

УДК 330.332

Б.И. ДУШИН

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

РЕЗЕРВЫ ВЕЛИЧИНЫ И ВРЕМЕНИ ВХОДЯЩИХ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ В ОПЕРАТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ НАЛИЧНОСТЬЮ

Предложены понятия резервов времени и величины входящих денежных потоков, количественно характеризующих риски, связанные с изменением величины таких потоков. Рассматриваются возможности задержек во времени и уменьшения величины входящих денежных потоков и даются количественные оценки этих изменений, основанные на свойстве платежеспособности. Обоснованы доказательствами предлагаемые формулы расчета основных видов таких резервов. Приведен числовой пример расчета условного денежного потока и резервов входящих денежных потоков.

***Ключевые слова:** денежный поток, резерв времени или величины, риск потери платежеспособности.*

Введение

Задержки во времени или уменьшение по величине входящих денежных потоков так же, как и опережение во времени или увеличение выходящих денежных потоков могут вызывать потерю платежеспособности предприятия (возможно временную). Это, вообще говоря, будет приводить к дополнительному оттоку денежных средств, например, для выплаты процентов по краткосрочным займам. Поэтому важно заранее знать, как изменения в потоках денежных средств отразятся на платежеспособности предприятия.

1. Постановка задачи

В данной статье рассматриваются лишь возможности задержек во времени и уменьшения величины входящих денежных потоков и даются количественные оценки этих изменений, основанные на свойстве платежеспособности.

Оценки изменений даются в виде резервов различного вида, которые до настоящего времени не рассматривались в исследованиях по управлению денежными потоками (например, [1 – 7]).

2. Результаты

Принимается следующая детерминированная модель денежных потоков с нефиксированными промежутками времени их возникновения на интервале $[0, T]$:

$$S_0; \{t_i, p_i\}_1^n, \quad (1)$$

где S_0 – наличность (или величина ликвидных активов) в начальный момент времени $t_0 = 0$;

t_i – момент возникновения денежного потока p_i ($0 < t_i \leq T$);

p_i – величина денежного потока в момент времени t_i ($|p_i| > 0$);

T – горизонт просмотра денежных потоков.

Свойство платежеспособности представляется в этой модели следующим условием приемлемости.

Денежные потоки, определяемые моделью (1), назовем приемлемыми, если

$$S_i = S_0 + \sum_{j=1}^i p_j \geq S_{\min} \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где $S_{\min} \geq 0$ – наименьший допустимый запас наличности предприятия.

Для оценки влияния изменения входящих денежных потоков (или их задержки) на соблюдение неравенства (2), предлагается расчет нижеследующих резервов. Каждый такой резерв определяется для конкретного входного денежного потока (t_i, p_i) . При этом остальные потоки (как входящие, так и выходящие) считаются неизменными по величине и моментам возникновения.

Резервам даны названия по аналогии с резервами в сетевом планировании и управлении [8].

Для предлагаемых формул даны доказательства их соответствия словесным определениям соответствующих резервов.

2.1. Основные виды резервов величины и времени входящих денежных потоков

Полный резерв величины входящего денежного потока p_i – максимальное уменьшение величины этого потока, при котором сохраняется свойство (2). Обозначим R_{pi} .

Этот резерв показывает, на какую максимальную величину может быть уменьшен входящий денежный поток p_i без нарушения условия приемлемости (2) и при сохранении остальных денежных потоков.

Полный резерв времени входящего денежного потока p_i – максимальная задержка во времени всего потока p_i , при которой сохраняется свойство (2). Обозначим R_{ti} .

Этот резерв показывает, на какую максимальную величину может быть задержан во времени входящий денежный поток p_i без нарушения условия приемлемости (2) и при сохранении остальных денежных потоков.

Свободный резерв величины денежного потока p_i – максимальное уменьшение величины потока p_i , при котором не изменяются полные резервы величины всех последующих входящих потоков. Обозначим R_{fpi} .

Этот резерв показывает, на какую максимальную величину может быть уменьшен входящий денежный поток p_i без уменьшения полных резервов величины всех последующих входящих потоков и при сохранении остальных денежных потоков.

Свободный резерв времени денежного потока p_i – максимальная задержка во времени потока p_i , при которой не изменяются полные резервы времени всех последующих входящих потоков. Обозначим R_{fti} .

Этот резерв показывает, на какую наибольшую величину может быть задержан во времени входящий денежный поток p_i без уменьшения полных резервов времени всех последующих входящих потоков и при сохранении остальных денежных потоков.

Условный резерв величины денежного потока p_i – максимальная часть этого потока, которая может быть задержана до момента $t_i + t$ без нарушения свойства (2). Обозначим $R_{cpi}(t)$.

Этот резерв показывает максимальную часть входящего денежный поток p_i , которая может быть задержана до момента $t_i + t$ без нарушения условия приемлемости (2) и при сохранении остальных денежных потоков.

Условный резерв времени денежного потока p_i – максимальная задержка во времени части p этого потока без нарушения свойства (2). Обозначим $R_{cti}(p)$.

Этот резерв показывает, на какую максимальную величину может быть задержана во времени часть p входящего денежного потока p_i без нарушения условия приемлемости (2) и при сохранении остальных денежных потоков.

Полный объемный резерв денежного потока p_i – максимальное произведение задержки во времени части p этого потока на величину этой задержки, при которых сохраняется свойство (2). Обозначим его R_{vi} .

Этот резерв показывает условный максимальный эффект, который может быть получен от альтернативного использования части p входящего денежный поток p_i без нарушения условия приемлемости (2) и при сохранении остальных денежных потоков.

2.2. Расчетные формулы и их доказательства

Для расчета перечисленных резервов предлагаются нижеследующие формулы, использующие параметры модели (1) и ограничение S_{\min} . Одновременно с расчетными формулами приводятся краткие доказательства их соответствия словесным определениям.

Полный резерв величины денежного потока p_i :

$$R_{pi} = \min(p_i; \min_{j \geq i} S_j - S_{\min}). \quad (3)$$

Доказательство. Обозначим через S'_j запас наличности в момент t_j ($j=1,2,\dots$), соответствующий денежному потоку, полученному из исходного потока путем уменьшения входящего потока p_i на величину резерва R_{pi} .

Очевидно, что $S'_j = S_j \quad \forall j=1,\dots,i-1$;

$$S'_j = S_j - R_{pi} \quad \forall j=i,\dots,n. \quad (4)$$

Для проверки неравенства (2) для измененного потока подставим в (4) формулу подсчета резерва:

$$\begin{aligned} S'_j &= S_j - R_{pi} = S_j - \min(p_i; \min_{l \geq i} S_l - S_{\min}) \geq \\ &\geq S_j - \min_{l \geq i} S_l + S_{\min} \geq S_{\min}, \quad \forall j=i,\dots,n. \end{aligned}$$

Таким образом, измененный поток (при реализации резерва R_{pi}) сохраняет свойство допустимости (2). Уменьшение потока сверх величины R_{pi} или невозможно (при $R_{pi} = p_i$) или приводит к нарушению условия допустимости (для одного из $j \geq i$ будет $S'_j < S_{\min}$).#

Полный резерв времени денежного потока p_i :

$$R_{ti} = \min[T - t_i; \min_{j \geq i} (t_j - t_i | S_j - p_i < S_{\min})]. \quad (5)$$

Доказательство. Условие $S_j - p_i < S_{\min}$ соответствует недопустимой (с точки зрения условия приемлемости потока (2)) величине задержки $t_j - t_i$ потока p_i . Из всех таких моментов для расчета R_{ti} используется наименьший. Задержка потока p_i до момента $t_i + R_{ti}$ не вызывает нарушения условия (2).

Очевидно, что R_{ti} является максимальной величиной задержки входящего платежа p_i без нарушения условия (2). #

Свободный резерв величины денежного потока p_i :

$$R_{fpi} = \min[p_i; \min_{j>i} (\max(0; \min_{k \geq j} (S_k - R_{pj} - S_{\min})))]. \quad (6)$$

Доказательство. Если $p = \min_{k \geq i+1} (S_k - R_{p,i+1} - S_{\min}) \geq 0$, то уменьшение входного потока p_i на величину p не изменит полный резерв величины входящего потока p_{i+1} (при условии сохранения остальных денежных потоков).

Аналогично для p_{i+2} . Если $p = \min_{k \geq i+2} (S_k - R_{p,i+2} - S_{\min}) \geq 0$, то уменьшение входного потока p_i на величину p не изменит полный резерв величины входящего потока p_{i+2} (при условии сохранения остальных денежных потоков) и т.д. #

Свободный резерв времени денежного потока p_i :

$$R_{fti} = \min[(T - t_i); \min_{j>i} \min_{k \geq j} (t_k - t_i | S_k - p_i - p_j < S_{\min})]. \quad (7)$$

Доказательство. Если $S_k - p_i - p_{i+1} \geq S_{\min}$ для всех k таких, что $i+1 \leq k < j$, то задержка во времени потока p_i до момента t_j не изменит полный резерв времени потока p_{i+1} (при условии сохранения остальных денежных потоков).

Аналогично для p_{i+2} . Если $S_k - p_i - p_{i+2} \geq S_{\min}$ для всех k таких, что $i+2 \leq k < j$, то задержка во времени потока p_i до момента t_j не изменит полный резерв времени потока p_{i+2} (при условии сохранения остальных денежных потоков) и т.д. #

Условный резерв величины денежного потока p_i :

$$R_{cpi}(t) = \min(p_i; \min_{j \geq i; t_j \leq t} (S_j - S_{\min})). \quad (8)$$

Доказательство. Расчетная формула (8) совпадает с расчетной формулой для полного резерва величины денежного потока на интервале $[0; t]$. #

Условный резерв времени денежного потока p_i :

$$R_{cti}(p) = \min[T - t_i; \min_{j \geq i} (t_j - t_i | S_j - p < S_{\min})]. \quad (9)$$

Доказательство. Расчетная формула (9) совпадает с расчетной формулой для полного резерва времени денежного потока на интервале $p = p_i$. #

Полный объемный резерв денежного потока p_i :

$$R_{vi} = \max_{t_i < t \leq T} [R_{cpi}(t - t_j) \cdot (t - t_j)] \quad (10)$$

$$\text{или } R_{vi} = \max_{0 < p \leq p_i} (R_{cti}(p) \cdot p) . \quad (11)$$

Доказательство. Предположим, что существуют такое уменьшение Δp_i величины входящего потока p_i и такая его задержка Δt_i во времени, что $\Delta p_i \cdot \Delta t_i > \max_{t_i < t \leq T} (R_{cpi}(t) \cdot t)$ (без нарушения условия приемлемости и при сохранении остальных денежных потоков).

По определению R_{cpi} должно выполняться неравенство $R_{cpi}(\Delta t_i) \geq \Delta p_i$. Тогда $R_{cpi}(\Delta t_i) \geq \Delta p_i \cdot \Delta t_i$. Пришли к противоречию.

Доказательство эквивалентности формул (10) и (11) выполняется аналогично. #

Для численных расчетов полного объемного резерва более удобной является формула

$$R_{vi} = \max[R_{cpi}(T - t_i) \cdot (T - t_i); \max_{t_j > i} (R_{cpi}(t_j - t_i) \cdot (t_j - t_i))]. \quad (12)$$

Доказательство эквивалентности формулы (12) формуле (10). Пусть существуют такие t и $R_{cpi}(t - t_i)$, что $t < t_j$, где t_j – ближайший больший по величине момент возникновения потока (или входящего, или выходящего) после момента t или T , если такого потока нет. И пусть

$$R_{cpi}(t - t_i) \cdot (t - t_i) > R_{cpi}(t_j - t_i) \cdot (t_j - t_i) . \quad (13)$$

Так как на интервале $[t; t_j]$ величина резерва $R_{cpi}(l - t_i) = R_{cpi}(t_j - t_i)$, где $l \in [t; t_j]$, то $R_{cpi}(t_j - t_i) \cdot (t_j - t_i) > R_{cpi}(t - t_i) \cdot (t - t_i)$.

Пришли к противоречию. #

2.3. Числовой пример

Числовой пример денежного потока дан в табл. 1 и проиллюстрирован на рис. 1.

Для этого примера выполнены расчеты всех перечисленных резервов. Результаты расчетов сведены в табл. 1.

Выводы

В целом результаты, изложенные в данной статье, должны быть полезными в оперативном управлении движением наличности для количественной оценки рисков, связанных с потерей предприятием своей платежеспособности.

Таблица 1

Условный денежный поток и резервы входящих денежных потоков

Показатель	Значение											Всего
	1	4	6	8	10	14	16	17	18	19	22	
Момент возникновения потока												0
Величина потока	10	-6	13	-15	8	3	-5	11	5	-15	9	18
Величина потока нарастающим итогом	10	4	17	2	10	13	8	19	24	9	18	
Полный резерв величины	1		1	0	7	3	0	8	5	0	9	
Свободный резерв величины	0		0		0	0		3	5		9	
Полный резерв времени	3		2		6	11		2	7		3	
Свободный резерв времени	3		2		6	5		2	7		3	
Условный резерв величины	3		1		8	3		8	5		9	
Условный резерв времени	7		2		15	11		8	7		3	
Объемный резерв времени	30		26		84	24		40	20		27	

Приведенный пример показывает, что даже в случае простого условного примера разные виды резервов численно различаются между собою.

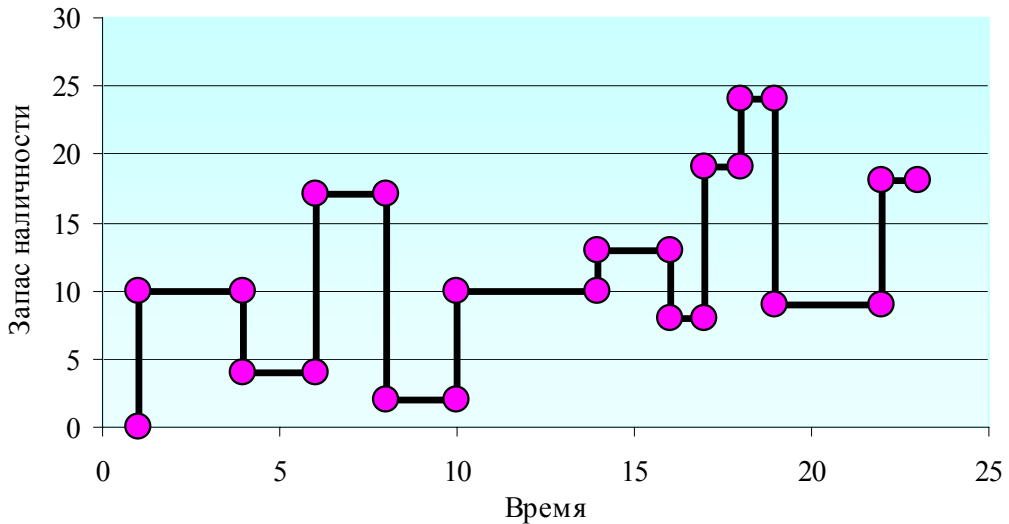


Рис.1. График изменения запаса наличности
для условного денежного потока

Литература

1. Львутин П.П. Моделирование потоков денежных средств компании / П.П. Львутин // *Корпоративные Финансы*. – 2007. – № 2. – С. 55 – 82.
2. Тумаева А.В. Анализ денежного потока [Электронный ресурс] / А.В. Тумаева. – Режим доступа: <http://investorov.net/teory/58.html>.
3. Maness Terry S. Short-term financial management fort worth / Terry S. Maness, John T. Zietlow // *Dryden Press*. – 1998. – 150 p.
4. Dotsey Michael An investigation of cash management practices and their effects on the demand for money / Michael Dotsey // *Economic review*. – 1984. September/October. – P. 3 – 12.
5. Garbade Kenneth D. Recent innovations in treasury cash management/ Kenneth D. Garbade, John C. Partlan, Paul J. Santoro // *Current issues in economics and finance, Federal Reserve Bank of New York*. – 2004. – Numb. 11, Vol. 10. – С. 15 – 28.
6. Bajo A. Managing the Cash and Liquidity of the Croatian Budge / A. Bajo // *Financial Theory and Practice*. – 2005. – № 29 (2). – P. 175 – 204.
7. Michalski Grzegorz. Risk-based cash demand in a firm [Электронный ресурс]/ Grzegorz Michalski // *Managing and modeling of financial risk*. – 2006 – P. 179 – 185. – Режим доступа: <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/4541>.

8. Заболотский В.П. Математические модели в управлении: учебн. пособие / В.П. Заболотский, А.А. Оводенко, А.Г. Степанов. – СПб.: ГУАП, 2001. – 196 с.

Рецензент: д-р екон. наук, проф. Н.І. Чухрай, Національний університет “Львівська політехніка”, Львів.

РЕЗЕРВИ ВЕЛИЧИНИ І ЧАСУ ВХІДНИХ ГРОШОВИХ ПОТОКІВ У ОПЕРАТИВНОМУ УПРАВЛІННІ ГОТІВКОЮ

Б.І. Душин

Запропоновано поняття резервів часу й величини вхідних грошових потоків, що кількісно характеризує ризики, пов'язані із зміною величини таких потоків. Розглядаються можливості затримок у часі й зменшення величини вхідних грошових потоків та даються кількісні оцінки цих змін, що базуються на якості платоспроможності. Обґрунтовані доказами пропонувані формули розрахунку основних видів таких резервів. Приведено числовий приклад розрахунку умовного грошового потоку і резервів вхідних грошових потоків.

Ключові слова: грошовий потік, резерв часу чи величини, ризик втрати платоспроможності.

SIZE AND TIME RESERVES OF INCOMING CASH FLOW IN A DAY-TO-DAY MANAGEMENT OF CASH

B.I. Dushin

Concepts of time and size reserves of incoming cash flow, which quantitatively characterizes risks linked to size of such cash flow, are offered. Possibilities of time lags and reduction of incoming cash flow size are considered and the quantitative estimations of these changes based on quality of solvency are given. Offered formulas of such reserves calculation are proved. The numerical example of calculation of a conditional cash flow and incoming cash flow reserves is given.

Key words: cash flow, time or size reserve, risk of solvency loss.

Душин Борис Ігорович – канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри економіки, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків, e-mail: boris_dushyn@yahoo.co.uk.