

УДК 621.316.13

А. Н. Семенюг

### СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ ТРЕХФАЗНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КАБЕЛЯ С УЧЕТОМ ВЗАИМНЫХ ВЛИЯНИЙ МЕЖДУ ПРОВОДНИКАМИ

*Аннотация.* Обоснована необходимость учета взаимных влияний между проводниками трехфазного кабеля при проектировании электрических сетей. Проанализированы причины возникновения и виды связей между проводниками. На основе выполненного анализа предложена схема замещения участка трехфазного кабеля и на ее основании построена математическая модель распространения токов и напряжений при их передаче от источника к потребителю.

*Ключевые слова:* электрический кабель, качество электрической энергии, электромагнитная совместимость, взаимные влияния, линия с распределенными параметрами

О. М. Семенюг

### СХЕМА ЗАМІЩЕННЯ ТРИФАЗНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО КАБЕЛЮ ІЗ ВРАХУВАННЯМ ВЗАЄМНИХ ВПЛИВІВ МІЖ ПРОВІДНИКАМИ

*Анотація.* Обґрунтовано необхідність врахування взаємних впливів між провідниками трифазного кабелю при проектуванні електричних мереж. Проаналізовано причини виникнення та види зв'язків між провідниками. На основі виконаного аналізу запропонована схема заміщення ділянки трифазного кабелю і на її підставі побудована математична модель поширення струмів і напруг при їх передачі від джерела до споживача.

*Ключові слова:* електричний кабель, якість електричної енергії, електромагнітна сумісність, взаємні впливи, лінія з розподіленими параметрами

A. N. Semenug

### EQUIVALENT CIRCUIT OF 3-PHASE ELECTRIC CABLE WITH MUTUAL INFLUENCES BETWEEN CONDUCTORS

*Annotation.* Relevance of 3-phase electric cable together with mutual influences between conductors at designing of electric networks has been proved. The reasons of occurrence and types of communications between conductors were analyzed. On the basis of completed analysis, the equivalent circuit of 3-phase cable site was proposed and on the basis of equivalent circuit the mathematical model of current and tension distribution was composed with transferring from the source to the consumer.

*Keywords:* electric cable, quality of electric energy, electromagnetic compatibility, mutual influence, transmission line

**Введение.** В последние годы при проектировании электрических сетей и систем все большее внимание уделяется обеспечению электромагнитной совместимости между их компонентами. Это связано с повсеместным распространением электронных устройств во всех сферах промышленности, энергетики и транспорта. Повышенная сложность этих устройств, а также тот факт, что они выполняют функции контроля и управления, приводят к необходимости минимизации вредных влияний сразу с трех позиций: влияние питающей сети на устройства, взаимных влияний между компонентами устройств и влиянию этих устройств на электрическую сеть. При анализе электромагнитной совместимости необходимо рассматривать воздей-

ствие как излучаемых, так и кондуктивных помех (наводок), распространяющихся по проводникам силовых питающих кабелей. Именно силовые кабельные линии являются наиболее распространенными, особенно в системах электроснабжения крупных населенных пунктов. Преимущества кабельных линий перед воздушными очевидны:

– отпадает необходимость отведения зоны отчуждения для высоковольтных линий в условиях плотной застройки на территории населенных пунктов;

– нет необходимости сноса жилых построек в охранной зоне;

– высокая надежность кабельных линий – на них не влияют погодные факторы,

намного реже происходят механические повреждения;

– кабельные линии позволяют существенно снизить потери мощности при передаче электроэнергии (до 30% в сравнении с воздушными линиями [1]).

Согласно [2], общая протяженность кабельных сетей в современных мегаполисах может достигать нескольких сотен километров. При такой длине кабельную линию необходимо рассматривать как линию с распределенными параметрами, в которых, как известно, действующие токи и напряжения могут подвергаться существенным искажениям [3]. Применительно к силовым кабелям можно говорить об искажении симметрии трехфазной системы напряжений, подаваемой к началу кабеля. Предварительные расчеты, проведенные для кабеля с двумя проводниками, показали наличие существенных искажений симметричности системы как по

амплитуде, так и по фазе [4, 5]. Таким образом, анализ влияния трехфазного кабеля на качество электрической энергии является актуальной задачей. Для его выполнения в начале следует проанализировать причины возникновения взаимных влияний между проводниками кабеля, обосновать и построить его схему замещения, а также создать математическую модель распространения токов и напряжений в кабеле.

**Анализ взаимных влияний в силовых кабелях.** Рассмотрим трехфазный экранированный кабель как систему трех линий с распределенными параметрами, каждая из которых имеет с соседними линиями магнитную, емкостную и гальваническую связь. Кроме связей между отдельными проводниками линии, между каждым проводником и экраном (металлической броней кабеля) существует гальваническая и емкостная связь (рис. 1).

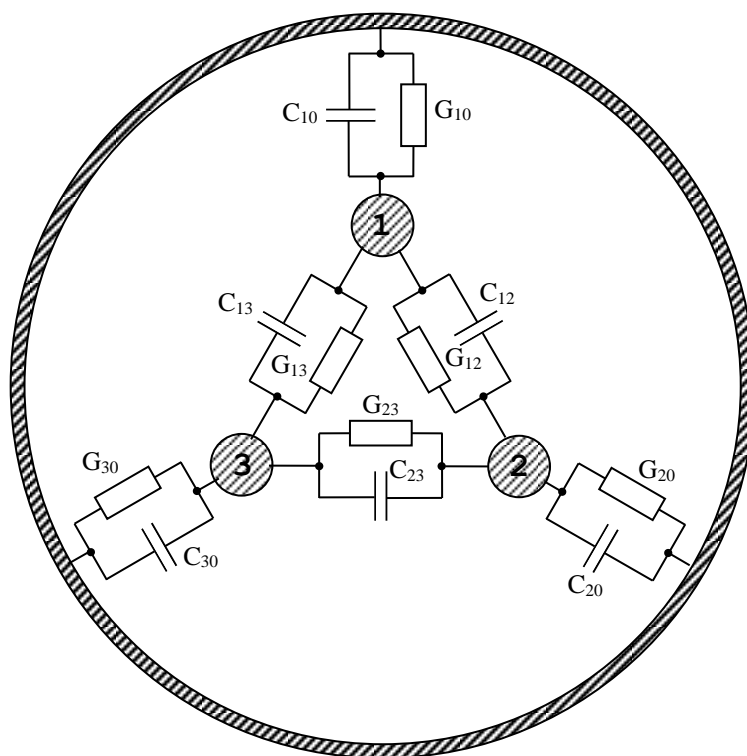


Рис. 1. Гальванические и емкостные связи в трехфазном экранированном кабеле

На рис. 1 цифрами 1, 2 и 3 показаны проводники кабеля, окруженные ферромагнитным экраном. Наличие ферромагнитного экрана обусловлено брони кабеля, которая используется для его защиты от механиче-

ских повреждений и, как правило, изготавливается из стальной ленты, навитой поверх внутренней изоляции. На рис. 1 пропорции между диаметром реального кабеля, диаметром и расположением токоведущих жил

преднамеренно искажены для удобства изображения. Существующие гальванические и емкостные связи между проводниками кабеля моделируются проводимостями  $G$  и конденсаторами  $C$ . Причиной гальванических связей является неидеальность изоляции кабеля. Не смотря на совершенство используемых материалов, любой реальный диэлектрик имеет весьма малую, но конечную проводимость. Здесь и в дальнейшем под проводимостью  $G$  понимается удельная проводимость единицы длины кабеля, которая измеряется в  $S/m$ . Удельная проводимость в теоретической электротехнике обычно обозначается как  $G_0$ . Во избежание трехзначной индексации индекс “0” будем опускать.

Наличие емкостной связи понятно – это неизбежно присутствующая емкость между проводниками кабеля, а также между каждым из проводников и экраном. Как и в случае проводимостей, здесь и в дальнейшем понимается удельная емкость единицы длины проводника, измеряемая в  $F/m$ . Кроме гальванической и емкостной связи, проводники кабеля имеют между собой магнитную связь с коэффициентами взаимной индукции  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  и  $M_{23}$ . Каждый из проводников характеризуется собственными удельными параметрами – индуктивностью  $L$  и активным сопротивлением  $R$ . Здесь также подразумеваются удельные (на единицу длины) индуктивности и сопротивления.

Проведенный анализ позволяет составить схему замещения участка трехфазного силового кабеля.

**Схема замещения участка кабеля.** Для построения математической модели электромагнитных процессов в трехфазном экранированном кабеле рассмотрим схему замещения бесконечно малого участка кабеля длиной  $dx$ , находящегося на расстоянии  $x$  от его начала (рис. 2). Параметры элементов схемы замещения называются первичными параметрами трехфазного кабеля.

Параметры элементов схемы замещения называются первичными параметрами трехфазного кабеля.

При рассмотрении кабеля как линии с распределенными параметрами следует при-

нять, что токи и напряжения в проводниках кабеля являются функциями двух переменных – временной и пространственной координаты. Пусть в начале участка напряжения между каждым из проводников кабеля и экраном (броней кабеля) были равны соответственно,  $u_1$ ,  $u_2$  и  $u_3$ . На протяжении длины участка эти напряжения менялись с постоянными для данного участка скоростями  $\frac{\partial u_1}{\partial x}$ ,

$\frac{\partial u_2}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u_3}{\partial x}$ . Тогда напряжения в конце участка длиной  $dx$  будут:  $u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} \cdot dx$ ,  $u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x} \cdot dx$ ,  $u_3 + \frac{\partial u_3}{\partial x} \cdot dx$ .

Аналогично, если токи проводников кабеля в начале участка были равны соответственно  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  и на протяжении участка изменялись со скоростями  $\frac{\partial i_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial i_2}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial i_3}{\partial x}$ , то в

конце участка они станут равными  $i_1 + \frac{\partial i_1}{\partial x} dx$ ,  $i_2 + \frac{\partial i_2}{\partial x} dx$ ,  $i_3 + \frac{\partial i_3}{\partial x} dx$  соответственно.

Показанная на рис. 2 схема замещения позволяет построить общую математическую модель распространения токов и напряжений в проводниках трехфазного экранированного кабеля.

**Математическая модель распространения токов и напряжений в кабеле.** Для построения математической модели зависимости токов и напряжений в каждом проводнике от временной и пространственной координаты воспользуемся законами Кирхгофа.

Составим уравнение второго закона Кирхгофа для контура, образованного участком  $dx$  первого проводника и экраном:

$$-\frac{\partial u_1}{\partial x} = R_1 i_1 + L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_3}{\partial t}.$$

Для остальных проводников получаем аналогично:

$$-\frac{\partial u_2}{\partial x} = R_2 i_2 + L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_3}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial u_3}{\partial x} = R_3 i_3 + L_3 \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_2}{\partial t}.$$

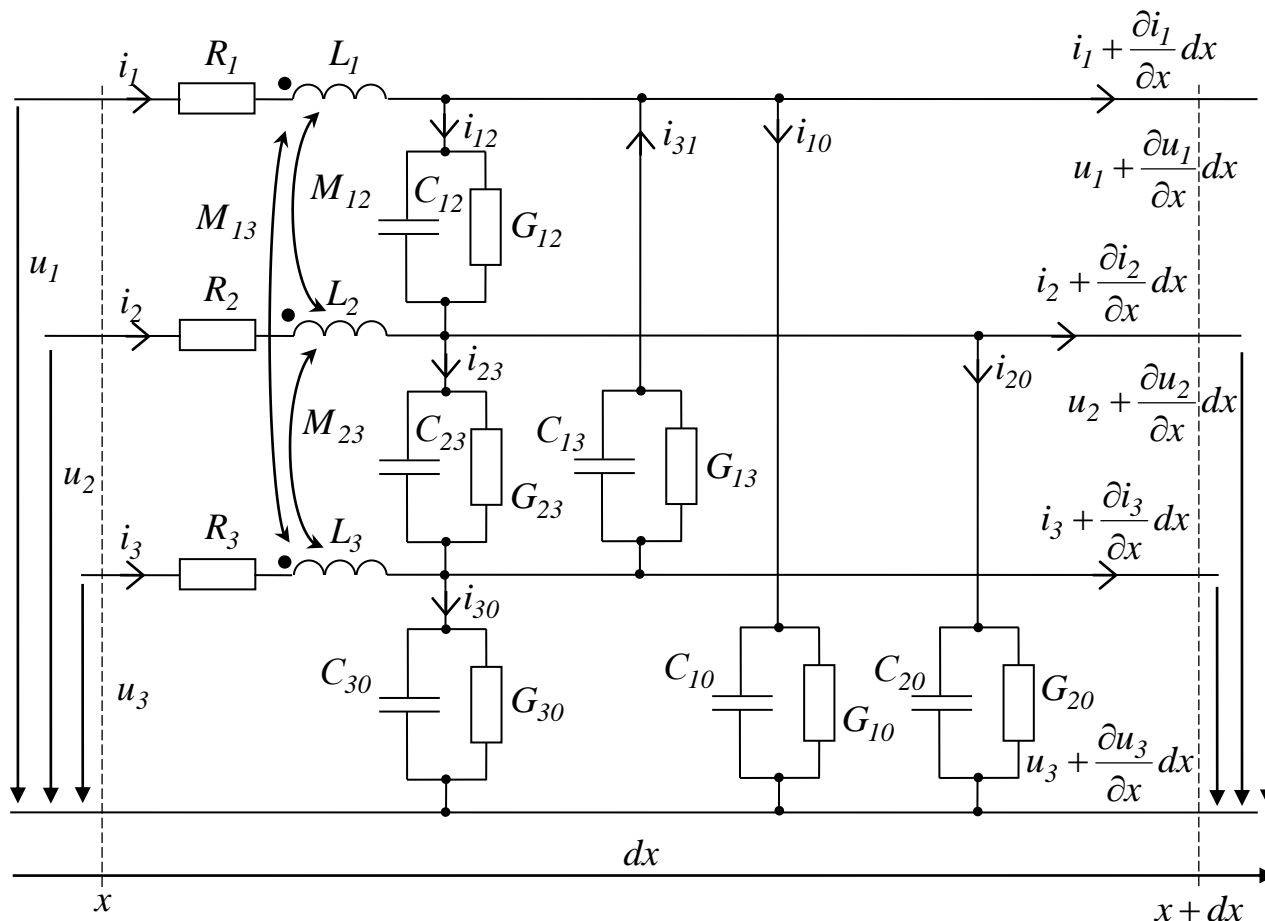


Рис. 2. Схема замещения участка кабеля

Для получения уравнений относительно токов, воспользуемся первым законом Кирхгофа для узлов в конце каждого участка линий, а именно в точке на расстоянии  $x + dx$  от начала кабеля. При этом необходимо учесть, что при рассмотрении кабеля как линии с распределенными параметрами, все токи и напряжения в нем являются не только функциями времени, но и функциями пространственной координаты. В качестве этой координаты удобно брать расстояние до данной точки кабеля от его начала. С учетом сказанного, во всех уравнениях необходимо использовать частные производные токов и напряжений.

Для первого проводника:

$$i_1 - i_{12} + i_{31} - i_{10} - i_1 - \frac{\partial i_1}{\partial x} dx = 0. \quad (1)$$

Ток утечки между первым проводником и экраном  $i_{10}$  можно получить как:

$$i_{10} = G_{10} dx \cdot \left( u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} dx \right) + C_{10} dx \cdot \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial t} dx \right).$$

В схеме замещения экран моделируется самым нижним на рис. 2 проводником.

Раскрывая скобки и пренебрегая слагаемыми второго порядка малости (слагаемыми, в которых бесконечно малая величина  $dx$  умножается сама на себя), получим:

$$i_{10} = G_{10} dx \cdot u_1 + C_{10} dx \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t}. \quad (2)$$

Ток утечки между первым и вторым проводником  $i_{12}$  можно определить, зная напряжение  $u_{12}$  между ними. Согласно второму закону Кирхгофа:

$$u_{12} = u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} dx - u_2 - \frac{\partial u_2}{\partial x} dx.$$

Тогда ток утечки между первым и вторым проводником определится как:

$$i_{12} = G_{12} dx \cdot u_{12} + C_{12} dx \cdot \frac{\partial u_{12}}{\partial t}. \quad (3)$$

Подставляя в эту формулу выражение для  $u_{12}$  и пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, получаем:

$$i_{3l} = -G_{13}dxu_1 + G_{13}dxu_3 - C_{13}dx \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} + C_{13}dx \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t}.$$

Подставив в формулу (1) это выражение, а также выражения (2) и (3), после упрощения и группировки получаем:

$$-\frac{\partial i_1}{\partial x} = (G_{10} + G_{12} + G_{13}) \cdot u_1 - G_{12} \cdot u_2 - G_{13} \cdot u_3 + \\ + (C_{10} + C_{12} + C_{13}) \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{12} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{13} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t}.$$

Аналогично, на основании подобных рассуждений, можно получить уравнения для мгновенных значений токов во втором и третьем проводниках кабеля.

Упростим эти уравнения. Для этого введем следующие обозначения для сумм проводимостей и емкостей:

$$G_{11} = G_{10} + G_{12} + G_{13}, \\ G_{22} = G_{20} + G_{12} + G_{23}, \\ G_{33} = G_{30} + G_{13} + G_{23}, \\ C_{11} = C_{10} + C_{12} + C_{13}, \\ C_{22} = C_{20} + C_{12} + C_{23}, \\ C_{33} = C_{30} + C_{13} + C_{23}.$$

С учетом этих обозначений объединим все полученные уравнения в систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u_1}{\partial x} = R_1 i_1 + L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial u_2}{\partial x} = R_2 i_2 + L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial u_3}{\partial x} = R_3 i_3 + L_3 \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_2}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_1}{\partial x} = G_{11} \cdot u_1 - G_{12} \cdot u_2 - G_{13} \cdot u_3 + C_{11} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} - \\ \quad - C_{12} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{13} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_2}{\partial x} = -G_{12} \cdot u_1 + G_{22} \cdot u_2 - G_{23} \cdot u_3 - C_{12} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \\ \quad + C_{22} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{23} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \\ -\frac{\partial i_3}{\partial x} = -G_{13} \cdot u_1 - G_{23} \cdot u_2 + G_{33} \cdot u_3 - C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial t} - \\ \quad - C_{23} \frac{\partial u_2}{\partial t} + C_{33} \cdot \frac{\partial u_3}{\partial t} \end{array} \right.$$

Эта система является математической моделью зависимости токов и напряжений в проводниках кабеля от временной и пространственной координат. Знак «минус»,

стоящий перед производными по расстоянию, говорит о том, что токи и напряжения в кабеле затухают при распространении токов и напряжений по длине кабеля. Этот факт хорошо согласуется, во-первых, с физическим пониманием процессов, происходящих в кабеле, а, во-вторых, с классической теорией линий с распределенными параметрами.

**Выводы.** В настоящей статье выполнен первый шаг к определению влияния взаимных связей между проводниками трехфазного кабеля на качество электрической энергии. Для этого составлена схема замещения участка кабеля и исходя из законов Кирхгофа получена математическая модель распространения токов и напряжений в кабеле. Она представляет собой систему шести уравнений в частных производных. Неизвестными в этой системе являются три тока и три напряжения в каждом из проводников кабеля. В свою очередь каждый из этих токов и напряжений является функцией двух переменных – времени  $t$  и расстояния  $x$ , отсчитываемого от начала кабеля.

Однако для частных случаев, например, в случае синусоидально изменяющихся во времени токов и напряжений, решение этой системы возможно. Именно этот частный случай и представляет наибольший практический интерес, так как в системах электрооборудования основным рабочим режимом является установившийся режим синусоидального тока. Для того, чтобы рассчитать токи и напряжения в кабеле и на основании этих расчетов выяснить влияние взаимных связей показатели качества, необходимо рассчитать установившийся режим в кабеле. Получение математической модели распространения синусоидальных токов и напряжений в кабеле будет являться предметом дальнейших исследований.

Кроме установившегося режима, при котором действуют значения токов и напряжений в каждой точке кабеля остаются постоянными, важным представляется исследование переходных процессов. Переходные процессы могут возникать как во время переключений в электрических сетях, так и при возникновении аварийных режимов. При этом интересным представляется

выяснить, как возникший аварийный режим в одном из проводников кабеля влияет на токи и напряжения в соседних, связанных с ним проводниках.

Для расчета переходных режимов в кабеле требуется решение уравнений математической модели. Однако, с учетом практической невозможности получения аналитического решения, рассчитывать переходные режимы следует косвенными методами, базирующимися на расчете установившихся. Из уравнений установившегося режима возможно получение частотных и фазовых характеристик кабеля. С учетом этого, зная связи между частотными и временными характеристиками, возможен расчет переходного процесса численными методами.

#### Список использованной литературы:

1. Wong, K. Prioritization of underground transmission cable renewal projects in power electric utility companies [Text] / K. Wong // IEEE 27th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. – Toronto, 2014. – P. 1 – 5.

2. Zuo-chun, Z. Fault reason analysis of 10kV cable lines of city power grid with OWTS state detection [Text] / Zhou Zuo-chun, Zhang Yanyan, Li Huachun /// China International Conference on Electricity Distribution (CICED). – Shanghai, 2012. – P. 1 – 8

3. Ibbotson, L. The Fundamentals of Signal Transmission In Line, waveguide, fibre and free Space). – Burlington: Elsevier, 1999. –150 p.

4. Маевский, Д. А. Установившиеся режимы в связанных двухпроводных линиях передачи [Текст] / Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, Г. Н. Кучеренко /// Электротехнические и компьютерные системы. – № 14 (90). – К. : Техніка, 2014. – С. 61 – 66.

5. Маевский, Д. А. Влияние взаимных связей между проводниками кабеля на режим работы электрических сетей [Текст] / Д. А. Маевский, А. Н. Семенюг, Г. Н. Кучеренко /// Электротехнические и компьютерные системы. – № 19 (95). – К. : Техніка, 2015. – С. 142 – 145.

#### References

1. Wong, K. Prioritization of underground transmission cable renewal projects in power electric utility companies / K. Wong // IEEE 27th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. – Toronto, 2014. – P. 1 – 5.

2. Zuo-chun, Z. Fault reason analysis of 10kV cable lines of city power grid with OWTS state detection / Zhou Zuo-chun, Zhang Yanyan, Li Huachun // China International Conference on Electricity Distribution (CICED). – Shanghai, 2012. – P. 1 – 8

3. Ibbotson, L. The Fundamentals of Signal Transmission In Line, waveguide, fibre and free Space). – Burlington: Elsevier, 1999. –150 p.

4. Maevskiy D. A., Semenyug A. N., Kucherenko G. N. Ustanovivshiesya rezhimi v svyazannyih dvuhprovodnyih liniyah peredachi [The steady-state modes in the coupled two-wire transmission lines] : – *Elektrotehnicheskie i kompyuternye sistemyi*. – № 14 (90). – Kiev. : *Tehnika*, 2014. – P. 61 – 66 (In Russian)

5. Maevskiy D. A., Semenyug A. N., Kucherenko G. N. Vliyanie vzaimnyih svyazey mezhdu provodnikami kabelya na rezhim raboty elektricheskikh setey [Influence of coupling between the cables conductors on the operation mode of electric networks] *Elektrotehnicheskie i kompyuternye sistemyi*. – № 19 (95). –Kiev. : *Tehnika*, 2015. – P. 142 – 145 (In Russian)



Семенюг  
Александр Николаевич,  
зам. ген. директора по  
науке ООО  
«С-инжиниринг».  
Одесса, ул. Н. Боровского,  
28, корп. 47  
тел. (048) 730-57-31.  
Aleksander.semenyug@se.ua

Получено 25.02.2016