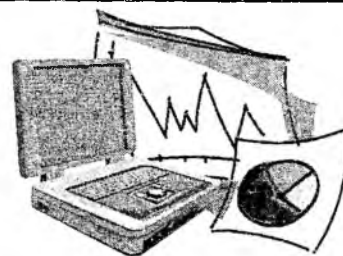


ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ



УДК 519.86

Векленко А.В., Лісовенко М.М.

ОПТИМІЗАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОРТФЕЛЮ ЦІННИХ ПАПЕРІВ УЧАСНИКА ФОНДОВОГО РИНКУ

У загальному вигляді вирішено задачу оптимізаційного моделювання структури портфеля цінних паперів. The task of optimization design of structure of brief-case of securities is solved.

У наш час дослідження проблеми портфельного інвестування є одним з найбільш актуальних завдань економічної науки. В сучасних умовах України інвестиції повинні стати одним з найважливіших способів забезпечення виходу з довгострокової економічної кризи, досягнення реальних структурних зрушень у народному господарстві, технічного переозброєння, підвищення якісних показників господарської діяльності на мікро- та макрорівні і, головне, життєвого рівня населення. Активізація інвестиційного процесу є умовою продовження соціально-економічних перетворень. Реальна економічна ситуація в Україні значно ускладнює інвестиційну діяльність. Обсяг вкладень не забезпечує передумов росту і навіть повноцінного відтворення дійсного стану. Фактично країна існує за рахунок безповоротного споживання успадкованого виробничого потенціалу [3]. Назріла необхідність розробки адекватного ринковим відносинам інвестиційного механізму, що органічно об'єднає форми приватного та державного інвестування і забезпечення оптимізації взаємозв'язків різних суб'єктів інвестиційної діяльності, створення відповідної законодавчо-нормативної бази й інших засобів, що регламентують інвестиційний процес як на рівні окремої фірми чи галузі, так і національної економіки в цілому [8]. Сьогодні, в період гучних інвестиційних процесів, коли значна частина капіталів у вигляді корпоративних прав стратегічних об'єктів переходить у приватну власність вітчизняних і закордонних інвесторів активно розвивається ринок українських цінних паперів [10]. Даний процес у найближчому майбутньому потребує обґрунтованої законодавчої бази та основних принципів поведіння на такому ринку. Саме від адекватності прийнятих інвестиційних рішень буде залежати майбутній стан основних капіталів України.

Під інвестуванням у широкому сенсі розуміється будь-який процес, що має за мету збереження та збільшення вартості грошових або інших інструментів. Засоби, призначені для інвестування, являють собою інвестиційний капітал [1]. З часом цей капітал може приймати різні конкретні форми. Той чи інший конкретний вид інвестиційного капіталу називається інвестиційним активом. Одними з них є цінні папери - документи встановленої форми з відповідними реквізитами, що засвідчують грошові чи інші майнові права, визначають взаємини особи, що їх розмістила (видала), і власника, і передбачають виконання зобов'язань згідно з умовами їх розміщення, а також можливість передачі прав, що впливають з цих документів, іншою особою [12].

З визначень інвестування і інвестиційних активів, вказаних вище, вбачається найважливіша роль двох факторів: часу та вартості. Найважливіший принцип інвестування полягає у тому, що вартість активу змінюється з часом[13]. З часом пов'язана ще одна характеристика процесу інвестування - ризик. Хоча інвестиційний капітал має цілком визначену вартість у початковий момент часу, його майбутня вартість у цей момент невідома. Для інвестора ця майбутня вартість є очікуваною величиною.

Під інвестиційним портфелем розуміють деяку сукупність цінних паперів, що належать фізичній чи юридичній особі, або юридичним чи фізичним особам, виступає як цілісний об'єкт управління[6]. Звичайно на ринку продається деяка інвестиційна якість із заданим співвідношенням Ризик/Доход, яке у процесі управління портфелем може бути поліпшено. Портфель являє собою визначений набір корпоративних акцій, облігацій з різним ступенем забезпечення та ризику, а також паперів з фіксованим доходом, гарантованим державою, тобто з мінімальним ризиком втрат по основній сумі та поточним надходженням. Теоретично портфель може складатися з паперів одного виду, а також змінювати свою структуру шляхом заміщення одних паперів іншими. Однак кожний цінний папір окремо не може досягти такого результату[4].

Основна задача портфельного інвестування - поліпшити умови інвестування, додавши сукупності цінних паперів такі інвестиційні характеристики, які недосяжні з позиції окремо взятого цінного папера, і можливі тільки при їх комбінації[3]. Таким чином, сформулюємо завдання дослідження:

- розкриття економічного змісту інвестицій і інвестиційної діяльності в сучасній Україні;
- визначення ролі та місця інвестицій у забезпеченні економічного зростання країни;
- визначення найбільш істотних факторів, що впливають на інвестиційну активність суб'єктів, що господарюють, і напрямків її активізації;
- розробка методів і моделі, що дозволяє знизити ризик на інвестиції і максимізувати прибуток;
- оцінка ефективності побудованої моделі, її адекватності для інвестиційних проектів в українській практиці.

Перед нами стоїть завдання здійснити вибір і обґрунтування методики з формування портфелю цінних паперів і провести практичні розрахунки, пов'язані з його створенням на прикладі побудови портфелів цінних паперів (акцій і облігацій). Виходячи з цього, запропонований портфель цінних паперів, принципове значення якого полягає в обґрунтуванні застосування математичних методів до формування портфелю цінних паперів.

Формування сукупного портфелю цінних паперів інвестора провадиться у декілька етапів. Перші два етапи містять у собі визначення структури оптимальних портфелів державних облігацій і корпоративних акцій. Третій етап є синтезом двох попередніх і являє собою визначення кінцевої структури загального портфелю. У завершених проведена оцінка ефективності застосування моделей до визначених ринків.

За вихідні дані для реалізації методики прийнято:

1. курс облігацій за період нагромадження інформації (K_{it});
2. розрахована на основі курсу та календаря купонних виплат річна ефективна прибутковість до погашення облігацій (r_{it}).

Для вирішення задачі знаходження оптимальної структури портфелю державних облігацій скористаємося моделлю Марковіца, використовуючи наступні кроки:

1. знаходження математичного очікування та дисперсії ефективної прибутковості кожної облігації;
2. знаходження коваріацій між ефективними прибутковостями кожної пари облігацій;

3. визначення структури та місця розташування ефективної множини;
4. вибір прийняттого співвідношення прибутковості та ризику;
5. знаходження частки інвестицій d_i у кожен облігацію.

Параметрична модель Марковіца допускає ефективну статистичну оцінку. Параметри цієї моделі можна оцінити виходячи з наявних статистичних даних за минулі періоди.

Математичне очікування ефективної прибутковості кожної облігації (r_i) визначається наступним чином:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it} \quad (1)$$

де r_{it} – ефективна прибутковість i -ї облігації в період часу t , %, $i = 1, \dots, n$;

t – номер періоду діапазону накопичення інформації, $i = 1, \dots, m$;

T – довжина періоду накопичення інформації.

Стандартне відхилення ефективної прибутковості i -ї облігації (σ_i) визначається за формулою:

$$\sigma_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \bar{r}_i) \quad (2)$$

Коваріація між ефективними прибутковостями i -ї та j -ї облігацій (σ_{ij}) визначається за формулою:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \bar{r}_i)(r_{jt} - \bar{r}_j) \quad (3)$$

де r_{it} та r_{jt} – ефективні прибутковості, відповідно, i -ї та j -ї облигації в період часу t , %;

r_i та r_j – ефективні прибутковості, відповідно, i -ї та j -ї облигації в період часу t , %.

Наступний етап у визначенні оптимальної структури портфелю - побудова ефективної множини за допомогою методу лінійного програмування, тобто при заданому значенні прибутковості портфеля, мінімізувалася величина ризику, тобто стандартного відхилення портфелю[5].

Для визначення точки перебування на ефективній множині оптимального портфелю будують криві байдужості. Через те, що це досить важко здійснити на практиці, можна обмежитися простим вибором цієї точки на графіку, виходячи з власних припущень.

Нами було прийняте рішення вважати за доцільне при формуванні оптимального портфелю для даного інвестора портфель з прибутковістю 20% річних (що на 8-10% відсотків більше ніж пропозиція по депозитах банків).

Для формування портфеля акцій будемо використовувати синтез відразу декількох моделей. За основу прийнято модель оцінки фінансових активів, яка використовує ринковий портфель, що містить всі цінні папери, що обертаються на ринку. На практиці, однак, у зв'язку з тим, що точно визначити структуру ринкового портфеля не вдається, використовують ринковий індекс. Тому "бету", визначену за допомогою ринкової моделі Шарпа, незважаючи на концептуальне розходження, приймають як оцінку "бети" у моделі оцінки фінансових активів.

Ринковий портфель у моделі оцінки фінансових активів є тотожним "дотичному" портфелю в моделі Тобіна з безризиковим активом[2]. Тому "дотичний" портфель будемо розраховувати за допомогою алгоритму Елтона-Грубера-Падберга, що застосуємо до моделі Тобіна, що значно спрощує розрахунок. За безризикову ставку приймемо прибутковість оптимального портфелю державних облігацій. Хоча державні цінні папери не є цілком безризиковим інструментом, з деякими обмеженнями ми можемо зробити таке припущення. Тим більше, це припущення робить обидва портфелі більш взаємозалежними.

Хоча для застосування алгоритму Елтона-Грубера-Падберга необхідно лише значення "бети", інтерес представляють й інші параметри регресійного аналізу ринку акцій. При цьому залежність прибутковості цінного папера від прибутковості індексу визначається формулою (4).

$$r_i = \alpha_{iI} + \beta_{iI} \cdot r_I + \varepsilon_{iI}, \quad (4)$$

где r_i – прибутковість цінного паперу i за даний період;

r_I – прибутковість на ринковий індекс I за той самий період;

α_{iI} – коефіцієнт зміщення;

β_{iI} – коефіцієнт нахилу;

ε_{iI} – випадкова похибка.

Значення регресійних показників β та α залежать від глибини розрахунку, тобто від розміру тимчасового ряду значень прибутковостей ринкового індексу і цінного паперу, що розглядається. Середньозважена ціна розраховується за формулою:

$$\bar{P} = \frac{\min(best_bid) + \max(best_ask)}{2}, \quad (5)$$

де $best_bid$ и $best_ask$ – функції кращих котирувань на купівлю та продаж відповідно.

Коефіцієнт "бета" показує, як прибуток по акції змінюється відповідно до динаміки ринкового прибутку. Позитивне значення бета-коефіцієнта означає тенденцію акцій підвищуватися в тому ж напрямку, що й ринок; негативне значення "бета" вказує на тенденцію руху проти ринку. Показник "бета" більше одиниці визначає акцію, що проявляє тенденцію в пропорційному відношенні змінюватися більшим чином, ніж ринок. Доход по ній підвищується ще більше в момент загального підвищення прибутковості ринку і знижується більше в момент загального зниження доходу ринку. Бета-коефіцієнт менше одиниці характеризує акцію, доход за якою менш мінливий, ніж ринок[14].

Коефіцієнт "альфа" характеризує очікуваний доход на акцію в момент достатньої стабільності цін на акції в цілому, коли доход ринку дорівнює нулю. Вважається, що переоцінені акції будуть кориктуватися ринком зменшенням ринкової ціни. Прийняття рішень на основі альфа-коефіцієнта застосовується при оперативному управлінні портфелем цінних паперів[9]. Завданням даного дослідження є формування оптимального портфелю на основі співвідношення ризику та прибутковості, тому відбір акцій на основі альфа-коефіцієнта в даному випадку не застосовуємо. Коефіцієнт R-squared є коефіцієнтом детермінації й тому змінюється в межах від 0 до 1. Його обчислення на практиці вказує на те, що дані акції слабо корелюють з ринком. Для оптимізації портфелю

досить визначення математичного очікування як середньоарифметичної минулих прибутковостей. Математичне очікування не відбиває дійсний прогноз прибутковості акцій, що провадиться на основі всіх факторів, що впливають, але його достатньо для застосування математичних моделей побудови оптимального портфелю цінних паперів.

До специфіки українського ринку акцій відноситься обмежена кількість ліквідних інструментів і схожість їх динаміки. Таким чином, побудова добре диверсифікованого портфелю акцій ускладнена, ризик залишиться дуже високим, а його прибутковість буде залежати від індексу [11]. Крім того, альфа, бета-коефіцієнти дуже хитливі.

При спробі знайти структуру оптимального портфелю акцій за допомогою п'ятикрокового алгоритму Елтона-Грубера-Падберга за безризикову ставку приймемо очікувану прибутковість портфелю ОВДЗ на рівні 20% річних. Хоча в розрахованому портфелі державних облігацій присутня деяка частка ризику, з деякими припущеннями прибутковість по ньому можна прийняти в якості безризикової.

Розглянемо етапи розробленої методики складання оптимального портфелю.

1. Необхідно впорядкувати цінні папери в порядку убуття відношення доходності до систематичного ризику - відношення Трейнора ($RVOL_i$). Під прибутковістю у даному випадку розуміється "винагорода" за придбання даного цінного папера, що перевищує безризикову прибутковість. Систематичний ризик визначається бета-коефіцієнтом цінного папера.

2. Найбільше значення Трейнора буде отримано акцією n . Починаючи з цієї акції, будемо додавати цінні папери одну за одною і обчислювати показник Φ_i .

3. Порівнюючи величини Φ_i з відповідними $RVOL_i$ до тих пір, доки Φ_i менше $RVOL_i$, отримаємо, що, починаючи з $i = n$, це співвідношення змінюється на протилежне. Цінні папери з 1 по n будуть мати ненульові ваги в портфелі, а інші - нульові. Таким чином, n є "ставкою відсіку" для відношення Трейнора.

4. Після того, як визначено, які акції будуть включені в портфель, необхідно визначити в яких частках вони будуть представлені в цьому портфелі. Обчислимо величини Z_i , щоб визначити, з якими вагами будуть входити в портфель перші m цінних паперів: Значення Z_i для $i = m, \dots, m + j$ полягають рівними нулю.

5. Розділивши кожену Z_i на суму Z_i , одержимо ваги, з якими акції будуть входити в портфель. Це є необхідним, оскільки сума Z_i звичайно не дорівнює одиниці. Отримані значення X_i й будуть частками цінних паперів у портфелі.

Очікувана прибутковість портфелю розраховується як середньозважене математичних очікувань прибутковості цінних паперів, що входять до нього, де за ваги взяті частки інвестицій, що приходяться на ці папери. Бета-коефіцієнт портфелю являє собою середньозважене коефіцієнтів "бета" цінних паперів, які до нього входять, де за ваги виступають частки інвестиції в ці папери.

Визначення оптимальних портфелів державних облігацій і акцій не достатньо для складання кінцевого портфеля цінних паперів. Необхідно також вирішити в яких пропорціях будуть інвестуватися засоби в ці портфелі. Для визначення цих пропорцій варто скористатися моделлю Марковіца, застосованої при знаходженні оптимального портфеля облігацій. Характерною рисою в даному випадку буде те, що в якості одиниць, що розглядаються, будуть виступати не окремі цінні папери, а самі портфелі цінних паперів. Тому інтерес представляє динаміка прибутковості портфелів, а динаміка прибутковості окремих їх складових у розрахунок братися не буде. Для вирішення задачі перебування оптимальної структури сукупного портфеля цінних паперів за моделлю

Марковіца використовуємо ті ж кроки, що здійснювалися при складанні портфелю облігацій. Для побудови ефективної множини можливих портфелів необхідно обчислити математичне очікування і коваріаційну матрицю.

За крок розрахунку був прийнятий один місяць, відповідно оцінювалося значення прибутковості за місяць. Це доцільне, тому що більший крок розрахунку підвищить трудовитрати без істотного збільшення точності, а менший крок розрахунку істотно знизить діапазон даних до 60 величин. Оцінювалася ж прибутковість портфелів на місяць через те, що календарний місяць був обраний за горизонт розрахунку.

Прибутковість портфеля облігацій за місяць була знайдена простим розподілом річної прибутковості на 12. (При цьому тижневу прибутковість портфеля акцій можна привести до місячного шляхом множення на кількість тижнів).

Математичне очікування прибутковості портфеля в даному випадку розраховано не як середньоарифметичне, а за нього прийнято очікувану прибутковість. Вона є більш точною величиною, тому що при розрахунках був використаний крок в один робочий день. Для складання коваріаційної матриці необхідно розрахувати середньоквадратичне відхилення прибутковості портфелів і коефіцієнт кореляції між ними.

На основі даної методики можливо побудувати ефективну множину портфелів. Математичне очікування прибутковості портфелю визначається як середньозважене прибутковостей, де за вагу виступає частка інвестицій в окремий цінний папір.

Після цього визначається місце розташування оптимального портфеля, тобто вибирається прийнятне співвідношення прибутковості та ризику. Через те, що більшість інвесторів є організаціями, не схильними до великого ризику, точка, яку ми шукаємо, повинна знаходитися в лівій частині кривої - з меншим ризиком. Починаючи з деякого моменту, крива набуває все більш позитивний вигляд, що свідчить про те, що при подальшому збільшенні прибутковості ризик збільшується наростаючими темпами. Тому, доцільно за оптимальний портфель для даного інвестора прийняти портфель з прибутковістю 20,00%. Таким чином, у даному портфелі облігації "одержать" 45%, а акції - 55%.

У дослідженні зроблено спробу формування портфелю цінних паперів інвестора. Процес формування і оптимізації містить у собі наступні етапи:

1. Дослідження теоретичного матеріалу з інвестиційного процесу, цінних паперів і портфеля цінних паперів. Розглянуто основні цінні папери: акції й облігації, тому що саме їх було включено до портфелю. Причиною цьому є низький ризик і ліквідність державних облігацій та можливість одержання високого доходу по акціях.

2. Визначення типу портфелю, якому відповідає політика інвестора. Інвестор визначається як не схильний до ризику, портфель цінних паперів даного об'єкта відноситься до портфелю середнього росту, що являє собою співвідношення надійних цінних паперів і ризикованих фондових інструментів, склад яких періодично оновлюється. Докладно розглянуто структуру інвестиційного процесу, за допомогою якої надалі проведено розрахунки. Досліджено і проаналізовано методики формування оптимальної структури портфелю цінних паперів.

3. На основі проведеного аналізу методик зроблено наступні висновки:

а) модель Блека неможливо використати для інвестора внаслідок обмеження на використання коротких позицій у торгівлі цінними паперами;

б) індексна модель Шарпа може бути застосована у випадку прогнозування цін акцій і аналізу ринку і неприйнятна для оптимізації структури портфелю, тому що цінні папери розглядаються окремо;

в) модель оцінки фінансових активів хоча і відрізняється власне кажучи від моделей Тобіна і Шарпа, її ринковий портфель може бути розрахований за допомогою цих моделей;

г) незважаючи на те, що ринковий портфель та індекс у теорії арбітражного ціноутворення не розглядаються, на практиці важко з'ясувати, які конкретні фактори ризику потрібно включати в модель, а також спрогнозувати значення цих факторів;

д) кращою методикою для формування оптимальної структури портфелю державних облігацій є параметрична модель Марковіца. Однією з причин цього є те, що інші розроблені методики застосовуються в основному лише до акцій;

е) для формування портфеля акцій було вирішено використовувати синтез відразу декількох моделей. За основу прийнята модель оцінки фінансових активів, що використовує ринковий портфель, але на практиці використовують ринковий індекс, тому "бету" визначають за допомогою ринкової моделі Шарпа. Ринковий портфель є тотожним "дотичному" портфелю в моделі Тобіна, тому "дотичний" портфель було вирішено розрахувати за допомогою алгоритму Елтона-Грубера-Падберга, що застосовується до моделі Тобіна.

4. На основі обраної моделі знаходиться оптимальна структура портфелю державних цінних паперів. При формуванні сукупного портфеля також застосовується модель Марковіца. Характерною особливістю в даному випадку є те, що структурними одиницями виступали не окремі цінні папери, а самі портфелі.

Таким чином, можна зробити висновок, що застосування математичних моделей не означає гарантованих результатів. Однак, незважаючи на неточність прогнозів, моделі оптимізації структури портфеля цінних паперів допомагають досягти прийнятної рівня прибутковості та ризику і дозволяють зберегти кошти, принаймні, на зростаючому ринку. Більш точний результат прогнозів у майбутньому планується досягти застосовуючи більш глибокий фундаментальний аналіз, але приймаючи рішення про стиль, метод, модель інвестування необхідно прийняти до уваги витрати та вигоди.

Література.

1. Алехин Б.И. Рынок ценных бумаг. Введение в фондовые операции. – М.: Финансы и статистика, 1991– 160с.
2. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент. – К.: МП «ИТЕМ» ЛТД «Юнайтед Лондон Трейд Лимитед», 1995. – 448 с.
3. Борщ Л.М. Інвестиції в Україні: стан. Проблеми і перспективи. – 2-ге вид., стер. – К.: Т-во «Знання», КОО, 2003. – 318 с.
4. Буренин А.Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов: Учебное пособие. – М.: 1 Федеративная Книготорговая Компания, 1998. – 352 с.
5. Вітліський В.В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику. – К.: ДЕМІУР, 1996. – 212 с.
6. Жуков Е.Ф. Ценные бумаги и фондовые рынки: Учебное пособие для вузов. – М.: Банки и биржи. ЮНИТИ, 1995. – 224 с.
7. Касимов Ю.Ф. Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг. – М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. – 144 с.
8. Луців Б.Л. Банківська діяльність у сфері інвестицій. – Тернопіль: економічна думка, Карт-бланш, 2001. – 320 с.
9. Миркин Я.М. Ценные бумаги и фондовый рынок. – М.: Перспектива, 1995. – 550 с.
10. Оскольський В.В. Ринок цінних паперів в Україні: погляд через призму діяльності Української фондової біржі. – К.: УФБ. – 2001. – 216 с.
11. Примостка Л.О. Банківський менеджмент. Хеджування фінансових ризиків. – К.: КНЕУ, 1998. – 108 с.
12. Про цінні папери та фондовий ринок. Закону України від 23.02.2006р. № 3480-IV
13. Ценные бумаги: Учебник /Под ред. В.И.Колесникова, В.С.Торкановского. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 416 с.
14. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 1028 с.

*Рекомендовано до публікації
д.е.н., проф. Ковальчуком К.Ф. 20.06.06*

*Надійшла до редакції
01.06.06*