## СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ПОЛОСОВЫХ ГАУССОВЫХ ФИЛЬТРОВ

**Аннотация.** Проведен синтез цифровых полосовых фильтров, полученных на основании низкочастотных прототипов и имеющих импульсную характеристику в виде гауссовой кривой. Приведена зависимость изменения огибающей при вычислении отклика на различных частотах. Показаны преимущества полученных цифровых полосовых гауссовых фильтров

**Ключевые слова:** гауссовый фильтр, частотные характеристики, огибающая, динамический режим, амплитудная (фазовая) и импульсная характеристики цифрового гауссового фильтра

**Yu. K. Filipsky**, ScD.,  
**L. S. Fonar**, PhD., **A. R. Agadzhanyan**, PhD.

## SYNTHESIS OF THE DIGITAL BAND-PASS GAUSSIAN FILTERS

**Abstract.** The synthesis of digital bandpass filters, obtained on the basis of low-frequency prototypes and having an impulse response in the form of a Gaussian curve, is carried out. The dependence of change of the envelope while response calculating on various frequencies is shown. The advantages of obtained digital band-pass Gaussian filters are shown

**Keywords:** Gaussian filter, the frequency characteristics, the envelope, the dynamic mode, amplitude (phase) and the impulse response of a digital Gaussian filter

**Ю. К. Філіпський**, д-р техн. наук,  
**Л. С. Фонар**, А. Р. Агаджанян, кандидаты техн. наук

## СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ СМУГОВИХ ГАУССОВИХ ФІЛЬТРІВ

**Анотація.** Синтезовані цифрові смугові фільтри, отримані на підставі низькочастотних прототипів, що мають імпульсну характеристику у вигляді гауссової кривої. Наведена залежність зміни огибаючої при обчисленні відгуку на різних частотах. Показані переваги отриманих цифрових смугових гауссових фільтрів.

**Ключові слова:** гауссовий фільтр, частотні характеристики, обвідна, динамічний режим, амплітудна (фазова) та імпульсна характеристика цифрового гауссового фільтру

### Введение

Для современных компьютерных систем и сетей, которые работают в реальном масштабе времени при параметрах входных сигналов, которые постоянно изменяются, особенно важным заданием является разработка методов и способов анализа нестационарных процессов. Крайне необходимым является применение цифровых фильтров в качестве устройств в тракте, обработки информации для согласованной фильтрации, либо обработки речи (в IP-телефонии).

Для повышения эффективности и скорости таких систем связи необходимо анализировать их работу в динамическом режиме. При скачкообразных изменениях таких параметров как фаза, частота и амплитуда возникают наибольшие динамические искажения. Нестационарность проявляется практически при всех изменениях параметров цепей и сигналов.

© Филипский Ю.К., Фонар Л.С.,  
Агаджанян А.Р., 2015

Динамические режимы ограничивают быстродействие систем и могут стать причиной динамических искажений при обработке сигналов в реальном масштабе времени [1 – 5]. Поэтому, необходим анализ динамических процессов в радиотехнических цепях, как элементах информационных систем.

При скачках фазы и частоты, в отличие от скачков амплитуды, необходимо учитывать начальные условия и целесообразно проводить анализ переходных процессов методом динамического коэффициента передачи (ДКП). Двумерная функция ДКП несет в себе информацию одновременно о частотной и временной составляющих цепи.

### Анализ литературных данных и постановка проблемы

Метод ДКП является обобщающим частотно-временным методом. Этот метод позволяет определить характеристики цепей, как в частотной, так и во временной области которые определяют характеристики цепей в стационарном и динамическом режимах.

Применили ДКП с двумя целями – упрощение анализа переходных процессов линейных цепей моделированием в динамическом режиме и определением динамических погрешностей при линейной частотной модуляции. Динамический коэффициент передачи был определен и получил свое самостоятельное развитие в работах [2]. Наибольший интерес представляет ДКП как функция времени, потому что в этом случае он дает непосредственно комплексную огибающую на выходе цепи при скачке амплитуды.

Проведенный обзор показал, что несмотря на важность известных направлений анализа нестационарных сигналов и коррекций динамических искажений, на сегодняшний день не получили должного развития методы анализа динамических режимов работы цифровых фильтров.

### Цель и задачи исследования

Целью проведенных исследований является синтез цифровых гауссовых фильтров и получение их частотно-временных характеристик, которые, в отличие от существующих, учитывают динамическое состояние фильтров. Достижение поставленной цели позволит получить дальнейшее развития методам и средствам проектирования цифровых фильтров и уменьшить погрешности, возникающие при синтезе цифровых фильтров по аналоговым прототипам, а также повысить их избирательность.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- провести синтез цифровых фильтров, которые позволят сократить время переходных процессов;
- построить частотно-временные характеристики цифровых фильтров для исследования их работы в динамическом состоянии;
- оценить характеристики синтезированных фильтров в вопросе скорости их перехода к стационарному состоянию и избирательности.

### Синтез цифровых полосовых гауссовых фильтров

В работе рассмотрены цифровые полосовые фильтры, полученные на основании низкочастотных прототипов с импульсными характеристиками вида:

$$h(y) = e^{-y}, \quad (1)$$

$$h_g(y) = e^{-y^2}, \quad (2)$$

где  $y = \alpha t$ ;  $\alpha = 1/\tau_{\text{ц}}$ ;  $\tau_{\text{ц}}$  – постоянная времени цепи.

Выражение (2) представляет собой низкочастотный прототип, имеющий импульсную характеристику в виде гауссовой кривой. Его частотная характеристика также является гауссовой функцией

$$K(j\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\left(\frac{\omega^2}{4\alpha^2} + j\phi\right)}. \quad (3)$$

Известно, что коэффициент передачи фильтра связан с импульсной характеристикой прямым преобразованием Фурье

$$K(j\omega) = \int_0^\infty h(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (4)$$

Полосовые фильтры, построенные на основании низкочастотных прототипов (1) («первого типа») и (2) (полосового гауссово-го фильтра), после перехода к нормированному времени  $u$  и частоте  $\Omega = \omega/\alpha$  имеют выборки импульсного отклика, соответственно

$$h_{1k} = e^{-y} \cdot \cos(2Qky), \quad (5)$$

$$h_{2k} = e^{-y^2} \cdot \cos(2Qky), \quad (6)$$

где  $y = 0,075$ ;  $k = 0,1 \dots N-1$ ;  $N = 32$ .

График импульсной характеристики фильтра с характеристикой вида (5) представлен на рис. 1.

График импульсной характеристики гауссового полосового фильтра представлен на рис. 2.

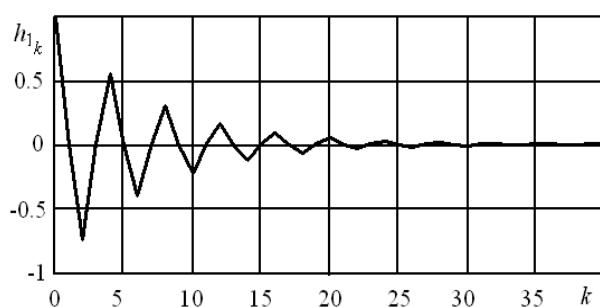


Рис. 1. Импульсная характеристика полосового фильтра «первого типа»

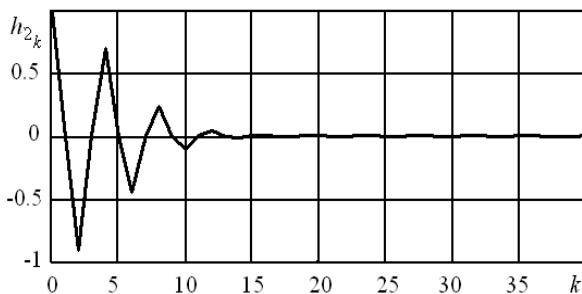


Рис. 2. Импульсная характеристика гауссового полосового фильтра

Импульсная характеристика цифрового полосового гауссового фильтра достигает значения «0» при  $k = 23$ , тогда как импульсная характеристика цифрового фильтра «первого типа» при значении  $k = 33$ . Таким образом, установлено, что импульсная характеристика цифрового полосового гауссового фильтра на 30 % быстрее переходит в стационарное состояние, чем импульсная характеристика фильтра «первого типа». Более быстрое затухание (рис. 2) связано с разработкой аналитического выражения импульсной характеристики такого фильтра (методом ДКП), имеющего оригинальный аналоговый прототип.

#### Анализ работы фильтров в динамическом режиме

Для вычисления коэффициента передачи цифрового фильтра была использована формула дискретного преобразования Фурье

$$K(jn\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k \cdot e^{-j2\pi nk}, \quad (7)$$

где  $\Omega = \pi/T$ ;  $n = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $j = \sqrt{-1}$ .

Аналитические выражения для расчетов цифровых фильтров «первого типа» (8) и гауссового полосового фильтра (9) получим используя выражения (7) и выражения (5) и (6) соответственно:

$$K(jn\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \left( e^{-y} \cdot \cos(2Qky) \right) \cdot e^{-j2\pi nk}, \quad (8)$$

$$K(jn\Omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \left( e^{-y^2} \cdot \cos(2Qky) \right) \cdot e^{-j2\pi nk} \quad (9)$$

где  $Q = 10.472$ .

Графики амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик цифровых полосовых фильтров с выборками им-

пульсной характеристики вида (5) и (6), приведены на рисунках 3 и 4 соответственно.

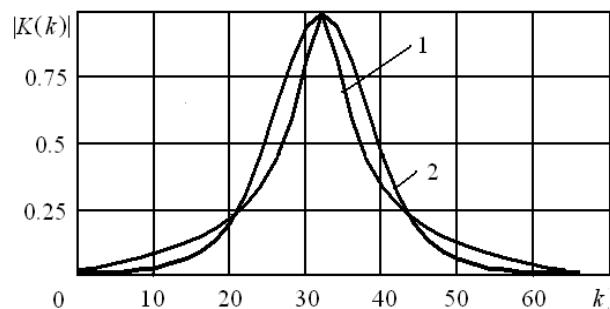


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика:  
1 – фильтра «первого типа»;  
2 – гауссового полосового фильтра

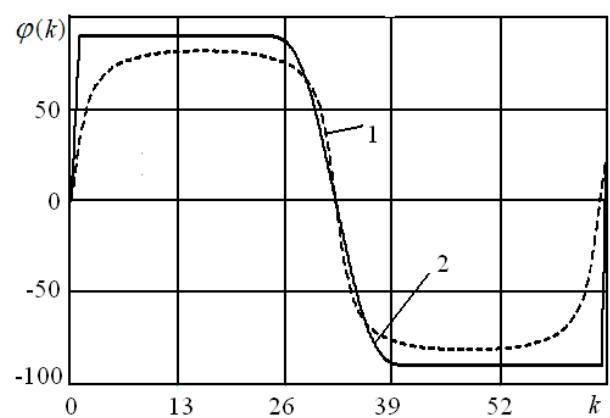


Рис. 4. Фазо-частотная характеристика:  
1 – фильтра «первого типа»;  
2 – гауссового полосового фильтра

Для анализа работы фильтров в динамическом режиме была использована матрица динамического коэффициента передачи [2], где использованы выражения (8) и (9). Для определения АЧХ в динамическом режиме осуществляется вертикальное усечение матрицы. А для анализа отклика фильтра на сигнал с частотой  $n\Omega$  производится построчное вычисление.

Приведена зависимость изменения огибающей построчного вычисления отклика цифрового полосового фильтра (рис. 5) и гауссового цифрового полосового фильтра (рис. 6):

- на резонансной частоте (кривая 1);
- в пределах полосы пропускания (кривая 2);
- за пределами полосы пропускания (кривая 3).

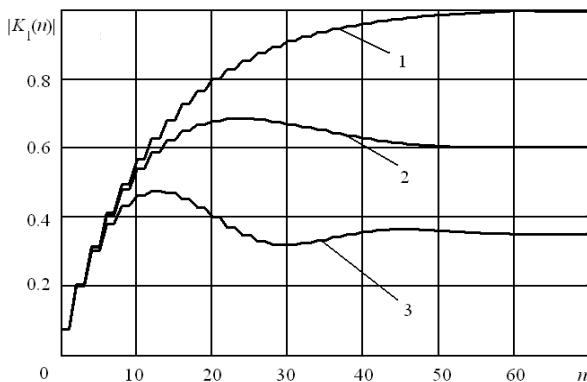


Рис. 5. Закон изменения огибающей цифрового полосового фильтра «первого типа» на резонансной частоте (1), в пределах полосы пропускания (2) и за пределами полосы пропускания (3)

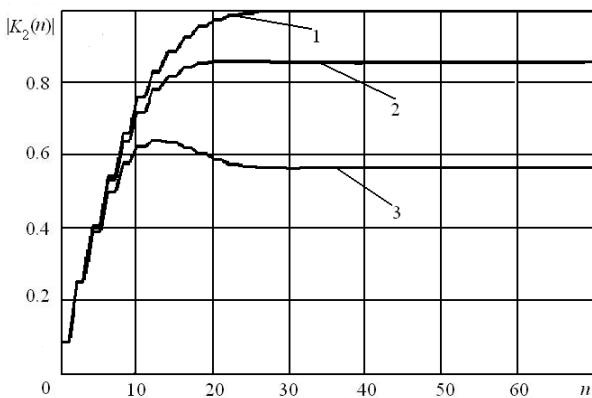


Рис. 6. Закон изменения огибающей гауссового цифрового полосового фильтра на резонансной частоте (1) в пределах полосы пропускания (2) и за пределами полосы пропускания (3)

Как видим, на рисунках 5 и 6. огибающая цифрового гауссового полосового фильтра быстрее переходит в стационарное состояние, чем огибающая цифрового фильтра «первого типа». При расчете на резонансной частоте огибающая цифрового гауссового полосового фильтра принимает постоянные значения при  $k = 46$ , а полосового фильтра «первого типа» при  $k = 66$ .

### Выводы

Проведен синтез цифрового полосового гауссового фильтра. Показано, что цифровой полосовой гауссовый фильтр имеет преимущества. Его импульсная характеристика имеет более крутой спад и достигает «0» на 30 % быстрее, чем импульсная характеристика с выборками импульсного отклика

фильтра «первого типа». Он инерционен, его частотная характеристика достигает «0» быстрее, а в границах значений  $43 \leq k \leq 23$  имеет более узкую «полосу» следовательно более качественное шумоподавление. Кроме того, этот фильтр позволяет также избежать погрешностей, возникающих за счет ограничения частотного диапазона:

- для определения динамических характеристик цифровых фильтров после вычисления выборок импульсного отклика следует использовать матрицу дискретного преобразования Фурье;
- динамический коэффициент передачи цифрового полосового гауссова фильтра как функция времени при  $t \rightarrow \infty$  плавно переходит к стационарному значению.

### Список использованной литературы

1. Гадзиковский В. И. Методы проектирования цифровых фильтров / В. И. Гадзиковский. – М. : Телеком, 2007. – 416 с.
2. Филипский Ю. К. К вопросу о динамическом коэффициенте передачи / Ю. К. Филипский // Изв. Вузов. Радиотехника. – 1976. – Т. 31. – № 5. – С. 18 – 22.
3. Van Vliet L., Young I., and Verbeek P., (1998), Recursive Gaussian Derivative Filters, *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, Brisbane, pp. 509 – 514.
4. Van Vliet L.J., and Verbeek P.W., (1995), Estimators for Orientation and Anisotropy in Digitized Images, *ASCI'95, Proceedings of the First Annual Conference of the Advanced School for Computing and Imaging*, pp. 442–450.
5. Tan S., Dale J., and Johnson A., (2003), Performance of three Recursive Algorithms for Fast Space-variant Gaussian filtering, *Real-Time Imag.* Vol. 9, pp. 215 – 228,

Получено 30.01.2015

### References

1. Gadzikovsky V.I. Metodi proektirovaniya tsifrovih filtrov [Methods for Designing Digital Filters], (2007), Moscow, Russian Federation, Telecom, 416 p. (In Russian).

2. Filipskyi Yu.K. K voprosu o dinamicheskem koeffitsiente peredachi. [Concerning the Dynamic Coefficient of Transmission], (1976), Moscow, Russian Federation, *Izvestia Vuzov. Radiotekhnika*, 14, pp. 18 – 22 (In Russian).

3. Van Vliet L., Young I., and Verbeek P., (1998), Recursive Gaussian derivative filters: *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, Brisbane, Australia, IEEE Computer Society Press, pp. 509 – 514.

4. Van Vliet L.J., and Verbeek P.W., (1995), Estimators for Orientation and Anisotropy in Digitized Images, *ASCI'95, Proceedings of the First Annual Conference of the Advanced School for Computing and Imaging*, Heijen, Netherlands pp. 442 – 450.

5. Tan S., Dale J., and Johnson A., (2003), Performance of three Recursive Algorithms for fast Space-Variant Gaussian filtering, *Real-Time Imag Conference*. Scotland, Vol. 9, pp. 215 – 228.



Филипский  
Юрий Константинович,  
д-р техн. наук, профес-  
сор каф. радиотехниче-  
ских устройств, ин-та  
радиоэлектроники и те-  
лекоммуникаций Одес-  
ского нац. политехнич.  
ун-та,  
пр. Шевченко, 1, Одесса,  
Украина, 65044.  
E-mail: 8645@ukr.net



Фонарь  
Людмила Сергеевна,  
канд. техн. наук, препо-  
даватель Одесского  
автомобильно-  
дорожного колледжа  
Одесского нац. политех-  
нич. ун-та,  
пр. Шевченко, 1, Одесса,  
Украина, 65044.  
E-mail:  
fonar\_1\_s@ukr.net



Агаджанян  
Арутюн Рубенович,  
канд. техн. наук, доц.  
каф. радиотехнических  
устройств ин-та радио-  
электроники и телеком-  
муникаций  
Одесского нац. политех-  
нич. ун-та,  
пр. Шевченко, 1, Одесса,  
Украина, 65044.  
E-mail:  
7985798@gmail.com