

УДК 519.21:330.46

Литвинова О. Б.

старший викладач

Обласний комунальний ВНЗ «ІП «Стратегія», м. Жовті Води

E-mail: sevenstars77@meta.ua

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

В статті пропонується практичне застосування моделі обслуговування машинного парку з метою підвищення ефективності діяльності підприємства. За рівнем своєї затребуваності послуги з обслуговування комп'ютерів вийшли сьогодні на перший план. Для успішної діяльності у будь-якій сфері необхідно повністю виключити ймовірність зриву домовленостей і невиконання роботи в строк через несправність комп'ютерної техніки. Це визначає необхідність створення дієвого механізму використання систем масового обслуговування для підвищення ефективності діяльності підприємства. Дана модель представляє собою замкнуту систему масового обслуговування, для якої інтенсивність залежить від стану системи, причому джерело вимог є внутрішнім і генерує обмежений потік замовлень. В моделі, що розглядається, місткість джерела вимог слід вважати обмеженою. Пропонується розглянути два варіанти вирішення задачі. Результати розрахунків інтерпретовано у вигляді таблиці. Основними характеристиками системи масового обслуговування є коефіцієнт простою персонального комп'ютера в черзі, коефіцієнт використання комп'ютерів та коефіцієнт простою обслуговуючих інженерів.

Ключові слова: замкнена система масового обслуговування, інтенсивність потоку подій, ймовірнісні характеристики системи.

Постановка проблеми. Сучасне суспільство живе у вік інформаційно-комп'ютерних технологій, на сьогоднішній день немає жодної організації і навіть приватних осіб, які щодня не користуються комп'ютерами для вирішення бізнес-завдань різного масштабу та спрямованості. За рівнем своєї затребуваності послуги з обслуговування комп'ютерів вийшли сьогодні на перший план, адже для успішної діяльності у будь-якій сфері необхідно повністю виключити ймовірність зриву домовленостей і невиконання роботи в строк через несправність комп'ютерної техніки.
© Литвинова О. Б.

Це визначає необхідність створення дієвого механізму використання систем масового обслуговування для підвищення ефективності діяльності підприємства.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Основи теорії систем масового обслуговування було закладено у працях датського математика А.К. Ерланга, та подальший розвиток вони отримали у працях багатьох вітчизняних та іноземних вчених. Проблемами СМО цікавилися математики, економісти, інженери. В останні роки частіше зустрічається назва «теорія потоків» (ТП). Роботи з теорії масового обслуговування (ТМО) були продовжені Б.В. Гніденком, І. М. Коваленком, А.А. Боровковим. Теорія масового обслуговування – область прикладної математики, що займається аналізом процесів в системах виробництва, обслуговування, управління, в яких однорідні події повторюються багато разів, наприклад, на підприємствах побутового обслуговування; у системах прийому, переробки і передачі інформації; автоматичних лініях виробництва та ін. Великий внесок у розвиток цієї теорії внесли російські математики А.Я. Хинчин, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, Е.С. Вентцель та ін.

Незважаючи на існуючі наукові праці в даній сфері, низка питань, пов'язаних з використанням багатоканальних моделей з пуасонівським вхідним потоком і експоненціальним розподілом тривалості обслуговування, замкнених систем масового обслуговування, що сприяють більш ефективній діяльності підприємства, залишаються недостатньо розробленими.

Формування цілей статті. З огляду на вищезазначене особливий практичний інтерес набуває задача з використанням моделі обслуговування машинного парку, яка представляє собою замкнуту систему масового обслуговування щодо підвищення ефективності діяльності підприємства.

Виклад основного матеріалу дослідження. Досвід моделювання різних типів дискретних систем свідчить про те, що приблизно 80% цих моделей ґрунтуються на СМО [1].

Систему масового обслуговування загалом можна уявити як сукупність послідовно пов'язаних між собою вхідних потоків вимог на обслуговування (потоків замовлень), черг, каналів обслуговування і потоків обслуговуваних замовлень. Будь-який пристрій, який безпосередньо обслуговує замовлення, називають каналом обслуговування.

Потік характеризується інтенсивністю λ – частотою появи подій або середнім числом подій, що поступають в СМО в одиницю часу.

© Литвинова О. Б.

Розподіл, що задається щільністю ймовірності ($\varphi(t) = F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$) або функцією розподілу ($F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$), називається показовим (або експоненціальним).

Найважливіша властивість показового розподілу: якщо проміжок часу, розподілений по показовому закону, вже тривав якийсь час t , то це ніяк не впливає на закон розподілу частини проміжку, що залишилася ($T - t$): він буде таким самим, як і закон розподілу всього проміжку T [2].

Для простого потоку з інтенсивністю λ ймовірність попадання на елементарний (малий) відрізок часу Δt хоч би однієї події потоку рівна:

$$P_{\Delta t} = P(T < \Delta t) = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \approx \lambda \Delta t .$$

(Відмітимо, що ця наближена формула, що отримується заміною функції $e^{-\lambda \Delta t}$ лише двома першими членами її розкладання в ряд по ступенях Δt , тим точніше, чим менше Δt).

Модель обслуговування машинного парку представляє собою модель замкнутої системи масового обслуговування [1].

До певного часу були розглянуті такі системи масового обслуговування, для яких інтенсивність λ вхідного потоку замовлень не залежала від стану системи. В цьому випадку джерело замовлень є зовнішнім по відношенню до СМО і генерує необмежений потік замовлень. Розглянемо системи масового обслуговування, для яких λ залежить від стану системи, причому джерело вимог є внутрішнім і генерує обмежений потік замовлень.

В моделі, що розглядається, місткість джерела вимог слід вважати обмеженою. Вхідний потік вимог виходить з обмеженого числа машин, що експлуатуються ($N - k$), які у випадкові моменти часу виходять із ладу і вимагають обслуговування. При цьому кожна машина з ($N - k$) знаходиться в експлуатації. Генерується пуасонівський потік вимог з інтенсивністю λ незалежно від інших об'єктів; загальний (сумарний) вхідний потік має інтенсивність $(N - k) \cdot \lambda$. Вимога, що надійшла в систему в момент, коли вільний хоча б один канал, негайно іде на обслуговування. Якщо вимога застане всі канали зайнятими обслуговуванням інших вимог, то вона не залишає систему, а стає в чергу і чекає, поки один з каналів не стане вільним.

Таким чином, у замкнутій системі масового обслуговування вхідний потік вимог формується з вихідного.

Система алгебраїчних рівнянь, що описують роботу замкнутої СМО у стаціонарному режимі, виглядає наступним чином:

© Литвинова О. Б.

$$\begin{cases} 0 = \rho NP_0 + P_1; \\ 0 = (N - k + 1)\rho P_{k-1} - [(N - k)\rho + k]P_k + (k + 1)P_{k+1} & 0 < k < R, \\ 0 = (N - k + 1)\rho P_{k-1} - [(N - k)\rho + R]P_k + RP_{k+1} & R \leq k < N, \\ 0 = \rho P_{N-1} - RP_N. \end{cases} \quad (1.1)$$

Розв'язуючи дану систему, знаходимо ймовірність k -го стану:

$$P_k = \begin{cases} \frac{N! \cdot \rho^k}{k!(N - k)!} \cdot P_0 & 1 \leq k \leq R, \\ \frac{N! \cdot \rho^k}{R! R^{k-R} \cdot (N - k)!} \cdot P_0 & R \leq k \leq N. \end{cases} \quad (1.2)$$

Величина P_0 визначається з умови нормування $\sum_{k=0}^N P_k = 1$ отриманих результатів за формулами (1.2) для P_k , $k = 0, 1, 2, \dots, N$.

Інші ймовірнісні характеристики системи визначаються наступним чином (таблиця 1):

Таблиця 1

Ймовірнісні характеристики системи

Характеристика	Формула
1) середнє число вимог в черзі на обслуговування	$L_q = \sum_{k=R}^N (k - R)P_k$
2) середнє число вимог, що знаходяться в системі	$L_s = \sum_{k=1}^N kP_k$
3) середнє число механіків (каналів), що простоюють із-за відсутності роботи	$\bar{R}_n = \sum_{k=0}^{R-1} (R - k)P_k$
4) коефіцієнт простою об'єкта (машини) на обслуговування в черзі	$\alpha_1 = L_q / N$
5) коефіцієнт використання об'єктів (машин)	$\alpha_2 = 1 - (L_s / N)$
6) коефіцієнт простою обслуговуючих каналів (механіків)	$\alpha_3 = \bar{R}_n / R$
7) середній час очікування обслуговування	$W_q = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2} \right) - \frac{1}{\mu}$

Нехай для обслуговування сорока персональних комп'ютерів (ПК) виділено чотири інженери однакової продуктивності. Потік відмов (несправностей) одного комп'ютера – пуасонівський з інтенсивністю $\lambda = 0,2$. Час обслуговування ПК підпорядковується показовому розподілу. Середній час обслуговування одного ПК одним інженером складає: $\bar{t} = 1,25$ години.

Можливі наступні варіанти організації обслуговування ПК: 1 варіант. Чотири інженери обслуговують всі сорок комп'ютерів, так що при відмові ПК його обслуговує один із вільних інженерів, в цьому випадку $R = 4$, $N = 40$. 2 варіант. Кожен з чотирьох інженерів обслуговує по десять закріплених за ним ПК. В цьому випадку $R = 1$, $N = 10$.

Необхідно обрати найкращий варіант організації обслуговування ПК.

Проведемо розрахунки по 1-му варіанту.

1. Обчислимо параметр обслуговування μ , приведену інтенсивність потоку обслуговування та ймовірнісні характеристики СМО:

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}_{cp}} = \frac{1}{1,25} = 0,8, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,12}{0,8} = 0,15, \quad P_0 = \frac{1}{2991,16} = 0,00033.$$

2. Середнє число комп'ютерів у черзі на обслуговування:

$$L_q = \sum_{k=R}^N (k-R)P_k = 0 + 0 + 0 + (4-4) \cdot 0,015 + (5-4) \cdot 0,021 + \dots = 9,57.$$

3. Середнє число ПК, що знаходяться в системі (на обслуговуванні і в черзі):

$$L_s = \sum_{R=1}^N kP_k = 1 \cdot 0,00201 + 2 \cdot 0,0059 + 3 \cdot 0,011 + 4 \cdot 0,015 + \dots = 13,53.$$

4. Середнє число інженерів, що простоюють із-за відсутності роботи:

$$\bar{R}_n = \sum_{k=0}^{R-1} (R-k)P_k = 0,0302.$$

5. Коефіцієнти простою персонального комп'ютера в черзі, використання комп'ютерів та простою обслуговуючих інженерів:

$$\alpha_1 = \frac{L_q}{N} = 0,24, \quad \alpha_2 = 1 - \left(\frac{L_s}{N} \right) = 0,66, \quad \alpha_3 = \frac{\bar{R}_n}{R} = 0,0076.$$

6. Середній час очікування ПК обслуговування:

$$W_q = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2} \right) - \frac{1}{\mu} = 3,012.$$

Проведемо розрахунки по 2-му варіанту.

1. Обчислимо параметр обслуговування μ , приведену інтенсивність потоку обслуговування та ймовірнісні характеристики СМО:

$$\mu = \frac{1}{t_{cp}} = \frac{1}{1,25} = 0,8, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,12}{0,8} = 0,15, \quad P_0 = \frac{1}{15,184} = 0,066.$$

2. Середнє число комп'ютерів у черзі на обслуговування:

$$L_q = \sum_{k=R}^N (k-R)P_k = 0 + (2-1) \cdot 0,13 + (3-1) \cdot 0,16 + \dots + (10-1) \cdot 0,0014 = 2,84.$$

3. Середнє число ПК, що знаходяться в системі (на обслуговуванні і в черзі):

$$L_S = \sum_{R=1}^N kP_k = 1 \cdot 0,099 + 2 \cdot 0,13 + 3 \cdot 0,16 + 4 \cdot 0,17 + 5 \cdot 0,15 + \dots + 10 \cdot 0,0014 = 3,77.$$

4. Середнє число інженерів, що простоюють із-за відсутності роботи:

$$\bar{R}_n = \sum_{k=0}^{R-1} (R-k)P_k = 0,066.$$

5. Коефіцієнти простою персонального комп'ютера в черзі, використання комп'ютерів та простою обслуговуючих інженерів:

$$\alpha_1 = \frac{L_q}{N} = 0,28, \quad \alpha_2 = 1 - \left(\frac{L_S}{N} \right) = 0,62, \quad \alpha_3 = \frac{\bar{R}_n}{R} = 0,066.$$

6. Середній час очікування ПК обслуговування:

$$W_q = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2} \right) - \frac{1}{\mu} = 3,798.$$

Представимо у вигляді таблиці результати моделювання по двох варіантах (табл. 2).

Таблиця 2

Результуючі ймовірнісні характеристики по двох варіантах

Результуючі ймовірнісні характеристики	Варіанти	
	1	2
α_1	0,24	0,28
α_2	0,66	0,62
α_3	0,0076	0,066
W_q	3,012	3,798

Висновки. Коефіцієнт простою персонального комп'ютера в черзі α_1 по першому варіанту менший на 15,75 % ніж по другому варіанту ($0,24 < 0,28$).

Коефіцієнт використання комп'ютерів α_2 на 6,24 % більший по першому варіанту ($0,66 > 0,62$).

Коефіцієнт простою обслуговуючих інженерів α_3 по першому варіанту майже у 9 разів менший ніж по другому варіанту.

Середній час очікування ПК обслуговування W_q по першому варіанту менший на 20,7 % ніж по другому варіанту ($3,012 < 3,798$).

Виходячи з розрахунків можна зробити висновок, що перший варіант є найкращим варіантом організації обслуговування ПК.

Список використаної літератури

1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 432 с.
2. Жерновий Ю. В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 307 с.
3. Ситник В. Ф., Орленко Н. С. Імітаційне моделювання: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. – К.: КНЕУ, 1999. - 208 с.
4. Жерновий Ю. В. Марковські моделі масового обслуговування: Тексти лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 154 с.
5. Анисимов В. В., Закусило О. К., Донченко В. С. Элементы теории массового обслуживания и асимптотического анализа систем. – К.: Вища школа, 1987.
6. Борисов К. И. Теория массового обслуживания. М.: Наука, 2001.
7. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей. Глава 10. Теория массового обслуживания. М.: 1969. 368 с.
8. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: «Машиностроение», 1990 г.
9. Лабскер Л. Г., Бабешко Л. О. Теория массового обслуживания в экономической сфере: Учеб. пособие. — М.: ЮНИТИ, 1998.

10. Эконометрика: Учебник / Под ред. И. И. Елисейевой. – М.: Финансы и статистика, 2004.

References

1. Bereznaia, E. V., & Bereznoj, V. Y. (2005). *Mathematical methods of modeling of economic systems*. (2d ed.). Moskva: Finansy i statistika.
2. Zhernovyi, Yu. V. (2007). *Imitatsijne modeliuвання system masovoho obsluhovuvannya [Simulation of queuing systems]*. Lviv: Vydavnychiy tsentr LNU imeni Ivana Franka [in Ukrainian].
3. Sytnyk V. F., & Orlenko, N. S. (1999). *Imitatsijne modeliuвання [Simulation]*. Kyiv: KNEU [in Ukrainian].
4. Zhernovyi Yu. V. (2004). *Markovski modeli masovoho obsluhovuvannya [Markov queuing model]*. Lviv: Vydavnychiy tsentr LNU imeni Ivana Franka [in Ukrainian].
5. Anisimov, V. V., Zakusilo, O. K., & Donchenko, V. S. (1987). *Elementy teoryy massovoho obsluzhyvaniia i asimptoticheskoho analiza system [Elements of queuing theory and asymptotic analysis systems]*. Kyiv: Vyscha shkola [in Ukrainian].
6. Borisov, K. Y. (2001). *Teoriia massovoho obsluzhyvaniia [Queueing theory]*. Moskva: Nauka [in Russian].
7. Venttsel, E. S., & Ovcharov, L. A. (1969). *Teoriia veroiatnoston [Probability theory]*. Moskva: Nauka [in Russian].
8. Kleinrok L. (1990). *Teoriia massovoho obsluzhyvaniia [Queueing theory]*. Moskva: Mashynostroenie» [in Russian].
9. Labsker L. H., & Babeshko L. O. (1998). *Teoriia massovoho obsluzhyvaniia v ekonomicheskoi sfere [Queueing theory in the economic sphere]*. Moskva: YuNITI [in Russian].
10. Eliseeva, Y. Y. (Eds.). (2004). *Econometrics*. Moskva: Finansy i statistika.

ЛИТВИНОВА О.Б. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

В статье предлагается практическое применение модели обслуживания машинного парка с целью повышения эффективности деятельности предприятия. По уровню своей востребованности услуги по обслуживанию компьютеров вышли сегодня на первый план. Для успешной деятельности в любой сфере необходимо полностью

© Литвинова О. Б.

исключить вероятность срыва договоренностей и невыполнение работы в срок из-за неисправности компьютерной техники. Это определяет необходимость создания действенного механизма использования систем массового обслуживания для повышения эффективности деятельности предприятия. Данная модель представляет собой замкнутую систему массового обслуживания, для которой интенсивность зависит от состояния системы, причем источник требований является внутренним и генерирует ограниченный поток заказов. В рассматриваемой модели емкость источника требований следует считать ограниченной. Предлагается рассмотреть два варианта решения задачи. Результаты расчетов интерпретировано в виде таблицы. Основными характеристиками СМО является коэффициент простоя персонального компьютера в очереди, коэффициент использования компьютеров и коэффициент простоя обслуживающих инженеров.

Ключевые слова: замкнутая система массового обслуживания, интенсивность потока событий, вероятностные характеристики системы.

LYTVYNOVA O. USING QUEUING SYSTEMS FOR THE INCREASE OF ENTERPRISE EFFICIENCY

The article is offered practical using to service model of machine park, for the purpose in the increase of enterprise efficiency. The level of demand for services of computers came to the fore today. For successful activity in any area should be completely ruled out the probability of arrangements failure and failure of the agreements in the period due to a malfunction of computer equipment. This determines the need to establish an effective mechanism to use queuing systems to increase of enterprise efficiency. This model is a closed queuing system, for it intensity depends of a systems condition. The source of requirements is internal and generates a limited flow of orders. In the considered model, the source of the capacity requirements should be considered limited. It is offered to consider two options of the tasks solution. Results of calculations are interpreted in the form of the table. The main characteristics of a queuing system are coefficient of idle standing of the computer in turn, coefficient using of computers and coefficient of idle standing the serving engineers.

Keywords: closed queuing system, intensity of a stream of events, probabilistic characteristics of system.

Стаття надійшла до редакції 15.05.2016 р.

Авторська довідка

ПІБ/ Last name, first name	Литвинова Ольга Борисівна	Lytvynova Olga
Науковий ступінь/ Scientific degree	-	-
Вчене звання/ Scientific rank	-	-
Посада/ Position	старший викладач кафедри економічної кібернетики	senior lecturer of the Department of economic cybernetics
Установа/ Establishment	Обласний комунальний ВНЗ «Інститут підприємництва «Стратегія», м. Жовті Води	Regional Municipal Higher Educational Institution "Strategy", the Institute for Entrepreneurship, Zhovti Vody