

ПОБУДОВА РЕГУЛЯТОРІВ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Я. Ю. Марущак¹, Б. Л. Копчак²

¹Жешівська політехніка

²Національний університет «Львівська політехніка»

Анотація. Запропоновано реалізувати інтегральну і диференціальну ланки ПІ^λД^μ - регулятора дробового порядку, на основі застосування перетворення Оусталоупа, яке забезпечує значно вищу швидкість і простоту обчислювальної процедури порівняно з моделями побудованими на основі представлень Рімана, Рімана-Ліувілля і Грюнвальда-Летнікова. Комп'ютерні дослідження алгоритму і програми реалізації диференціальної і інтегрованої ланок дробового порядку показали ефективність запропонованого підходу до реалізації регуляторів дробового порядку, які можуть працювати в режимі реального часу в складі високодинамічних ЕМС.

Ключові слова: електромеханічна система, ПІ^λД^μ-регулятор дробового порядку, перетворення Оусталоупа, реалізація.

Вступ

Побудова електромеханічних систем (ЕМС) за використання регуляторів дробового порядку суттєво розширює можливості порівняно з класичними регуляторами. В [1-3] показано переваги ЕМС за використання дробового ПІ^λД^μ-регулятора, у якого І- та Д- дробові складові дають ширші рамки налаштувань. Природно, що, крім значень пропорційної, диференціальної та інтегральної складових, K_n , T_d і T_i у дробовому регуляторі є ще два параметри: степінь s в інтеграторі та диференціаторі - λ і μ , відповідно.

З метою пошуку раціонального варіанту моделей, для реалізації регуляторів дробового порядку, було проведено дослідження їх динамічних властивостей за використання представлень: Рімана, Рімана-Ліувілля і Грюнвальда-Летнікова.

Аналіз досліджень

Для розрахунку перехідних функцій для інтегрованої регулятора дробового порядку в представленні Рімана

$${}_a D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau + C(t), \quad (1)$$

і диференціального регулятора дробового порядку в представленні Рімана-Ліувілля

$${}_a D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}, \quad (2)$$

були розроблені [4] відповідні програми. На основі аналізу отриманих результатів виявились наступні проблеми:

– права межа інтегрування для виразів (1) і (2) дає ділення на нуль;

– розрахунок кожної наступної точки перехідного процесу інтегральної дробової ланки вимагає наявності всіх попередніх значень підінтегральної функції (вхідного сигналу процесу) починаючи з нуля, а тому кожна наступна точка вимагає більшого об'єму обчислень. Для розрахунку поточного значення функції необхідно пам'ятати значення функції у всі попередні моменти часу. Тим самим, зростає завантаження процесора, а значить значно ускладнюється робота таких регуляторів у складі ЕМС, де мають місце швидкоплинні процеси.

У літературних джерелах, присвячених реалізації регуляторів дробового порядку, є посилання до моделі інтегро-диференціального регулятора дробового порядку з ПФ $s^{\pm\alpha}$ у представленні Грюнвальда-Летнікова [4]:

$${}_a D_t^{\alpha} f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\left[\frac{t-a}{h}\right]} (-1)^j \frac{\Gamma(\alpha+1) f(t-jh)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)}.$$

Перевагами такого представлення є:

– формула проста у використанні, тому що записана на основі скінченної суми, а не інтегралу;

– модель за представлення інтегровано-диференціовальних регуляторів формулою Грюнвальда-Летнікова забезпечує вищу, порівняно з наведеними вище моделями, швидкість обчислень;

– для представлення інтегровального чи диференціовального регулятора дробового порядку використовується одна і та ж формула, змінюється лише знак дробового порядку («+» для диференціатора, «-» для інтегратора).

Основним недоліком цієї моделі є те, що розрахунок перехідного процесу інтегровального чи диференціовального регулятора дробового порядку ускладнюється наявністю у формулі гама-функцій. Намагання збільшення точності розрахунку згідно такої моделі збільшує час розрахунку перехідного процесу.

Частково удалося усунути такі недоліки в роботах [5-6], де дробові регулятори використовуються в системах автоматизації клімату в приміщеннях та заряду суперконденсаторів.

Вирішення проблеми

Якщо розглядати ЕМС з дробовими регуляторами, які формують керуючі впливи для різноманітних електричних машин, то основною проблемою, яку необхідно вирішити, є робота таких регуляторів в режимі реального часу, коли динамічні процеси характеризуються високою швидкодією.

Враховуючи те, що реалізація регуляторів цілого порядку добре розроблена як в аналоговому, так і в цифровому виконанні, то проблему технічної реалізації синтезованих регуляторів дробового порядку в таких системах можна вирішити, якщо здійснити еквівалентну заміну (апроксимацію) їх передавальних функцій (ПФ) на ПФ цілого порядку. Еквівалентність передбачає забезпечення однакових перехідних функцій і частотних характеристик у відповідному частотному діапазоні для обох представлень ПФ. Таку апроксимацію можна здійснити, використовуючи відомі формули перетворення Оусталоупа (Oustaloup A.) [7]. Згідно з цим методом, задаючись нижнім і верхнім рівнем діапазону частоти ω_l, ω_h , для яких забезпечується еквівалентність частотних характеристик обох представлень дробових регуляторів, можна записати наступний вираз апроксимації інтегровальної і диференціовальної ланок дробового порядку α .

$$s^{\pm\alpha} = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^\alpha \prod_{k=-N}^{k=N} \frac{1 + s/\omega'_k}{1 + s/\omega_k}, \quad (3)$$

де $\omega_u = \sqrt{\omega_l \omega_h}$,

N – порядок апроксимації, яким слід задатися,

ω'_k, ω_k – нулі та полюси еквівалентної ПФ цілого порядку, відповідно.

Розрахунок нулів та полюсів апроксимуючої ПФ цілого порядку проводяться згідно наступних виразів:

$$\omega'_k = \omega_l \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{(k+N+0,5-0,5\cdot\alpha)/(2N+1)}, \quad (4)$$

$$\omega_k = \omega_l \left(\frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{(k+N+0,5+0,5\cdot\alpha)/(2N+1)}. \quad (5)$$

Позначимо $k_n = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^\alpha$ – коефіцієнт підсилення апроксимуючої ПФ.

У загальному випадку порядок системи становить $n = (2N+1)$. Ідея полягає в тому, що для заміни ПФ дробового порядку на ПФ цілого порядку спочатку розраховуються коефіцієнт підсилення, нулі й полюси очікуваної ПФ. На наступному етапі, використовуючи знайдені нулі та полюси, записується ПФ у вигляді

$$W(s) = k_n \frac{(s - \omega'_1)(s - \omega'_2) \dots (s - \omega'_{2N+1})}{(s - \omega_1)(s - \omega_2) \dots (s - \omega_{2N+1})}, \quad (6)$$

де $\omega'_1, \omega'_2 \dots \omega_{2N+1}$ – розраховані згідно (4) значення нулів ПФ цілого порядку;

$\omega_1, \omega_2 \dots \omega_{2N+1}$ – розраховані згідно (5) полюси ПФ цілого порядку.

Далі представимо ПФ (6) у вигляді відношення поліномів

$$W(s) = k_n \frac{b_{2N+1}s^{2N+1} + b_{2N}s^{2N} + \dots + b_1s + b_0}{a_{2N+1}s^{2N+1} + a_{2N}s^{2N} + \dots + a_1s + a_0} = \frac{P(s)}{Q(s)}. \quad (7)$$

Для перевірки адекватності заміни ПФ дробового порядку на ПФ цілого порядку проведемо порівняльний аналіз їх логарифмічних частотних характеристик. Для цього, задавшись порядком апроксимації, здійснимо розрахунок частотних характеристик обох ПФ.

Вираз $s^{\pm\alpha}$ можна трактувати як вираз дробового диференціатора (+ α) чи інтегратора (- α), за допомогою яких формується загальна ПФ дробових регуляторів. Тому саме такій ПФ присвячено наступний аналіз. Для його здійснення в середовищі MATLAB була розроблена програма, яка реалізує метод Оусталоупа згідно (3) для апроксимації $s^{\pm\alpha}$ ПФ цілого порядку. Використовуючи розроблену програму, є можливість провести перетворення диференціально-інтегральних ланок ПФ

дробового порядку з різними степенями α в певному частотному діапазоні за умови зміни порядку апроксимації в межах $N= 1 \div 5$. Частотний діапазон для диференціальної ланки вибрано в межах $[0,01 \div 100] \text{ c}^{-1}$, а для інтегральної – діапазон $[0,001 \div 1000] \text{ c}^{-1}$.

Здійснено представлення диференціальної та інтегральної ланок дробового порядку $s^{\pm\alpha}$ з степенями: $\alpha = -1,0; -0,75; -0,5; -0,25; 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$ ланками з ПФ цілого порядку.

Значення $\alpha = \pm 1; 0$ відповідає частковому випадку, коли α не є дробовим числом. Тому ці три часткові випадки також враховані для порівняння із загальновідомими результатами для цілочисельних ПФ.

Використовуючи розроблену програму в частотному діапазоні $0,01-100 \text{ c}^{-1}$ і змінюючи порядок апроксимації $N = 1 \div 5$, було знайдено апроксимуючі ПФ диференціальної та інтегрованої ланок дробового порядку, частина з яких показана в табл. 1.

Таблиця 1

Апроксимуючі ПФ цілого порядку, отримані за використання перетворення Оусталоупа для частот $[0,01 \div 100] \text{ c}^{-1}$

α	N	$W(s)$
-1	1	$\frac{0,01s^3 + 1,049s^2 + 4,867s + 1}{s^3 + 4,867s^2 + 1,049s + 0,01}$
	2	$\frac{0,01s^5 + 1,188s^4 + 19,31s^3 + 48,49s^2 + 18,83s + 1}{s^5 + 18,83s^4 + 48,49s^3 + 19,31s^2 + 1,188s + 0,01}$
0,75	1	$\frac{0,03162s^3 + 2,259s^2 + 7,144s + 1}{s^3 + 7,144s^2 + 2,259s + 0,03162}$
	2	$\frac{0,03162s^5 + 2,985s^4 + 38,52s^3 + 76,85s^2 + 23,71s + 1}{s^5 + 23,71s^4 + 76,85s^3 + 38,52s^2 + 2,985s + 0,03162}$
-0,5	1	$\frac{0,1s^3 + 4,867s^2 + 10,49s + 1}{s^3 + 10,49s^2 + 4,867s + 3,162}$
	2	$\frac{0,1s^5 + 7,497s^4 + 76,85s^3 + 121,8s^2 + 29,85s + 1}{s^5 + 29,85s^4 + 121,8s^3 + 76,85s^2 + 7,497s + 0,01}$

0,25	1	$\frac{0,3162s^3 + 10,49s^2 + 15,39s + 1}{s^3 + 15,39s^2 + 10,49s + 0,3162}$
	2	$\frac{0,3162s^5 + 18,83s^4 + 153,3s^3 + 193,1s^2 + 37,57s + 1}{s^5 + 37,57s^4 + 193,1s^3 + 153,3s^2 + 18,83s + 0,3162}$
0	1	$\frac{s^3 + 22,59s^2 + 22,59s + 1}{s^3 + 22,59s^2 + 22,59s + 1} = 1$
	2	$\frac{s^5 + 47,3s^4 + 306s^3 + 306s^2 + 47,3s + 1}{s^5 + 47,3s^4 + 306s^3 + 306s^2 + 47,3s + 1} = 1$
0,25	1	$\frac{3,162s^3 + 48,67s^2 + 33,16s + 1}{s^3 + 33,16s^2 + 48,67s + 3,162}$
	2	$\frac{3,162s^5 + 118,8s^4 + 610,5s^3 + 484,9s^2 + 59,55s + 1}{s^5 + 59,55s^4 + 484,9s^3 + 610,5s^2 + 118,8s + 3,162}$
0,5	1	$\frac{10s^3 + 104,9s^2 + 48,67s + 1}{s^3 + 48,67s^2 + 104,9s + 10}$
	2	$\frac{10s^5 + 298,5s^4 + 1218s^3 + 768,5s^2 + 74,97s + 1}{s^5 + 74,97s^4 + 768,5s^3 + 1218s^2 + 298,5s + 10}$
0,75	1	$\frac{31,62s^3 + 225,9s^2 + 71,44s + 1}{s^3 + 71,44s^2 + 225,9s + 31,62}$
	2	$\frac{31,62s^5 + 749,7s^4 + 2430s^3 + 1218s^2 + 94,38s + 1}{s^5 + 94,38s^4 + 1218s^3 + 2430s^2 + 749,7s + 31,62}$
1	1	$\frac{100s^3 + 486,7s^2 + 104,9s + 1}{s^3 + 104,9s^2 + 486,7s + 100}$
	2	$\frac{100s^5 + 1883s^4 + 4849s^3 + 1931s^2 + 118,8s + 1}{s^5 + 118,8s^4 + 1931s^3 + 4849s^2 + 1883s + 100}$

Для отриманих таким способом апроксимаційних виразів ПФ були побудовані логарифмічні частотні характеристики за умови, що $N = 1 \div 5$. В табл. 1 наведені результати тільки для $N = 1 \div 2$ для різних значень α .

На рис. 1 та рис. 2 показані ЛАЧХ та ЛФЧХ диференціальної ($\alpha = 1,0$) та інтегральної ($\alpha = -1,0$) коли $N=1$ (крива 1), $N=2$ (крива 2), $N=3$ (крива 3), $N=4$ (крива 4).

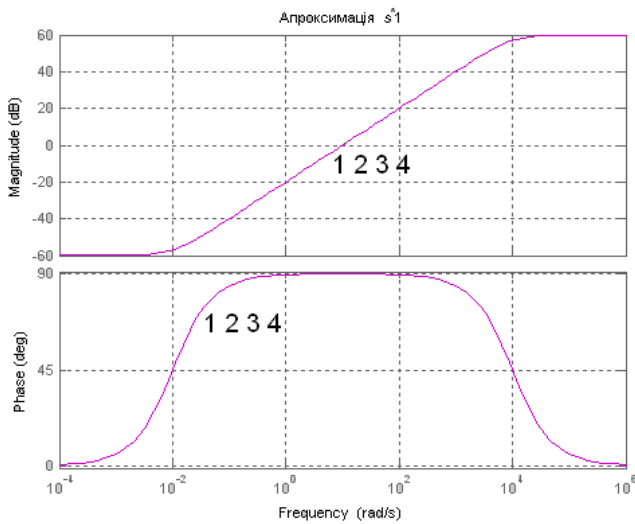


Рис. 1. ЛАЧХ та ЛФЧХ диференціальної ($\alpha = 1,0$) ланки

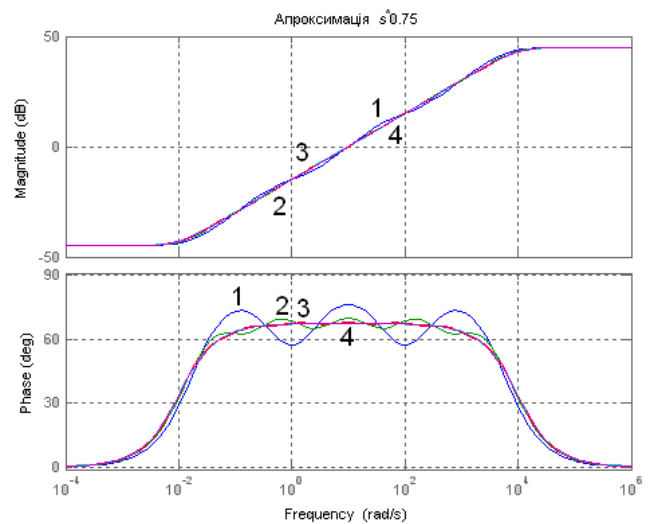


Рис. 3. ЛАЧХ та ЛФЧХ дробової диференціальної ($\alpha = 0,75$) ланки

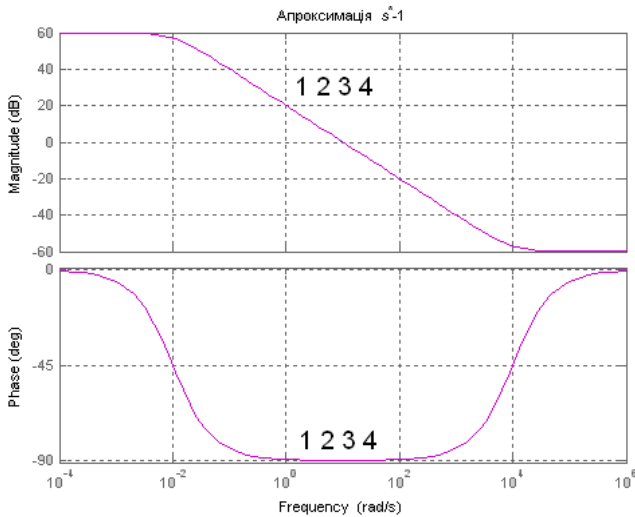


Рис. 2. ЛАЧХ та ЛФЧХ інтегральної ($\alpha = -1,0$) ланки

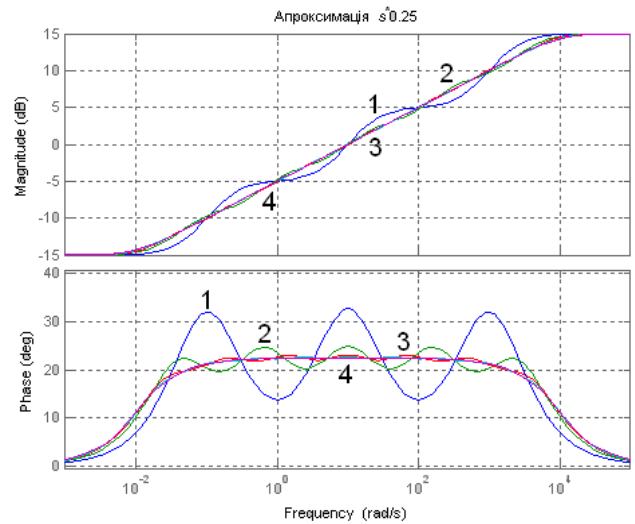


Рис. 4. ЛАЧХ та ЛФЧХ дробової диференціальної ($\alpha = 0,25$) ланки

Очевидно, що загальновідомі частотні характеристики звичайних ланок диференціювання та інтегрування відповідають отриманим кривим у заданому частотному діапазоні. Крім цього, можна стверджувати, що значення N не впливає на ці частотні характеристики.

У випадку дробових диференціальних ПФ регуляторів логарифмічні частотні характеристики показані на рис.3 - рис.4. Номери графіків показні на цих рисунках відповідають тим самим значенням N , що й у попередньому випадку (див. рис.1, рис.2).

Як видно з наведених характеристик фаза кожної з ланок наближається до значення $\varphi = \alpha\pi/2$. Саме такий результат отримується аналітично для дробових диференціальних ланок. Тому можна стверджувати, що точність апроксимації залежить від значення N , і вже при $N=4$ криві співпадають дійсними частотними характеристиками таких ланок. Такий самий висновок можна зробити і для дробових інтегральних ланок. На це вказують логарифмічні частотні характеристики показані на рис.5, рис.6, тільки тут $\varphi = -\alpha\pi/2$.

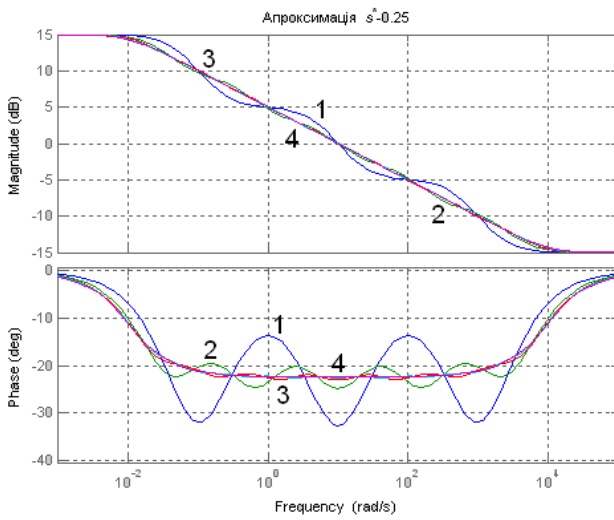


Рис. 5. ЛАЧХ та ЛФЧХ дробової інтегральної ($\alpha = -0,25$) ланки

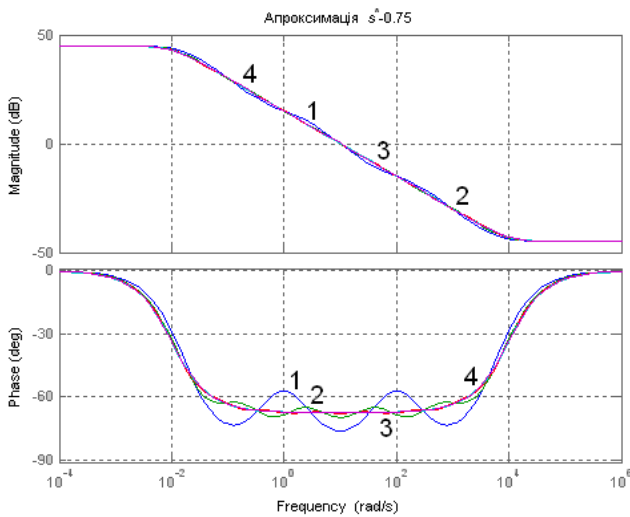


Рис. 6. ЛАЧХ та ЛФЧХ дробової інтегральної ($\alpha = -0,75$) ланки

Як видно з цих графіків застосування апроксимації Оусталоупа до дробових регуляторів ЕМС з $N \geq 4$ забезпечує практично нульову похибку. Це означає, що ПФ описується поліномами $P(s)$ і $Q(s)$ не нижче 9-го порядку ($n \geq 9$). Як показують проведені дослідження, для інженерних розрахунків достатньо обмежитись $N=2$. Тоді проблему технічної реалізації ПФ п'ятого порядку можна вирішити застосувавши до виразу ПФ (7) теорему про розкладання правильного раціонального дробу на елементарні. В такому разі вираз (6), а значить і (7), можна представити так:

$$W(s) = A_1 \frac{1}{s - \omega_1} + A_2 \frac{1}{s - \omega_2} + \dots + A_n \frac{1}{s - \omega_n} \quad (8)$$

Коефіцієнти A_1, A_2, \dots, A_n знаходяться за виразом

$$A_i = \frac{P(s)}{Q'(s)} \text{ при } s = \omega_i.$$

Таким чином, інтегральна і диференціальна ланки дробового порядку на основі (8) можуть бути представлені структурною схемою, яка показана на рис.7. У такому вигляді вираз ПФ дробового регулятора можна легко реалізувати в якомусь програмному середовищі (С, С#, С++, Асемблер тощо), чи в аналоговому виконанні.

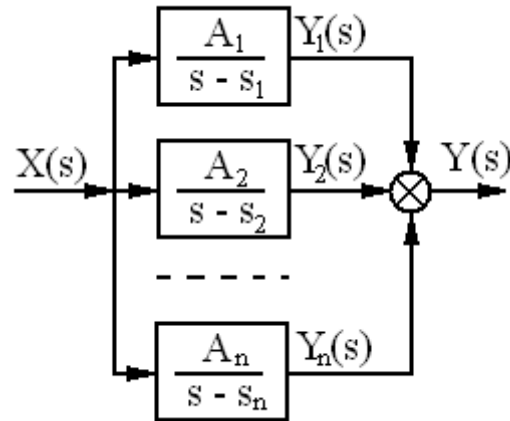


Рис. 7. Структурна схема інтегральної чи диференціальної ланки дробового порядку у вигляді ПФ дробового порядку

Нижче, як приклад, наведені відповідні вирази ПФ цілого порядку, отриманих за застосування перетворення Оусталоупа з $N=2$ стосовно диференціальної та інтегрованої ланок дробового порядку з ПФ $W(s) = s^{\pm 0,5}$ [8].

1) Інтегральна дробова ланка $W(s) = s^{-0,5}$.

$$s^{-0,5} = \frac{0,1s^5 + 7,497s^4 + 76,85s^3 + 121,8s^2 + 29,85s + 1}{s^5 + 29,85s^4 + 121,8s^3 + 76,85s^2 + 7,497s + 0,1} \Rightarrow$$

$$W(s) = 0,1 + \frac{0,1082}{s + 0,0158} + \frac{0,1942}{s + 0,1} + \frac{0,4678}{s + 0,6310} +$$

$$\Rightarrow \frac{1,1501}{s + 3,9811} + \frac{2,5922}{s + 25,1189};$$

2) Диференціальна дробова ланка $W(s) = s^{0,5}$

$$s^{0,5} = \frac{10s^5 + 298,5s^4 + 1218s^3 + 768,5s^2 + 74,97s + 1}{s^5 + 74,97s^4 + 768,5s^3 + 1218s^2 + 298,5s + 10} \Rightarrow$$

$$W(s) = 10 + \frac{0,0041}{s+0,0398} + \frac{0,0726}{s+0,2512} + \frac{1,1750}{s+1,5849} +$$

$$\Rightarrow \frac{19,4241}{s+10} + \frac{430,5730}{s+63,0957}.$$

На основі попередньо розробленої і відлагодженої програми в середовищі MATLAB [9] реалізовано ПІ^λД^μ-регулятора порядку за використання мови програмування С і плат Arduino Mega 2560 та Arduino DUE, які можуть працювати сумісно з комп'ютером.

Було розроблено відповідне програмне забезпечення, яке реалізує цифровий ПІ^λД^μ-регулятор дробового порядку з ПФ

$$W_p(s) = 3 + \frac{1}{1,0s^{0,5}} + 1,0s^{0,5}.$$

За даними експериментальних досліджень отримано перехідні процеси (див. рис.8) для традиційних ПІД-регуляторів (крива 1) і ПІ^λД^μ-регулятор дробового порядку (крива 2), реалізованих на платі Arduino Due.

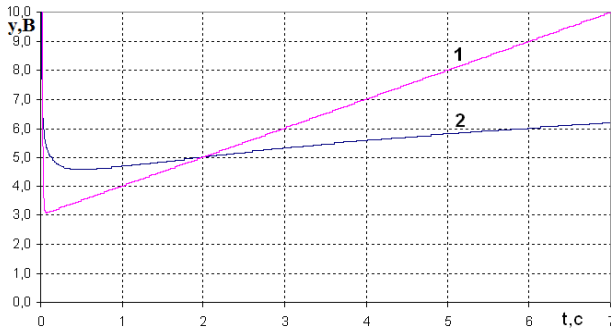


Рис. 8. Перехідні процеси ПІ^λД^μ-регулятора (Arduino Due) у режимі цілого (крива 1) і дробового порядку (крива 2).

Крім цього були проведені дослідження дробових регуляторів, для побудови яких використано [9-10] плату перетворювача частоти MFC1000/10 асинхронного електроприводу. На рис.9 показано перехідний процес ПІ^λД^μ-регулятора цілого, а на рис.10 дробового порядку ($\lambda=0,5, \mu=0,5$).

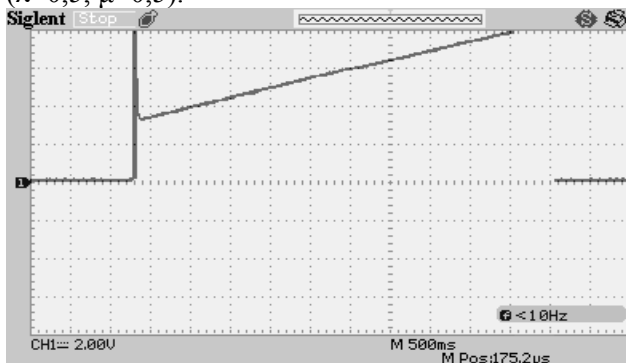


Рис. 9. Перехідний процес ПІ^λД^μ-регулятора цілого порядку ($\lambda=1, \mu=1$), реалізованого за використання плати перетворювача MFC1000/10

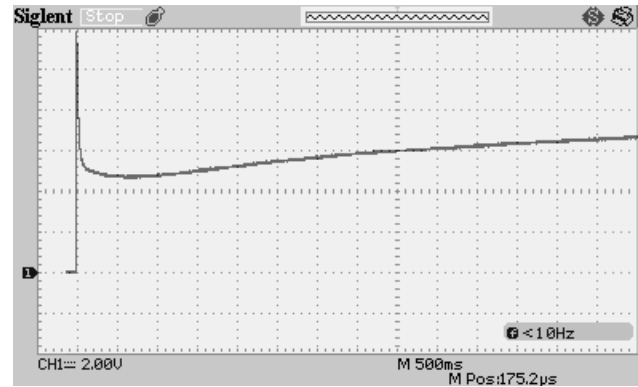


Рис.10. Перехідний процес ПІ^λД^μ- регулятора дробового порядку ($\lambda=0,5, \mu=0,5$) реалізованого за використання плати перетворювача MFC1000/10

Висновки

Комп'ютерні дослідження алгоритму і програми реалізації диференціувальної і інтегрувальної ланок дробового порядку показали ефективність запропонованого підходу до реалізації регуляторів дробового порядку, які можуть працювати в режимі реального часу в складі високодинамічних ЕМС. Випробування опції ПЧ MFC 710 з ПІ^λД^μ - регулятором дробового порядку в системі керування швидкості за використання стенду фірми "Тверд" підтвердили її ефективність з точки зору розширення регулювальних можливостей такого регулятора в порівнянні з класичним ПІД-регулятором.

Список використаної літератури

1. Maiti, D. Design of a fractional order PID controller using particle swarm optimization technique [Electronic resource] / D. Maiti, S. Biswas, A. Konar // 2nd National Conference on Recent Trends in Information Systems (ReTIS-08). – 2008. – Режим доступу до ресурсу: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0810/0810.3776.pdf>.
2. Kennedy, J. Particle swarm optimization / J. Kennedy, R. C. Eberhart [Text] // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. – 1995. – Vol. 4. – P. 1942–1948.
3. Konar, A. Recent advances in evolutionary search and optimization algorithms [Text] / A. Konar, S. Das // Proceedings of International Conference Next Generation Maintenance Systems (NGMS 2006). – 2006.
4. Dalir, M. Application of fractional calculus / M. Dalir, M. Bashour [Text] // Applied Mathematical Sciences. – 2010. – №4. – P. 1021 – 1032.
5. Бушер, В. В. Моделирование систем с

дробно-дифференцирующими и дробно-интегрирующими звеньями в SIMULINK [Текст] / В. В. Бушер // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук.: КрНУ, 2011. – Вип. 4/2011. – С.140–143.

6. Busher, V. Modeling of supercapacitors with fractionally integrated section in SIMULINK [Text] / V. V. Busher, V. V. Martynyuk, E. V. Naydenko, P. E. Kristo // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – К.: Техніка, 2011. – №4(80). – С. 89–92.

7. Oustaloup, A. Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis [Text] / A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. – 2000. – №47. – P. 25–39.

References

1. Maiti, D., Biswas, S. and Konar, A. (2008). Design of a fractional order PID controller using particle swarm optimization technique. In: *2nd National Conference on Recent Trends in Information Systems (ReTIS-08)*. [online]. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0810/0810.3776.pdf> [Accessed 25 Jan. 2015].

2. Kennedy, J. and Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. In: *IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, pp. 1942–1948.

3. Konar, A. and Das, S. (2006). Recent advances in evolutionary search and optimization algorithms. In: *International Conference Next Generation Maintenance Systems (NGMS 2006)*. BESU, Shibpur, Howrah.

4. Dalir, M. and Bashour, M. (2010). Application of fractional calculus. *Applied Mathematical Sciences*, 4, pp. 1021–1032.

5. Busher, V. (2011). Modelling systems with fractional-differentiatial and fractional-integrating parts in SIMULINK [Modelirovanie sistem s drobnno-differenciruyushchimi i drobnno-integriruyushchimi zvenyami v SIMULINK]. *Electromechanical and energysaving systems*, 4, pp. 140–143.

6. Busher, V., Martynyuk, V., Naydenko, E.,

SYNTHESIS FRACTIONAL ORDER CONTROLLERS FOR ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

Y. Y. Marushchak¹, B. L. Kopchak²

¹Rzeszow Univesity of Technology

²Lviv Polytechnic National University

Abstract. The design of electromechanical systems upon application of fractional order controllers significantly enhances possibilities in comparison with the classic controllers. In order to find efficient alternative models for implementing fractional order controllers there has been conducted a research into their dynamic properties on the basis of Riemann, Riemann-Liouville and Grunwald-Letnikov representations. When considering electromechanical systems with fractional controllers that generate

8. Marushchak, Y. Approximation of fractional order differential-integral controllers by integer order transfer functions [Text] / Y. Marushchak, B. Kopchak // Computational problems of electrical engineering. – 2014. – №1. – P. 29–32.

9. Kopchak, B. Development of fractional order differential-integral controller by using Oustaloup transformation [Text] / B. Kopchak // Proceedings of XIIth International Conference Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH 2016). – 2016. – P. 62 – 65.

10. Копчак, Б. Л. ПІ^λД^μ-регулятор дробового порядку для перетворювачів частоти типу MFC 710 [Текст] / Б. Л. Копчак, М. Тверд, Б. Козловські // Електротехніка і електромеханіка. – 2016. – №4(1). – С. 84–88.

and Kristo P. (2011). Modeling of supercapacitors with fractionally integrated section in SIMULINK. *Electrical and computer systems*, 4(80), pp. 89–92.

7. Oustaloup, A., Levron, F. and Mathieu, B. (2010). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47, pp. 25–39.

8. Marushchak, Y. and Kopchak, B. (2014). Approximation of fractional order differential-integral controllers by integer order transfer functions. *Computational problems of electrical engineering*, 1, pp. 29–32.

9. Kopchak, B. (2016). Development of fractional order differential-integral controller by using Oustaloup transformation. In: *XIIth International Conference Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH 2016)*. Lviv–Polyana; Lviv Polytechnic Publishing House, pp. 62–65.

10. Kopchak, B., Twerd, M., and Kozlovski, B. (2016). Fractional order ПІ^λД^μ-controller for frequency converter MFC 710 [ПІ^λД^μ-регулятор дробового порядку для перетворювачів частоти типу MFC 710]. *Electronics and electromechanics*, 4(1), pp. 84–88.

control actions for different electrical machines, the major problem to be solved is the work of such controllers in real time and with the high speed dynamic processes. Given well-developed implementation of integer order controllers in both analog and digital performance, the problem of synthesized fractional order controllers technical implementation in such systems can be solved on condition of making equivalent substitution (approximation) of their transfer functions into integer order transfer functions. Implementation of integral and differential parts of fractional order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ – controllers has been carried out on the basis of Oustaloup transformation, which provides significantly higher performance and simplicity of the procedure when compared with computational models, based on Riemann, Riemann-Liouville and Grunwald-Letnikov representations. Computer research of algorithm and implementation program of differential and integral fractional order parts has proven the effectiveness of the proposed approach to implementation of fractional order controllers that can operate in real time within highly dynamic electromechanical systems. Testing of frequency converter option of MFC 710 fractional order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - controller in the speed control system by using the set of Twerd company has proven its effectiveness in terms of expanding regulatory properties of such controller in comparison with traditional PID - controller.

Keywords: electromechanical system, fractional order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -controller, Oustaloup transformation, realization.

ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ДРОБНОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Я. Ю. Марущак¹, Б. Л. Копчак²

¹Жешовская политехника

²Национальный университет «Львовская политехника»

Анотація. Предложено реализовать интегральное и дифференциальное звенья $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - регулятора дробного порядка на основании применения преобразования Оусталоупа, которое обеспечивает значительно более высокое быстродействие и простоту вычислительной процедуры по сравнению с моделями построенными на основе представлений Римана, Римана-Лиувилля и Грюнвальда-Летникова. Компьютерные исследования алгоритма и программы реализации дифференцирующего и интегрирующего звеньев дробного порядка показали эффективность предложенного подхода к реализации регуляторов дробного порядка, которые могут работать в режиме реального времени в составе высоко динамичных ЭМС.

Ключові слова: електромеханічна система, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятор дробного порядку, преобразование Оусталоупа, реализация.

Получено 14.04.2017



Марущак Ярослав Юрійович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри електротехніки і основ інформатики Жешовської політехніки. Вул. Вінсента Поля, 2, Жешув, Польща, E-mail: jamaru@prz.edu.pl, тел. +48793189761

Marushchak Yaroslav, Dr. of Science, Professor of the Department Electrical and Computer Engineering Fundamentals, Rzeszow Univesity of Technology, Wincentego Pola str. 2, 35-959 Rzeszów, Poland,

ORCID ID: 0000-0002-7901-3343



Копчак Богдан Любомирович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри електричних машин і апаратів Національного університету «Львівська політехніка». Вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, E-mail: kopchakb@gmail.com, тел. +38-032-2582160

Bohdan Kopchak, PhD, Associate Professor, Department of electrical machines and apparatus, Lviv Polytechnic National University, Bandery Str., 12, Lviv, Ukraine

ORCID ID: 0000-0002-2705-8240