УДК 517.518.454:004.85
О. Ю. Колларов, канд. техн. наук

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ЛЕВЕНБЕРГА-МАРКГВАРДА В ЗАДАЧАХ ТРИГОНОМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ БАГАТОВИМІРНИХ НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ

Анотація. *В статті розглянуто застосування одного з найпоширеніших алгоритмів тренування штучних нейронних мереж прямого поширення, алгоритму Левенберга-Маркгварда, для оптимізації значень коефіцієнтів багатовимірних рядів Фур'є по тригонометричній системі парних функцій з метою підвищення точності тригонометричної ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування.*
Ключові слова: *штучна нейронна мережа, тригонометричний ряд, коефіцієнти Фур'є, градієнтний метод,* метод зворотного *о поширення похибки, метод Левенберга-Маркгварда.*

А. Ю. Колларов, канд. техн. наук

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ЛЕВЕНБЕРГА-МАРКГВАРДА В ЗАДАЧАХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Анотация. *В статье рассмотрено применение одного из самых распространенных алгоритмов тренировки искусственных нейронных сетей прямого распространения, алгоритма Левенберга-Маркгварда, для оптимизации значений коэффициентов многомерных рядов Фурье по тригонометрической системе парных функций с целью повышения точности тригонометрической идентификации многомерных нелинейных объектов систем управления.*
Ключевые слова: *искусственная нейронная сеть, тригонометрический ряд, коэффициенты Фурье, градиентный метод, метод обратного распространения ошибки, метод Левенберга-Маркгварда.*

O. Kollarov, PhD

APPLICATION OF LEVENBERG-MARQUARDT's ALGORITHM IN TRIGONOMETRIC IDENTIFICATION PROBLEMS OF MULTI-DIMENSIONAL NONLINEAR OBJECTS

Abstract. *The article deals with the usage of one of the most popular algorithms of training the artificial neural networks of direct distribution - Levenberg-Markhvarda's algorithm to optimize the multidimensional Fourier's series coefficients according to the trigonometric system of paired functions in order to improve the trigonometric identification accuracy of the multidimensional nonlinear objects in control systems.*
Keywords: *artificial neural network, trigonometric series, Fourier coefficients, gradient method, backpropagation, Levenberg-Marquardt's algorithm.*

Подання проблеми. Незважаючи на значний прогрес в сфері оптимального керування багатовимірними нелінійними об'єктами, методи такого керування знаходяться в стані активного розвитку, адже багато величин, які впливають на функціонування об'єктів систем керування, не піддаються точному вимірюванню, що вимагає їх ідентифікації, як на базі методів теорії наближення функції (задача апроксимації або, як окремий випадок, задача інтерполяції), так і на базі методів теорії штучного інтелекту [1-3].

Особливої уваги заслуговує симбіоз штучної нейронної мережі із тригонометричним методом ідентифікації, що дозволить зменшити обчислювальні ресурси за рахунок оптимізації значень коефіцієнтів тригонометричного ряду.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. Питанню тригонометричної ідентифікації об'єктів систем керування присвячено багато наукових праць і досліджень, що не стосується багатовимірного випадку [4, 5], як в математичному сенсі, так і в сенсі теорії автоматичного керування. Застосування методів теорії штучного інтелекту в питаннях тригонометричної ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів взагалі не висвітлено.

Мета статті. Шляхом ґрунтовного аналізу результатів застосування алгоритму Левенберга-Макгварда [6-8] задля оптимізації значень коефіцієнтів багатовимірних рядів Фур'є по тригонометричній системі парних функцій довести доцільність такого застосування з метою підвищення точності тригонометричної ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування.

Матеріал і результати досліджень. Представимо розвинення цільової парної функції багатьох змінних у вигляді багатовимірного функціонального ряду:

$$f(x_1,...,\mathrm{x}_m)=a_0+\sum_{i=1}^{m}\sum_{k_1=1}^{m-i+1}\cdots \sum_{k_i=k_{i-1}+1}^{m}\sum_{\varphi_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{\varphi_i=1}^{\infty}a_{\varphi_1...\varphi_i}^{k_1...k_i}\prod_{j=1}^{i,\forall i\neq j}\cos\left(\varphi_j x_{k_j}\right) \quad (1)$$

де m – кількість змінних;

x – змінна функції;

a – невідомі коефіцієнти при відповідних членах ряду;

φ – частоти гармонік тригонометричного ряду, по наступній тригонометричній системі парних функцій:

$$1,\cos\left(\varphi_1 x_1\right),\ldots,\cos\left(\varphi_j x_j\right),\ldots,$$
$$\cos\left(\varphi_1 x_1\right)\cos\left(\varphi_2 x_2\right),\ldots,\prod_{j=1}^{i,\forall i\neq j}\cos\left(\varphi_j x_j\right), \quad (2)$$
$$\text{де } j=1\ldots m, \varphi_j=1\ldots n$$

де n – кількість і значення частот гармонік тригонометричного ряду.

Приймаючи до уваги, що добуток косинусів може бути представлений у вигляді їх суми, отримаємо:

$$\prod_{j=1}^{i,\forall i\neq j}\cos\left(\varphi_j x_{k_j}\right)\equiv\frac{1}{2^{i-1}}\cdot \sum_{j=1}^{i-1,\forall i\neq j}\cos\left(\varphi_1 x_{k_1}\pm\ldots\pm\varphi_{j+1}x_{k_{j+1}}\right) \quad (3)$$

А отже, кінцева формула представлення парної функції «m» змінних у вигляді багатомірного тригонометричного ряду має наступний вигляд:

$$f(x_1,...,\mathrm{x}_m)=a_0+\sum_{i=1}^{m}\sum_{k_1=1}^{m-i+1}\cdots\sum_{k_i=k_{i-1}+1}^{m}\sum_{\varphi_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{\varphi_i=1}^{\infty}a_{\varphi_1...\varphi_i}^{k_1...k_i}\left[\frac{1}{2^{i-1}}\sum_{j=1}^{i-1,\forall i\neq j}\cos\begin{pmatrix}\varphi_1 x_{k_1}\pm\ldots\\ \pm\varphi_{j+1}x_{k_{j+1}}\end{pmatrix}\right], \quad (4)$$

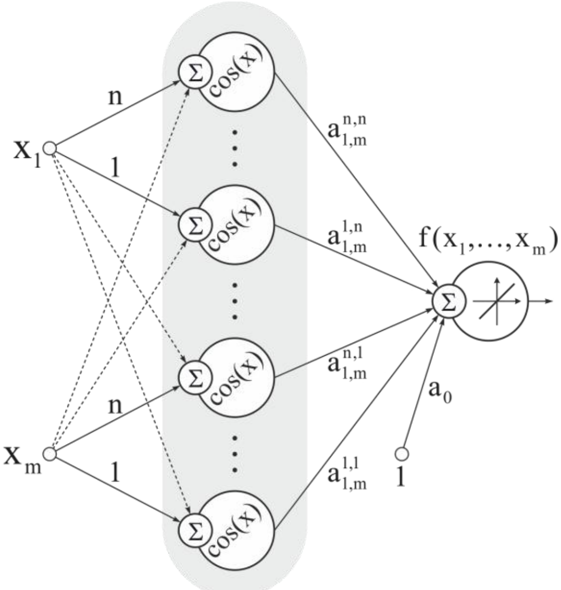

Рис. 1. Топологія штучної одношарової нейронної мережі згідно ряду (4)

Не важко помітити, що функціональний ряд (4) описує еквівалентну йому штучну нейронну мережу прямого поширення (рис. 1), яка містить один біас та лише один прихований шар із тригонометричною функцією активації нейронів та максимальною кількістю нейронів у цьому шарі, що розраховується за наступною формулою

$$m\times n+\sum_{i=2}^{m}\left(n^i\times 2^{i-1}\right) \quad (5)$$

Значення невідомих коефіцієнтів при відповідних членах ряду (4), а, іншими словами, вагових коефіцієнтів еквівалентної йому штучної нейронної мережі можна знайти скориставшись середньою квадратичною похибкою по Гаусу:

$$a_0 = \frac{\int\limits_{-T_m}^{T_m} \ldots \int\limits_{-T_2}^{T_2} \int\limits_{-T_1}^{T_1} f(x_1, \ldots, \mathrm{x}_m)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_m}{2^m \prod\limits_{i=1}^{m} T_i}, \quad (6)$$

де T – період,

$$a_{\varphi_1 \ldots \varphi_i}^{k_1 \ldots k_i} = \frac{\int\limits_{-T_m}^{T_m} \ldots \int\limits_{-T_2}^{T_2} \int\limits_{-T_1}^{T_1} f(x_1, \ldots, \mathrm{x}_m) \sum\limits_{j=1}^{i-1, \forall i \neq j} \cos(\varphi_1 x_{k_1} \pm \ldots}{\int\limits_{-T_m}^{T_m} \ldots \int\limits_{-T_2}^{T_2} \int\limits_{-T_1}^{T_1} \Big(\sum\limits_{j=1}^{i-1, \forall i \neq j} \cos(\varphi_1 x_{k_1} \pm \ldots} \quad (7)$$

$$\ldots \quad \frac{\ldots \pm \varphi_{j+1} x_{k_{j+1}})\, dx_1 dx_2 \ldots dx_m}{\ldots \pm \varphi_{j+1} x_{k_{j+1}}))^2\, dx_1 dx_2 \ldots dx_m},$$

На рисунку 3 приведено результати ідентифікації функціонального взаємозв’язку між кутовою швидкістю обертань ротора асинхронного двигуна, амплітудою напруги живлення статора та моментом опору на валу ротора (рис. 2), розраховані на базі формул (6, 7) стосовно функціонального ряду (4).

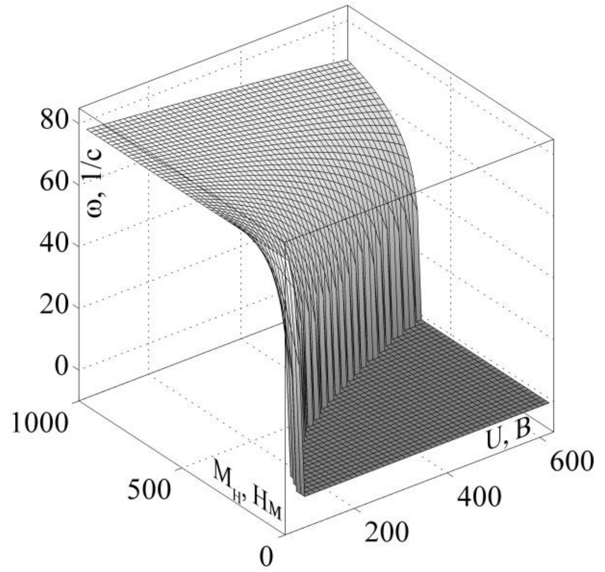

Рис. 2. Залежність кутової швидкості ротора асинхронного двигуна від амплітуди напруги статора та моменту опора на валу ротора

Якщо функціональний ряд (4) описує еквівалентну йому штучну нейронну мережу прямого поширення, то у якості вагових коефіцієнтів вихідного шару виступають невідомі коефіцієнти «а» при відповідних членах ряду, а у якості вагових коефіцієнтів вхідного шару виступають частоти гармонік «n». Цілком логічним кроком було б застосування відомих алгоритмів тренування до такої нейронної мережі з метою підвищення точності апроксимації запропонованої функціональної залежності.

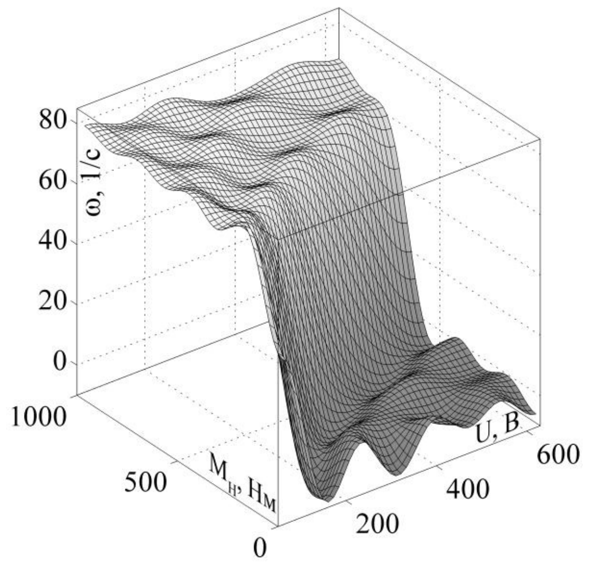

Рис. 3. Результат тригонометричної ідентифікації функціонального взаємозв’язку зображеного графічно на рисунку 1

Найпоширенішим з усіх алгоритмів тренування штучних нейронних мереж є алгоритм зворотного поширення похибки другого порядку, часто відомий як алгоритм Левенберга-Маркгварда [9, 10]. Результат застосування алгоритму Левенберга-Маркгварда до багатовимірного функціонального ряду Фур’є (4) для кількості гармонік, що дорівнює семи, представлено на рисунку 4.

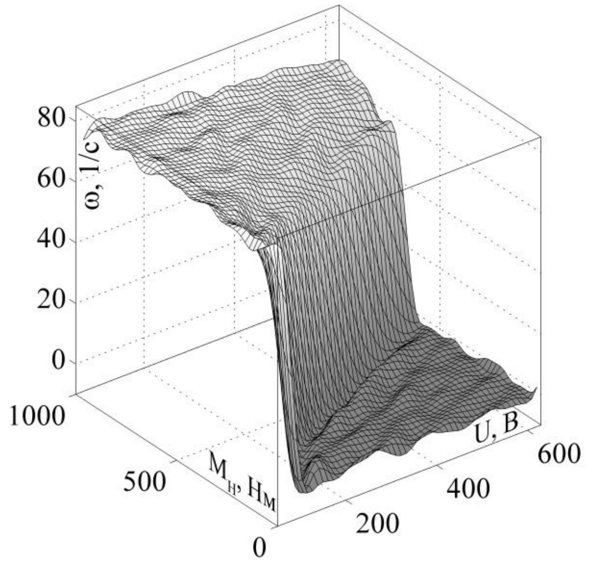

Рис. 4. Результат застосування алгоритму Левенберга-Маркгварда до коефіцієнтів багатовимірного ряду Фур’є, включаючи частоти усіх складових гармонік функціонального ряду

Висновки. Запропонований підхід оптимізації коефіцієнтів тригонометричного багатовимірного ряду Фур’є через застосування алгоритму Левенберга-Маркгварда є ефективним в задачах ідентифікації багатовимірних нелінійних об’єктів, що підтверджується отриманим результатом, а саме зменшенням максимальної відносної похибки апроксимації на 20%.

Список використаної літератури:

1. Narendra K.S. Identification and control of dynamical systems using neural networks [Text] / K.S. Narendra, K. Parthasarathy // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1990. – № 1(1). pp. 4–27.

2. Patra J. C. Identification of nonlinear dynamic systems using functional link artificial neural networks [Text] / J. C. Patra, R. N. Pal, B. N. Chatterji, G. Panda // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1999. - № 29(1). – pp. 254 – 262.
DOI: 10.1109 / 3477.752797

3. Pao Y. H. Neural-net computing and intelligent control systems [Text] / Y. H. Pao, S. M. Phillips, D. J. Sobajic // International Journal of Control. – 1992. - № 56(2). – pp. 263–289.

4. Bojanic R. An estimate on the rate of convergence for Fourier series of functions of bounded variation [Text] / Ranko Bojanic. – Beograd: Publ. Inst. Math., 1979. – № 26(40). – pp. 57 – 60.

5. Telyakovskii S. A. Convergence of multiple Fourier series for functions of bounded variation [Text] / S. A. Telyakovskii, V. N. Temlyakov. – Moscow: Steklov Mathematical Institute. Mathematical Notes. – 1997. – № 61(4). – pp. 583 – 595.

6. Levenberg K. A method for the solution of certain problems in least squares [Text] / K. Levenberg. – Quart. Appl. Math. – 1944. – № 2. – pp. 164 – 168.

7. Marquardt D. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters [Text] / D. Marquardt. – Siam: J. Appl. Math. – 1963. – № 11. – pp. 431 – 441.

8. Hagan M. T. Training feedforward networks with the Marquardt algorithm [Text] / M. T. Hagan, M. Menhaj // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1994. - № 5. – pp. 989–993.

9. Haykin S. Neural Networks. A comprehensive Foundation. Second Edition / Simon Haykin. – Ontario: Pearson Education. – 1999. – 823 p. ISBN 81-7808-300-0

10. Руденко О.Г. Штучні нейронні мережі. Навчальний посібник / О.Г. Руденко, Є.В. Бодянський. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ». – 2006. – 404 с.

Отримано 29.10.2015

References

1. Narendra K.S., Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks. (1990), IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 1(1), pp. 4–27 (In English). DOI: 10.1109/72.80202.

2. Patra J. C., Pal R. N., Chatterji B. N., Panda G. Identification of nonlinear dynamic systems using functional link artificial neural networks. (1999), IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 29(1), pp. 254 – 262 (In English). DOI: 10.1109/3477.752797

3. Pao Y. H., Phillips S. M., Sobajic D. J. Neural-net computing and intelligent control systems. (1992), International Journal of Control, Vol. 56(2), pp. 263–289 (In English).

4. Bojanic R. An estimate on the rate of convergence for Fourier series of functions of bounded variation. (1979), Beograd, Publ. Inst. Math., Vol. 26(40), pp. 57 – 60 (In English).

5. Telyakovskii S. A., Temlyakov V. N. Convergence of multiple Fourier series for functions of bounded variation. (1997), Moscow, Steklov Mathematical Institute. Mathematical Notes, Vol. 61(4), pp. 583 – 595 (In English).

6. Levenberg K. A method for the solution of certain problems in least squares. (1944), Quart, Appl. Math., Vol. 2, pp. 164 – 168 (In English).

7. Marquardt D. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. (1963), Siam, J. Appl. Math., Vol. 11, pp. 431 – 441 (In English).

8. Hagan M. T., Menhaj, M. Training feed-forward networks with the Marquardt algorithm. (1994), IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 5, pp. 989–993 (In English).

9. Haykin S. Neural Networks. A comprehensive Foundation. Second Edition. (1999), Ontario, Canada, Pearson Education, 823 p. (In English). ISBN 81-7808-300-0

10. Rudenko O.H., Bodyans'kyy Ye.V. Shtuchni neyronni merezhi. Navchal'nyy posibnyk [Artificial neural network. Tutorial]. (2006), Kharkiv, Ukraine, TOV «Kompaniya SMIT», 404 p. (In Ukrainian). ISBN 966-8530-73-X

Колларов Олександр Юрійович, канд. техн. наук, зав. каф. електричної інженерії Донецького національного технічного університету
Тел.: (050)64 65 438; (063)55 44 327
E-mail: kollarov@ukr.net; kollarov@gmail.com