УДК 620.012.122

**В.М. ГАВВА, Л.О. ХАРІХ**

***Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського “ХАІ”***

# ПІДГОТОВКА ГОСПОДАРСЬКОГО РІШЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛЮДИНО-МАШИННИХ ПРОЦЕДУР

*Пропонується алгоритм проведення цілеспрямованого пошуку прийнятного варіанта господарського рішення, який складається з послідовного виявлення особою, наділеною правом приймати рішення (ОПР), переваг у просторі показників ефективності й дослідження за допомогою електронно-обчислювальної машини (ЕОМ) припустимої множини альтернатив, тобто алгоритм побудований у режимі діалогу ОПР – ЕОМ. Це є актуальнім, коли немає узагальнюючого показника в явному вигляді. ЕОМ видає прийнятне рішення, коли ОПР переконується в недоцільності подальших спроб одержати розумний компроміс при даній математичній моделі.*

***Ключові слова:** господарське рішення, людино-машинна процедура, алгоритм, ефективність, процес.*

## Вступ

Процес підготовки господарських рішень потребує застосування різних методів, методик і обчислювальної техніки. Особливо це стосується господарських рішень стратегічного рівня, де розглядається велика кількість альтернатив. Існує клас завдань прийняття рішень, у яких ПЕОМ відіграє особливу роль, оскільки рішення виробляється в результаті кількаразової взаємодії ОПР і персональної електронно-обчислювальної машини (ПЕОМ). Як правило, у цих завданнях є часткова формалізація проблеми, визначені параметри моделі й співвідношення між ними. Якість процесів, що протікають у моделі, оцінюється за багатьма критеріями. У той же час зв'язок між критеріями, ступінь компенсації зміни якості одного критерію зміною якості іншого заздалегідь невідомі. Проблема складається саме у визначенні найкращого для ОПР співвідношення між критеріями, що досягається при даній моделі.

## 1. Постановка задачі

Для пошуку прийнятного рішення при оптимізації господарських рішень залучається фахівець – особа наділена правом приймати рішення ОПР. Для формування нечітких вказівок, особливо в умовах невизначеності, що завжди мають місце на етапі формування господарських рішень і в бізнесі, і у виробничий сфері, найбільш підходящими є природна або проблемно-орієнтована мови. Для реалізації завдань з підготовки господарських рішень в даних умовах виникає необхідність застосування людино-машинних процедур, які в свою чергу потребують розробки на методологічному і алгоритмічному рівнях.

## 2. Результати

При оцінці господарських рішень по декількох показниках ефективності виникають непорівнянні варіанти рішень, які по одним показникам краще, а за іншими гірші.

Розглянемо ситуацію, коли потрібно, проаналізувавши n окремих критеріїв виду $f_i(\vec{X})$, $i = 1, \dots, n$, де $\vec{X}$ – вектор m факторів ефективності, винайти доцільне рішення при відсутності узагальнюючого показника в явному вигляді.

При $n = 1$ задача суттєво спрощується і пошук рішення відповідає задачі однокритеріальної оптимізації.

При $n > 1$ для цілеспрямованого пошуку доцільного рішення можна використати наступний алгоритм людино-машинної процедури [1].

Алгоритм проведення цілеспрямованого пошуку прийнятного варіанта господарського рішення припускає наступні три допущення:

$\Omega$ – опукла множина в просторі факторів, обумовлена обмеженнями $X=\{x_1,\dots,x_m\}$;

$Z\left[f_1(X),...,f_n(X)\right]$ – вгнута зростаюча (або опукла убутна) і диференціюєма функція, що визначається з точністю до позитивного лінійного перетворення;

$f_i(\vec{X})$, $i=\overline{1,n}$ – вгнуті (опуклі) функції, що диференціюються.

Вираз $Z\left[f_1(X),...,f_n(X)\right]$ – згортка функцій, що існує в ОПР, але явно її не можна записати. Незважаючи на неявний характер функції $Z[F]$, ОПР необхідно повідомити про неї деяку інформацію. Ця інформація в даному алгоритмі необхідна для визначення на початку кожної ітерації напрямку дослідження припустимої множини (інформація першого типу), а наприкінці ітерації – початкової точки для наступної ітерації (інформація другого типу).

Таким чином, задача пошуку прийнятного варіанта господарського рішення складається в пошуку такого $X^o \in \Omega$, котре забезпечує прийнятне оптимального значення за кожним показником ефективності, тобто $f_i(X) \longrightarrow opt$, $i=\overline{1,n}$ при $X \in \Omega$.

## 2.1. Процес пошуку й ухвалення рішення

Задача пошуку прийнятних значень показників розглядається в такому вигляді:

знайти
$$\min_{X\in\Omega} Z\left[f_1(X),...,f_n(X)\right]. \qquad (1)$$

Весь процес пошуку складається з ряду етапів.

**Етап 1.** Задається початкова точка пошуку $X_1 \in \Omega$.

Якщо ця точка не належить припустимій області, потрібно зробити пошук точки, що належить припустимої області.

У точці, що задовольняє обмеженням, прораховуються значення показників, і ОПР оцінює результат рахунку.

Якщо якісь показники не задовольняють вимогам, ОПР приймає рішення продовжити пошук і переходить до етапу 2.

Припустимо, що К = 1.

**Етап 2.** ОПР видає інформацію першого типу, тобто задає можливі бажані зміни всіх показників. На підставі отриманої інформації ЕОМ знаходить напрямок переміщення в області варіативних змінних шляхом рішення задачі пошуку

$$\min_{X_k \in \Omega} \nabla x\ Z\left[f_1\left(X_k\right),...,f_n\left(X_k\right)\right]. \tag{2}$$

Припустимо $G_k = X_k^o - X_k$.

**Етап 3.** ОПР видає інформацію другого типу, тобто визначає переміщення h уздовж знайденого напрямку $G_k$.

Якщо показники, розраховані уздовж знайденого напрямки на всім h, не задовольняють ОПР, і ОПР не може прийняти рішення щодо закінчення пошуку, то із всіх точок, що належать напрямку переміщення, рішенням задачі на знаходження мінімуму функції визначається наступна К + 1 початкова точка пошуку, у результаті відшукання

$$\min\ Z\left[f_1\left(X_k + hG_k\right),...,f_n\left(X_k + hG_k\right)\right]. \tag{3}$$

Таким чином, на цьому етапі ми маємо справу з одномірним розглядом вихідної задачі. Задаємо $X_{k+1} = X_k + hG_k$, К = К + 1 і повертаємося до етапу 2.

Оскільки функція Z не задана в явному виді, етапи 2 і 3 не можуть бути повністю реалізовані на ЕОМ. Обидва ці кроки вимагають певної інформації про функції Z. Ця інформація може бути отримана тільки від ОПР, що ще раз підтверджує необхідність людино-машинної процедури пошуку й ухвалення рішення про варіант господарського рішення.

Процедура пошуку прийнятного варіанта господарського рішення заснована на методі Франка-Вульфа [2], сутність якого полягає в наступному.

Об’єкт оцінюється показником, що представляє із себе опуклу (або ввігнуту) функцію Z(X), на параметри якої накладаються лінійні обмеження, що виділяють припустиму область

$$\Omega = \left\{X \middle| a \le X \le b, X \ge 0\right\}. \tag{4}$$

Згортка показників $f_i(X)$ в один показник Z(X) явно не задана.

Припустимо, що $X_o \in \Omega$ – довільна початкова (нульова) точка. У цій точці нелінійна функція Z(X) заміняється лінійною L(X), що оптимізується в області $\Omega$.

Якщо рішенням задачі є точка $F_0$, то із точки $X_0$ в напрямку $F_0$ відбувається зсув до пошуку локального оптимуму функції Z(X), а саме до точки $X_1$.

У новій точці $X_1$ функція Z(X) знову заміняється лінійною, вирішується задача лінійного програмування й т.д.

Рішення досягається за кілька кроків, тобто метод є кінцевим.

Коефіцієнти при невідомій лінійній функції L(X) повинні задаватися так, щоб дотримувалася адекватність стосовно Z(X). М. Франк і Ф. Вульф довели, що як коефіцієнти лінійної функції необхідно вибирати частки похідні нелінійної функції Z(X), які обчислюють у точці початку кожної ітерації.

Розроблений алгоритм дозволяє приблизно визначити частинні похідні не заданої явно функції Z(X) на підставі інформації від ОПР.

Розглянемо більш докладно участь ОПР у процесі пошуку рішення.

## 2.2. Людино-машинна процедура пошуку й ухвалення рішення

Градієнт складної функції представляється у вигляді

$$\begin{aligned}\nabla x Z\left[f_1(X_k),\ldots,f_n(X_k)\right] &= \left.\frac{\partial Z}{\partial f_1}\right|_k \nabla x f_1(X_k)+\ldots+\left.\frac{\partial Z}{\partial f_n}\right|_k \nabla x f_n(X_k)= \\ &= \left.\frac{\partial Z}{\partial f_1}\right|_k \left.\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+\ldots+\frac{\partial f_1}{\partial x_m}\right)\right|_k+\ldots+\left.\frac{\partial Z}{\partial f_n}\right|_k \left.\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}+\ldots+\frac{\partial f_n}{\partial x_m}\right)\right|_k,\end{aligned} \tag{5}$$

де $\left.\frac{\partial Z}{\partial f_1}\right|_k$ – і-та частинна похідна від Z у точці $X_k$;

$\nabla x f_i(X_k)$ – градієнт функції $f_i(X)$ в точці $X_k$.

Відповідно до запропонованого методу на етапі 2 вирішується задача мінімізації цільової функції, що представляє собою лінійну функцію $L(X^0)$ виду

$$L(X^0) = l_1 x_1^o + l_2 x_2^o + ... + l_m x_m^o . \quad (6)$$

Якщо над лінійною функцією зробити афінне перетворення у вигляді ділення на позитивний коефіцієнт, то оптимальне рішення $X^0$ цієї функції не зміниться. Розділимо цільову функцію на будь-який коефіцієнт $\partial Z / \partial f_i$ . Показник ефективності, що виступає в ролі дільника, називається опорним показником [3].

Приймемо в якості опорного перший показник. Тоді вираз (2) можна записати так:

$$\min_{X^0 \in \Omega} \sum_{i=1}^{n} a_{ik} \nabla x f_i (X_k) X^o , \quad (7)$$

де $a_{ik} = \frac{\partial Z / \partial f_i}{\partial Z / \partial f_1} \Big|_k$ , $a_{ik}$ відображає відносну важливість для ОПР першого й і-го показників у поточній точці.

Оптимізацію функції (7) можна здійснити тільки після знаходження величин $a_{ik}$ .

Якщо ОПР уважає, що нове рішення X, отримане зі старого $X_k$ шляхом зміни значень першого й і-го показників відповідно на величини $\Delta_1$ й $\Delta_i$ (значення інших показників залишаються незмінними), рівноцінно старому рішенню, то приблизно можна записати, що

$$a_{ik} = -\frac{f_1(X) - f_1(X_k)}{f_i(X) - f_i(X_k)} . \quad (8)$$

Апроксимація буде тим точніше, ніж точніше будуть задаватися величини $\Delta_1$ й $\Delta_i$ [3].

На черговому етапі пошуку рішення задачі ОПР бере участь при оптимізації уздовж визначеного ЕОМ напрямку.

У цьому випадку розглядається залежність тільки від однієї змінної h. Для зручності будуються криві $f_i(X_k + hG_k)$ для кожного з n показників на інтервалі значень h від 0 до 1. Ці криві ЕОМ зображує на одному графіку для наочності й пред'являє ОПР для аналізу.

Згідно даним закордонних авторів, ОПР без особливих утруднень може прийняти рішення на цьому етапі для 6...8 критеріїв [3].

### 2.3. Реалізація алгоритму пошуку й прийняття рішень

Крок1. Задати будь-яку альтернативу $X_1$ на області факторів, що належать $\Omega$. Привласнити К значення 1, тобто К=1.

Крок 2. Обчислити вектор $F = \{f_1(X),...,f_n(X)\}$ у точці й вивести результати у вигляді таблиці, що представити ОПР для аналізу. Якщо результат для ОПР прийнятний, пошук рішення припинити, інакше перейти до кроку 3.

Крок 3. Увести коефіцієнти байдужності $\Delta_{ik}$, $i = 1, 2,..., n$, задані ОПР.

Крок 4. Визначити коефіцієнти

$$a_{ik} = -\frac{\Delta_{1k}}{\Delta_{ik}},\ i = [1:n]. \tag{9}$$

Крок 5. Обчислити частки похідні від $f_i(X)$ у точці $X_k$

$$\left.\frac{\partial f_1}{\partial X}\right|_k = \left\{\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\frac{\partial f_1}{\partial x_2}...\frac{\partial f_1}{\partial x_m}\right\}\Big|_k;$$
$$..........................................\tag{10}$$
$$\left.\frac{\partial f_n}{\partial X}\right|_k = \left\{\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\frac{\partial f_n}{\partial x_2}...\frac{\partial f_n}{\partial x_m}\right\}\Big|_k.$$

Крок 6. Визначити вектор коефіцієнтів

$$L_k = \{l_{1k}, l_{2k},..., l_{mk}\}.$$

$$\begin{aligned}
l_{1k} &= a_{1k}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + a_{2k}\frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \ldots a_{nk}\frac{\partial f_n}{\partial x_1};\\
l_{2k} &= a_{1k}\frac{\partial f_1}{\partial x_2} + a_{2k}\frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \ldots a_{nk}\frac{\partial f_n}{\partial x_2};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
l_{mk} &= a_{1k}\frac{\partial f_1}{\partial x_m} + a_{2k}\frac{\partial f_2}{\partial x_m} + \ldots a_{nk}\frac{\partial f_n}{\partial x_m}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Крок 7. Сформувати лінійну функцію *L(X)* у вигляді

$$L(X) = l_{1k}x_1 + l_{2k}x_2 + \ldots l_{mk}x_m . \tag{12}$$

Крок 8. Знайти вектор, при якому лінійна функція досягає мінімуму

$$\begin{aligned}
&\min(l_{1k}x_1 + l_{2k}x_2 + \ldots l_{mk}x_m),\\
&X^0 \in \Omega
\end{aligned} \tag{13}$$

де $X^0 = \left\{x_1^o x_2^o \ldots x_m^o\right\}$.

Крок 9. Визначити напрямок подальшого пошуку прийнятного рішення

$$G_k = X^o - X_k = \left\{(x_1^0 - x_{1k})(x_2^0 - x_{2k})\ldots(x_m^0 - x_{mk})\right\}. \tag{14}$$

Крок 10. Обчислити функцію *Z(F)* уздовж $G_k$ із кроком *h* відповідно до виразу

$$Z\left[f_1(X_k + hG_k), f_2(X_k + hG_k), \ldots, f_n(X_k + hG_k)\right], \tag{15}$$

де h=0, $\Delta h$ , $2\Delta h$ ,….

Крок 11. Вивести значення функцій у вигляді таблиці або графіків і представити їх ОПР для аналізу. Якщо один з результатів прийнятний, пошук рішення закінчити. У противному випадку ОПР вибирає крок $h_k$ і знову задає коефіцієнти байдужності $\Delta_{ik}$ .

Крок 12. Надати змінним нові значкння

$$X_{k+1} = X_k + h_k G_k,\ K = K + 1$$

й перейти до кроку 3.

## Висновки

ОПР у пропонованому алгоритмі приймає рішення не в просторі технічних параметрів господарських рішень, а в просторі показників. Незважаючи на те, що в остаточному підсумку альтернатива формується в просторі параметрів, фахівцеві легше ухвалити рішення щодо показників ефективності господарських рішень. Це є актуальним коли важко винайти доцільне рішення при відсутності узагальнюючого показника в явному вигляді.

## Література

*1. Сафронов Я.В. Человеко-машинная процедура выбора оптимального варианта автоматизированных испытательных машин / Я.В. Сафронов, В.Н. Гавва // Математические модели, методы и системы обработки информации и принятия решений: сб. научн. тр. Харьк. авиац. ин-та. – Х.: ХАИ, 1988. – С. 47-51.*

*2. Кюнци Г.П. Нелинейное программирование / Г.П. Кюнци, В. Крелле. – М.: Сов. радио, 1965. – 303 с.*

*3. Джоффрион А. Решение задач оптимизации при многих критериях на основе человеко-машинных процедур / А. Джоффрион, Дж. Дайер, А. Фрайберг // Вопросы анализа и процедуры принятия решения. – М.: Мир, 1976. – С. 126-145.*

**Рецензент:** д-р екон. наук, проф. М.О. Кизим, Науково-дослідний центр індустріальних проблем розвитку НАН України, Харків.

## ПОДГОТОВКА ХОЗЯЙСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ ПРОЦЕДУР

***В.Н. Гавва, Л.А. Харих***

Предлагается алгоритм проведения целенаправленного поиска приемлемого варианта хозяйственного решения, который составляется из последовательного выявления лицом, наделенным правом принимать решение (ЛПР), преимуществ в пространстве показателей эффективности и исследования при помощи электронно-вычислительной машины (ЭВМ) допустимого множества альтернатив, то есть алгоритм, построенный в режиме диалога ЛПР – ЭВМ. Это актуально, когда нет обобщающего показателя в явном виде. ЭВМ выдает приемлемое решение, когда ЛПР убеждается в нецелесообразности дальнейших попыток получить разумный компромисс в данной математической модели.

**Ключевые слова:** хозяйственное решение, человеко-машинная процедура, алгоритм, эффективность, процесс.

## PREPARATION OF ECONOMIC DECISION THROUGH HUMAN-MACHINE PROCEDURES

***V.N. Gavva, L.A. Kharikh***

The algorithm of lead through of purposeful search of possible variant of economic decision, which is made from a successive exposure a person, is offered, by the allotted right to make decision (PMD), advantages in space of indexes of efficiency and research through the computer of possible great number of alternatives, that an algorithm is built in the mode of dialog of PMD – computer. It is actual, when a summarizing index is not in an obvious kind. Computer is given out by feasible solution, when PMD makes sure in pointlessness of further attempts to get a reasonable compromise in this mathematical model.

**Key words:** economic decision, human-machine procedure, algorithm, efficiency, process.

**Гавва Владимир Николаевич** – канд. экон. наук, проф. кафедры экономико-математического моделирования, Национальный аэрокосмический университет, им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

**Харих Лариса Александровна** – аспирантка кафедры экономико-математического моделирования, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.