

УДК 519.718.2

**Стефанович Т. О.**, канд. техн. наук,  
**Щербовських С. В.**, д-р техн. наук

### МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ НЕСИМЕТРИЧНИМ НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ ЗА СХЕМОЮ 2-ІЗ-3

***Анотація:** Запропоновано математичну модель надійності електротехнічної системи із несиметричним навантажувальним резервуванням за схемою 2-із-3. Модель призначена для аналізу причин непрацездатності такої системи. Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов, а імовірнісні характеристики обчислено на основі розщепленої однорідної марковської моделі. Основна перевага запропонованої моделі полягає в адекватному врахуванні впливу несиметричних умов відмови та перерозподілу навантаження між елементами на імовірнісні характеристики причин непрацездатності системи.*

***Ключові слова:** модель надійності, перерозподіл навантаження, резервування за схемою 2-із-3, дерево відмов, марковська модель, причина непрацездатності.*

**Стефанович Т. А.**, канд. техн. наук,  
**Щербовских С. В.**, д-р техн. наук

### МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРИЧИН НЕРАБОТОСПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ С НЕСИММЕТРИЧЕСКИМ НАГРУЗОЧНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ ПО СХЕМЕ 2-ИЗ-3

***Аннотация.** Предложена математическая модель надежности электротехнической системы с несимметрическим нагрузочным резервированием по схеме 2-из-3. Модель предназначена для анализа причин неработоспособности такой системы. Надежность системы формализована динамическим деревом отказов, а вероятностные характеристики вычислены на основе расщепленной однородной марковской модели. Основное преимущество предлагаемой модели заключается в адекватном учете влияния несимметрических условий отказа и перераспределения нагрузки между элементами на вероятностные характеристики причин неработоспособности системы.*

***Ключевые слова:** модель надежности, перераспределение нагрузки, резервирование по схеме 2-из-3, дерево отказов, марковская модель, причина неработоспособности.*

**Stefanovych T.**, PhD,  
**Shcherbovskykh S.**, DrSc

### RELIABILITY MODEL FOR FAILURE CAUSE ANALYSIS OF SYSTEM WITH NON-SYMMETRICAL LOADED 2-OUT-OF-3 REDUNDANCY

***Abstract:** Mathematical reliability model of the electrical system with non-symmetric loaded 2-out-of-3 redundancy is suggested. The model is designed for failure cause analysis of the system. Reliability of the system is formalized by dynamic fault tree, and probability characteristics calculated based on the split homogeneous Markov model. The main advantage of the proposed model is adequate consideration of the impact of non-symmetric conditions of the system failure and load-sharing between components on failure cause probability characteristics of the system.*

***Keywords:** reliability model, load-sharing, 2-out-of-3 redundancy, fault tree, Markov model, failure cause.*

**Постановка проблеми.** Однією із складових систем транспортних засобів є система електричного живлення. Така система забезпечує електричною енергією приводні механізми та оснащення транспортного засобу. Для підвищення надійності системи застосовують навантажувальне резервування за схемою 2-із-3. За такого резервування система розбивається на три підсистеми, дві із яких повинні зберігати працездатність для забезпечення працездатності усієї системи.

Якщо одна із підсистем відмовляє, то її навантаження розподіляється між іншими двома підсистемами, що призводить до зростання їх навантаження вище номінального. Здатність елементів системи тимчасово витримувати навантаження понад номінальне, тим самим забезпечуючи функціонування усієї системи, називають навантажувальним резервуванням. Якщо підсистеми складаються із неоднотипних елементів, то умова непрацездатності за схемою 2-із-3, а також пе-

перозподіл навантаження стає несиметричним. У результаті постає проблема формування моделі надійності, яка адекватно враховуватиме вплив такої несиметричності на ймовірнісні характеристики надійності, а саме на причини непрацездатності.

**Аналіз останніх досліджень.** Для побудови моделей надійності електротехнічних систем виділяємо такі підходи. У [1, 2] застосовують дерева відмов, які базуються на логіко-ймовірнісному методі. Недолік такого підходу полягає у тому, що він не забезпечує адекватне врахування явищ, пов'язаних зі зміною навантаження, а також не розрізняє катастрофічні і некатастрофічні відмови елементів. У [3, 4] використовують моделі, які ґрунтуються на методі Монте-Карло. Недоліком цього підходу є те, що одержані результати спотворені флуктуаціями, амплітуда яких для робочого діапазону параметрів співмірна із значеннями досліджуваних характеристик. У [5, 6] використовують марковські моделі, які базуються на аналізі простору станів. Недоліком таких моделей є обмеження експоненціальним розподілом і висока трудомісткість їх побудови. У даній публікації використано підхід, який ґрунтується на поєднанні динамічних дерев відмов та марковських моделей. Для послаблення обмеження експоненціальним розподілом застосовано розщеплення простору станів [7–10], яке забезпечило врахування довільних розподілів і «запам'ятовування» передісторії напрацювання елементів за навантаженням.

**Завдання дослідження:**

- математично описати надійність системи на основі динамічного дерева відмов;
- побудувати модель станів та подій, а також розщеплену однорідну марковську модель системи;
- визначити ймовірнісні характеристики причин непрацездатності системи.

**Опис системи та її динамічне дерево відмов.** Електротехнічна система складена із генератора змінної напруги  $G$ , напівпровідникового перетворювача  $VD$  та двох акумуляторів  $GB1$  та  $GB2$  (рис. 1). Затискачі генератора  $G$  підключено до входних затискачів перетворювача  $VD$ . Вихідні затискачі перетворювача  $VD$ , а також акумуляторів  $GB1$  і  $GB2$ , підключені паралельно до спільної ши-

ни. Зовнішній рушій, який приводить у рух вал генератора  $G$  та електричні споживачі, які підключено до спільної шини, під час побудови моделі не розглядаємо, оскільки це є окремою задачею.

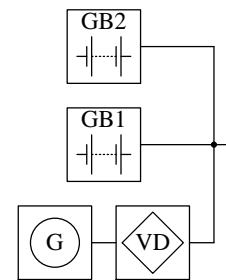


Рис. 1 — Функціональна схема системи

Функція системи полягає у забезпеченні на спільній шині заданого діапазону напруги. Якщо потужності зовнішнього рушія достатньо, то споживачі одержують живлення від генератора  $G$  через перетворювач  $VD$ . В іншому випадку акумулятори  $GB1$  і  $GB2$  забезпечують живлення споживача. Вважаємо, що навантаження між акумуляторами розподіляється порівну, а усі елементи системи функціонують у номінальному режимі. У випадку непрацездатності одного із акумуляторів, інший тимчасово функціонує у перевантаженому режимі за рахунок більших струмів розряджання-заряджання. Фактично, у системі реалізовано резервування за схемою 2-із-3. Її особливість полягає у несиметричності резервування і зміни навантаження. Зокрема, одних лише акумуляторів не достатньо для функціонування системи, а відмова одного із них не впливає на навантаження генератора та перетворювача.

Формалізуємо надійність системи динамічним деревом відмов, яке подано на рис. 2а, а відповідна йому структурна схема надійності — на рис. 2б. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження між її елементами на основі блоків, які позначають логічні операції та операції відношення. Непрацездатність системи позначено блоком «Вершина подій». Вважаємо, що така подія є катастрофічною, тобто поки вона не відбулась, ремонтування елементів системи можна виконати стільки разів, скільки у цьому виникає потреба, а якщо вона наступила, то подальше ремонтування не розглядаємо.

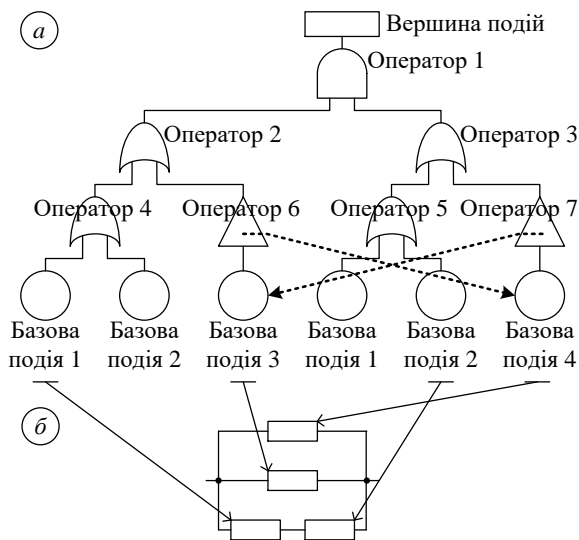


Рис. 2 — Динамічне дерево відмов (а) та структурна схема надійності (б) системи

Відновлений елемент за експлуатаційними характеристиками вважаємо аналогічним новому, а інші елементи системи такими, що мають попереднє напрацювання. Непрацездатність системи настає, якщо відбулось дві події, що описує блок «Оператор 1», тип якого задано логічною операцією І. Зауважимо, що ці події сумісні, і, якщо настала одна із них, то це спрощує настання іншої. Перша подія настає внаслідок відмови генераторного ланцюга або першого акумулятора GB1, що описує блок «Оператор 2», тип якого задано логічною операцією АБО, а друга — внаслідок відмови генераторного ланцюга або другого акумулятора GB2, що описує блок «Оператор 3», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність генераторного ланцюга настає внаслідок відмови генератора G або перетворювача VD, що описують блоки «Оператор 4» та «Оператор 5», тип яких задано логічною операцією АБО. Непрацездатність генератора описує блок «Базова подія 1», перетворювача VD — «Базова подія 2», акумулятора GB1 — «Базова подія 3» і акумулятора GB2 — «Базова подія 4». Напрацювання до відмови усіх елементів розподілено за законом Вейбулла із параметрами  $\alpha_i$  та  $\beta_i$ , а тривалість ремонтування — експоненціально із параметром  $\mu$ .

У системі відбувається два динамічні процеси перерозподілу навантаження акумуляторів GB1 та GB2 залежно від їх станів. Для опису цих процесів введемо у структуру динамічного дерева відмов блоки «Оператор

6» та «Оператор 7», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо на вхід блоку «Оператор 6» подано логічний сигнал ІСТИННО, тобто акумулятор GB1 непрацездатний, то інтенсивність напрацювання акумулятора GB2, заданого блоком «Базова подія 4», зростає в  $k_2$  разів. Відповідно, якщо на вхід блоку «Оператор 7» подано логічний сигнал ІСТИННО, тобто акумулятор GB2 непрацездатний, то інтенсивність напрацювання акумулятора GB1, заданого блоком «Базова подія 3», зростає в  $k_1$  разів.

**Модель станів та подій.** На основі поданого вище динамічного дерева відмов системи згідно із формалізованими правилами [10] складено модель станів та подій. Така модель математично описує стани, в яких перебуває система, та подій, які у ній відбуваються, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф такої моделі подано на рис. 3, а її параметри у табл. 1. У даній моделі процес напрацювання для генератора G позначено як  $P_1$ , а для перетворювача VD —  $P_2$ . Для акумуляторів GB1 і GB2 процеси напрацювання позначено як  $P_3$  і  $P_4$ , а ремонтування —  $P_5$  та  $P_6$ . Відмова генератора або перетворювача призводить до катастрофічної відмови, тому їх ремонтування не задано. На рис. 3 працездатні стани системи позначено колом, зафарбованим у біле, а непрацездатні — колом, зафарбованим у сіре.

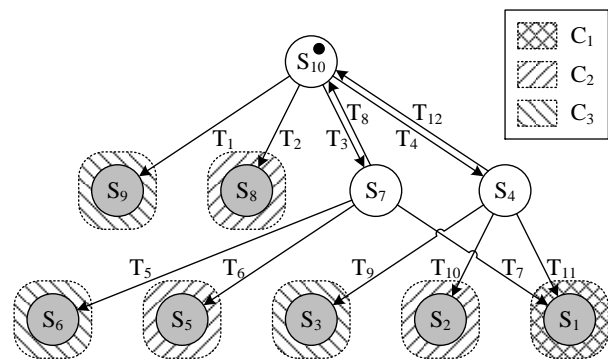


Рис. 3 — Граф станів та переходів системи

Система перебуває у 10 станах, із яких 3 відповідають працездатності —  $S_4, S_7, S_{10}$ . Непрацездатні стани системи згруповано у три множини  $C_1$ – $C_3$ , кожна із яких відповідає причині непрацездатності системи. Причині  $C_1$ , яка полягає у непрацездатності обох акумуляторів, відповідає стан  $S_1$ ; причині  $C_2$ , яка полягає у непрацездатності перетворюю-

вача, —  $S_2, S_5$  та  $S_8$ ; причині  $C_3$ , яка полягає у непрацездатності генератора, —  $S_3, S_6$  та  $S_9$ . У системі відбувається 12 подій, із яких 7 спричиняють катастрофічну відмову —  $T_1, T_2, T_5-T_7$  та  $T_9-T_{11}$ . Параметрами станів є

значення коефіцієнтів масштабування для процесів  $P_1-P_6$  та логічна функція  $y$ . Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився, і назва кінцевого стану.

Таблиця 1 — Параметри моделі станів та подій системи

| Поч. стан | Графічний опис стану | Опис станів    |       |           |           | y | Підматриця $A_{S_i}$ марковської моделі  | Опис подій  |                |            |
|-----------|----------------------|----------------|-------|-----------|-----------|---|--|-------------|----------------|------------|
|           |                      | Коеф. масштаб. |       |           |           |   |  | Назва події | Заверш. процес | Кін. стан. |
|           |                      | $P_1$          | $P_2$ | $P_3/P_5$ | $P_4/P_6$ |   |  |             |                |            |
| $S_{10}$  |                      | 1              | 1     | 1/0       | 1/0       | 1 | $A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6$     | $T_1$       | $P_1$          | $S_9$      |
| $S_9$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_8$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_7$     |                      | 1              | 1     | 0/1       | $k_2/0$   | 1 | $A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes A_5 \otimes E_6 +$<br>$+ k_2 E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6$ | $T_5$       | $P_1$          | $S_6$      |
| $S_6$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_5$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_4$     |                      | 1              | 1     | $k_1/0$   | 0/1       | 1 | $A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ k_1 E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 +$<br>$+ E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6$ | $T_9$       | $P_1$          | $S_3$      |
| $S_3$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_2$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |
| $S_1$     |                      | 0              | 0     | 0/0       | 0/0       | 0 | —  | —           | —              | —          |

**Марковська модель.** Грунтуючись на моделі станів та подій системи, згідно із формалізованими правилами [10] формуємо розщеплену однорідну марковську модель. Така модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами  $A$ , початкові ймовірності фаз  $p(0)$ , а також зв'язок  $C$  функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності. Марковську модель подають рівняннями Колмогорова — Чепмена:

$$\frac{d}{dt} p(t) = A p(t),$$

$$y(t) = C p(t).$$

де  $t$  — час;  $p(t)$  — вектор, що містить функції ймовірності фаз;  $y(t)$  — вектор, який містить функції ймовірності причин непрацездатності.

Для досліджуваної системи марковська модель подана у виразі (1). Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі допоміжних марковських моделей процесів її елементів. Параметри марковських моделей процесів визначено згідно із критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу і його допоміжної марковської моделі. Вважаємо, що для процесу  $P_1\{\alpha_1, \beta_1\}$  параметри його допоміжної марковської моделі становлять



ності системи внаслідок причини  $C_3$ , за якої відмовив генератор  $G$ .

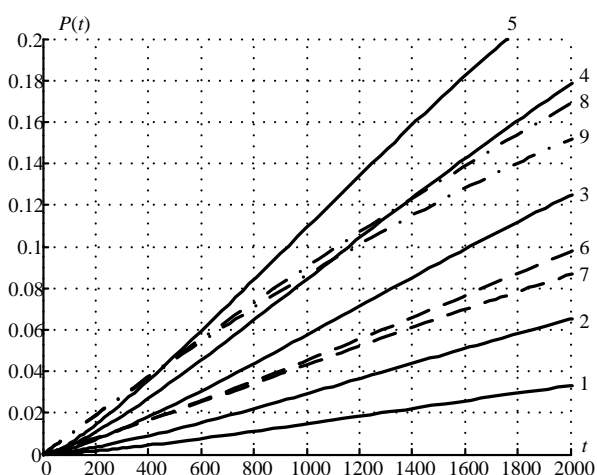


Рис. 4. Криві ймовірнісних характеристик причин непрацездатності системи

Криві 1, 6 та 8 відповідають значенню  $k = 1$ ; крива 2 —  $k = 2$ ; крива 3 —  $k = 4$ ; крива 4 —  $k = 6$ ; а криві 5, 7 та 9 —  $k = 8$ . Як видно із рис. 4 із збільшенням коефіцієнтів навантаження  $k_1$  і  $k_2$  у заданих межах ймовірнісні характеристики непрацездатності системи внаслідок причин  $C_2$  і  $C_3$  незначно спадають у діапазонах, обмежених кривими 6 і 7 та кривими 8 і 9. Ймовірнісні характеристики непрацездатності системи внаслідок причини  $C_1$  зростають у діапазоні, обмеженому кривими 1 і 5. Залежно від значення коефіцієнтів навантаження відносний внесок причин змінюється, зокрема, причина  $C_1$  для  $k = 1$  третя за внеском, а для  $k = 8$  — стає першою.

**Висновки.** Розроблено математичну модель надійності електротехнічної системи із навантажувальним резервуванням за схемою 2-із-3. Одержана модель призначена для кількісного аналізу причин непрацездатності такої системи. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, в якому задано логічні умови перерозподілу навантаження акумуляторів залежно від їх стану. Ймовірнісні характеристики системи визначено за марковською моделлю, в якій на основі тензорних виразів розщеплення простору станів, враховано вплив перерозподілу навантаження між елементами системи, тривалість напруження до відмови яких розподілено за законом Вейбулла. За допомогою моделі проаналізовано, як впливає зміна коефіцієнта навантаження акумулято-

рів на причини непрацездатності системи. Кількісно показано, що зі збільшенням коефіцієнта навантаження непрацездатність системи внаслідок відмови обох акумуляторів із другорядної причини стає основною.

Подальші дослідження скеровані на розроблення моделей надійності електротехнічної системи із навантажувальним резервуванням за схемою 2-із-3, в якій враховано зовнішній шум та споживачі енергії.

### Список використаної літератури:

1. Vega M. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets / M. Vega, H. G. Sarmiento // *Industry Applications, IEEE Transactions on.* — 2008. — Vol. 44, No. 6. — P. 1851–1858.
2. Wei-Chang Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks / Wei-Chang Yeh // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2006. — Vol. 91, No 1. — P. 36–43.
3. Khanh Nguyen T. P. Method for evaluating an extended Fault Tree to analyse the dependability of complex systems: Application to a Satellite-based railway system / T. P. Khanh Nguyen, Julie Beugina, Juliette Marais // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2015. — Vol. 133. — P. 300–313.
4. Zhu P. A stochastic approach for the analysis of dynamic fault trees with spare gates under probabilistic common cause failures / P. Zhu, J. Han, L. Liu, F. Lombardi // *Reliability, IEEE Transactions on.* — Vol. 64, No 3. — P. 878–892.
5. Manno G. Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism / G. Manno, F. Chiacchio, L. Compagno, D. D'Urso, N. Trapani // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2014. — Vol. 121, No 1. — P. 250–262.
6. Codetta-Raiteri D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power / D. Codetta-Raiteri // *Reliability Engineering & System Safety.* — 2011. — Vol. 96, No. 5. — P. 534–544.
7. Shcherbovskykh S. Failure intensity determination for system with standby doubling / S. Shcherbovskykh, O. Lozynsky, Ya. Maru-

shchak // *Przegląd Elektrotechniczny*. — 2011. — Vol. 87, No 5. — P. 160–162.

8. Mandziy B. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component / B. Mandziy, O. Lozynsky, S. Shcherbovskykh // *Przegląd Elektrotechniczny*. — 2013. — Vol. 89, № 11. — P. 244–247.

9. Stefanovych T. The reliability model for failure cause analysis of pressure vessel protective fittings with taking into account load-sharing effect between valves / T. Stefanovych, S. Shcherbovskykh, P. Drożdziel // *Diagnostyka*. — 2015. — Vol. 16, No 4. — P. 17–24.

10. Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія / С. В. Щербовських. — Львів: Видво Львівської політехніки, 2012. — 296 с.

Одержано 08.04.2016

#### References

1. Vega M., Sarmiento H. G. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets, *Industry Applications, IEEE Trans. on.*, (2008), vol. 44, no 6, pp. 1851–1858.

2. Wei-Chang Yeh. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks, *Reliability Engineering & System Safety*, (2006), vol. 91, no 1, pp. 36–43.

3. Khanh Nguyen T. P., Julie Beugina, Juliette Marais. Method for evaluating an extended Fault Tree to analyse the dependability of complex systems: Application to a Satellite-based railway system, *Reliability Engineering & System Safety*, (2015), vol. 133, pp. 300–313.

4. Zhu P., Han J., Liu L., Lombardi F. A stochastic approach for the analysis of dynamic fault trees with spare gates under probabilistic common cause failures, *Reliability, IEEE Transactions on*, (2015), vol. 64, no 3, pp. 878–892.

5. Manno G., Chiacchio F., Compagno L., D'Urso D., Trapani N. Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and resolution by the use of RAATSS, a Matlab® toolbox based on the ATS formalism, *Reliability Eng. & System Safety*, (2014), vol. 121, no 1, pp. 250–262.

6. Codetta-Raiteri D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power, *Reliability Eng. & System Safety*, (2011), vol. 96, no 5, pp. 534–544.

7. Shcherbovskykh S., Lozynsky O., Marushchak Ya. Failure intensity determination for system with standby doubling, *Przegląd Elektrotechniczny*, (2011), vol. 87, no 5, pp. 160–162.

8. Mandziy B., Lozynsky O., Shcherbovskykh S. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component, *Przegląd Elektrotechniczny*, (2013), vol. 89, no 11, pp. 244–247.

9. Stefanovych T., Shcherbovskykh S., Drożdziel P. The reliability model for failure cause analysis of pressure vessel protective fittings with taking into account load-sharing effect between valves, *Diagnostyka*, (2015), vol. 16, no 4, pp. 17–24.

10. Shcherbovskykh S. Matematychni modeli ta metody dlia vyznachennia kharakterystyk nadiinosti bahatoterminalnykh system iz urakhuvanniam pererozpodilu navantazhennia [Mathematical models and methods for reliability characteristic determination of k-terminal systems with load-sharing taking into account], *Lviv Polytechnic Press*, (2012), 296 (in Ukrainian).



Стефанович Тетяна Олександрівна, канд. техн. наук., доцент, доцент кафедри проектування та експлуатації машин Національного університету «Львівська політехніка», stefanovych@lp.edu.ua



Щербовських Сергій Володимирович, д-р. техн. наук., старший науковий співробітник, доцент кафедри теоретичної радіотехніки та радіовимірювань Національного університету «Львівська політехніка», (+38 096) 276 55 80, shcherbov@gmail.com