

---

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ



УДК 33:311.1:519.221:112

Дронь В.С.

## МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПОДІЙ МЕТОДОМ УМОВНО-НАСЛІДКОВОГО РОЗКЛАДУ

У роботі у доповнення до теоретико-ймовірнісного підходу запропоновано умовно-наслідковий метод моделювання соціально-економічних подій. Здійснено порівняння методів. Введено поняття “подія-явище”, “подія-умова”, подано їх інтерпретацію.

**Ключові слова:** соціально-економічне явище, стохастичний експеримент, подія, умова, умовно-наслідковий зв’язок, умовно-наслідковий розклад.

In the paper in addition to theoretical-probabilistic approach the condition- consequence method of modeling of socio-economic events was offered. Comparison of the methods was carried out. Concepts “event-phenomenon”, “event-condition” are entered; their interpretations were formulated.

**Keywords:** socio-economic phenomenon, stochastic experiment, event, condition, condition-consequence connection, condition-consequence decomposition.

Процес керування у складних системах довільної природи може бути ефективним тільки якщо він базується на максимально повній інформації про саму систему, її елементи, зв’язки та взаємозалежності між складовими системи та із зовнішніми чинниками. Соціально-економічні системи належать до надскладних систем. Небажання чи неможливість проведення попереднього аналізу таких систем або свідоме спотворення інформації призводить до того, що прийняття управлінських рішень у соціально-економічній сфері дуже часто носить суб’єктивний характер, рішення не опираються на існуючі тенденції та закономірності, не прогнозованими є не тільки опосередкований вплив рішень, а й безпосередні їх наслідки.

Серед підходів до аналізу соціально-економічної системи є їх моделювання. Моделювання окремих соціально-економічних явищ і процесів має велике практичне значення, зокрема за допомогою моделей можна вивчати окремі характеристики явищ, передбачати настання певних подій, прогнозувати впливи одних подій на розвиток інших.

Теорію ймовірностей визначають як науку, що вивчає випадкові явища [1, с. 13]. Випадкові події, як вони розуміються в цій науці, мають ряд характерних особливостей, зокрема всі вони розглядаються у масових явищах. Тому в абстрактній формі теорія ймовірностей характеризує закономірності, що властиві випадковим подіям масового характеру.

Загально визнаний аксіоматичний підхід теорії ймовірностей був запропонований видатним вченим А.М. Колмогоровим [2]. Питаннями проведення стохастичний експериментів, розгляду випадкових подій та залежностей між ними на основі цієї концепції займалися вітчизняні та закордонні вчені: І.І. Гіхман, В.Є. Гмурман, Б.В. Гнеденко, А.В. Скороход, З.Г. Шефтель, Р. Шторм, М.І. Ядренко та ін. [1, 3–6].

При вивченні реальних явищ науковці пропонують “відволікатися від обліку несуттєвих подробиць”. На їх думку, “розгляд усіх деталей, усіх існуючих зв’язків, у тому числі й несуттєвих для даного явища, призводить лише до того, що саме явище затемнюється і ово-

лодіння ним відсувається з огляду на таку штучно ускладнену обстановку” [1, с. 12]. Такий підхід лежить в основі будь-яких методів моделювання. Проте, дуже часто постає проблема поглиблення деталізації моделі уже на етапі її дослідження. Стохастичний експеримент (випробування, дослід), що розглядається у класичній теорії ймовірностей, є моделлю певної ситуації, причому і ситуація, і сама модель, як правило, є досить простими – обмеженими у часі, невеликими за масштабами, з обмеженою кількістю внутрішніх зв’язків. Невідомі, несуттєві (на думку дослідника) внутрішні впливи, особливо при їх великій кількості, та усі зовнішні впливи вважаються дією одного випадкового чинника. У реальному житті ми маємо справу не з подібними експериментами, а зі значно складнішими ситуаціями. В першу чергу, це стосується соціально-економічної сфери, де як відомо, використання моделювання має свої обмеження [7, с. 15]. Тому виникає потреба у формуванні такого підходу до моделювання реальних соціально-економічних явищ та процесів, який оптимізуватиме рівень абстрагування та дозволить його змінювати уже у процесі дослідження.

Наведемо спочатку деякі базові відомості стосовно випадкових подій з класичної теорії ймовірностей. Серед перших у ній вводять поняття “стохастичного експерименту”, результат якого наперед не можна точно передбачити. Він, як правило, є або спеціально організованим дослідником, або абстрагованим від зовнішніх впливів – зовнішні умови вважаються незмінними. Кожну ситуацію, яку можна спостерігати і яка може виникнути як результат експерименту, називають подією [8, с.105]. Окремі автори замість слів “проведення стохастичного експерименту” використовують фразу “здійснення комплексу умов”, що на нашу думку є більш природним при розгляді такого поняття як “подія”.

В [1, с. 14] розглядаються дві схеми встановлення “закономірностей, яким підпорядковується перебіг явищ, що вивчаються наукою: 1) при кожному здійсненні комплексу умов  $G$  відбувається подія  $A$ ; 2) ймовірність того, що при здійсненні комплексу умов  $G$  відбудеться подія  $A$ , дорівнює  $p$ .”

У першому випадку подія називається *достовірною (вірогідною)*, у другому – *випадковою*. Твердження про випадковість події відносно деякого комплексу умов вказує лише на те, що цей комплекс умов  $G$  не відображає усієї сукупності причин, необхідних і достатніх для появи події  $A$ .

Закономірності другого типу називаються ймовірнісними або стохастичними. Вони проявляються лише при багатократному здійсненні комплексу умов  $G$ . Автор стверджує, що у цьому випадку існує “між комплексом умов  $G$  і подією  $A$  деякий досить визначений, хоча й своєрідний, але від того не менш об’єктивний зв’язок” [1, с. 16]. Зауважимо, що існує дещо інший підхід до трактування випадку 1). Якщо “в точно визначених умовах можна з упевненістю передбачити результат експерименту”, то таку подію чи явище тут відносять до *детермінованих* [6, с. 18].

Часто дають ширше означення випадкової події: “подія, яка при реалізації деякого комплексу умов може відбутися, а може й не відбутися, називається випадковою подією” [1, с. 14]. Якщо подія завідомо не може відбутися при здійсненні комплексу умов  $G$ , то вона називається *неможливою*. Це поняття використовується у такому варіанті означення випадкової події: при здійсненні комплексу умов  $G$  подія є випадковою, якщо “вона не є вірогідною і не є неможливою” [1, с. 14]. Надалі у роботі поняття класичної теорії ймовірностей виділятимемо курсивом без потовщення літер.

*Подією*, на відміну від поняття *випадкової події*, ми називатимемо ситуацію, що складається за виконання певного комплексу умов. Таким чином, комплекс умов визначає сутність події. У роботі ми говоритимемо про реальні ситуації у суспільному житті, що повторюються, тобто розглядатимемо соціально-економічні явища. *Явище* у даному розумінні – це соціальна чи технологічна подія, яка здатна повторюватися. *Стохастичні експерименти*

як копії чи моделі явищ також є подіями, а *процесами* природно вважати явища, які мають свій розвиток у часі, або послідовності подій. Отже, *стохастичний експеримент* як подія визначається комплексом умов, виконання яких означає, що експеримент був успішно проведений. Природне явище як подія задається множиною умов, які мали місце і в сукупності призвели до ситуації, яку спостерігачі фіксують як явище. Звичайно, *стохастичний експеримент* можна інтерпретувати як певну послідовність дій (певний алгоритм). Але кожна дія, спричинена чи людським фактором, чи впливом природних сил, призводить до якоїсь зміни у моделі – кількісної, якісної чи взаємного розміщення її елементів. Досягнення ж зміни у моделі є виконанням відповідної умови.

Розглянемо найпростіший приклад *стохастичного експерименту* – “підкидання монети”. Подію “підкидання монети” задає комплекс умов, до яких належать: наявність двосторонньої монети для підкидання; здійснення власне підкидання монети; падіння монети на поверхню одним з боків; фіксування “значення” верхньої сторони монети. Якщо якась з умов не виконалася, то не можна говорити про здійснення *експерименту*.

Перелічених умов насправді недостатньо для проведення якісного *дослідження*. Формальне їх виконання може спотворити результат і не привести до мети. Потрібно деталізувати першу умову, вимагаючи щоб монета була з однорідної речовини (металу), правильної циліндричної форми. Для того, щоб експеримент був стохастичний, необхідно щоб монета підкидалася випадковим чином, а не з єдиними силою та точкою прикладання. Невиконання цих “додаткових” умов неминуче вплине на *ймовірність* випадіння герба чи цифри.

Наступним і дуже важливим для опису події питанням є співвідношення умов у просторі і часі. Принциповим є правильна послідовність їх виконання та просторова локалізація. Ці моменти також мають бути застережені у формулюванні комплексу умов.

Як бачимо, найпростіший з прикладів *стохастичного експерименту* в теорії ймовірностей не є простим з точки зору повного опису умов його коректного проведення. В той же час, глобальнішу подію – “зменшення валютного курсу” можна значно легше задати у вигляді умов настання.

Деталізація умов *стохастичного експерименту* повинна бути такою, щоб виключити неоднозначність трактування – відбувся чи не відбувся *експеримент* у тому вигляді, як задумувався. Аналогічний висновок потрібно зробити щодо повноти умов довільної події.

Сформулюємо окремі властивості комплексу умов, що задає подію.

1. **Повнота.** Умови повинні бути такі, щоб при їх виконанні однозначно фіксувалося настання події.

Насправді, довільна сукупність умов задає деяку подію. Проте, оскільки, первинним у дослідженнях є подія, то сформульовані умови мають максимально точно її задавати.

2. **Необхідність.** Виконання кожної умови має бути обов’язковим для настання події. Іншими словами, невиконання хоча б однієї з умов призводить до констатації відсутності (ненастання) події.

3. **Несуперечливість.** Для настання події не повинно бути двох чи більше умов, які заперечують одна одну. У протилежному випадку ми матимемо справу з неможливою подією.

4. **Реалістичність.** Кожна з умов має мати хоча б теоретичну можливість бути виконаною, в тому числі при виконанні інших умов сукупності. У протилежному випадку ми знову матимемо неможливу подією.

Отже, будь-які соціально-економічні явища і процеси, як і довільні стохастичні експерименти, є подіями, які є реалізаціями певного комплексу умов. Реалізація кожної із вказаних умов є також подією. Тобто існування суспільних відносин можна розглядати як послідовність подій.

Проте така інтерпретація є повністю суб'єктивною, адже побудова послідовності подій є умовною, визначається кожним спостерігачем-дослідником особисто, залежно від мети спостереження, знань про об'єкт дослідження та власного творчого підходу. Дослідник самостійно приймає рішення, що саме виділяти як окрему подією (явище).

Словесний чи будь який інший опис події (чи то події-явища, чи то події-умови), який би він детальний і точний не здавався, насправді може характеризувати лише деяку її модель (ідеалізоване представлення), у якій задають тільки важливі для дослідника аспекти прояву події. Насправді, перебіг кожної реальної соціально-економічної події (явища) унікальний і вона не може абсолютно точно бути повторена чи відтворена. Але саме таке абстрагування від несуттєвих ознак події дозволяє говорити про соціально-економічне явище, як про повторювану подію.

Отже, представлення реальної події у вигляді комплексу умов насправді є побудовою нової події-моделі, що з певним рівнем абстрагування є наближенням початкової реальної події. Вважатимемо, що для події-моделі сукупність умов має усі перелічені властивості: повноту, необхідність, несуперечливість, реалістичність.

При класичному аксіоматичному підході до означення *випадкової події* в теорії ймовірностей рівень абстрагування на порядок вищий, оскільки підхід полягає у відборі тільки кількох суттєвих ознак чи проявів. При запропонованому нижче “умовно-наслідковому” підході можна з довільним наближенням поглиблювати дослідження умов настання та характеристик події. Ця властивість методу є надзвичайно важливою для дослідження соціальних та економічних процесів.

Оскільки жодна подія-явище не зможе відбутися без настання усіх її подій-умов, а настання усіх подій-умов неминуче призведе до появи події-явища, то можна стверджувати, що між подіями-умовами та подією-явищем існує зв'язок, який називатимемо *безпосередньою умовно-наслідковою залежністю*.

Розглянемо комплекс умов  $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ , який задає деяку подію (насправді – подію-модель)  $A$ . Кожна умова  $g_i$  породжує (задає виконання) певної події  $G_i$ . Позначатимемо цей факт знаком “ $\dashv$ ”, тобто  $G_i \dashv g_i$ . У цьому випадку подія  $G_i$  є *подією-умовою* для *події-явища*  $A$ . Тоді можна сказати, що подію  $A$  задає кон'юнкція умов  $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ :

$$A \dashv \bigcap_{i=1}^n g_i \quad (1)$$

а сама подія  $A$  є кон'юнкцією подій  $\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ :

$$A = \bigcap_{i=1}^n G_i \quad (2)$$

Вираз (1) називатимемо *умовним розкладом (1-го рівня)* події  $A$ , вираз (2) – її *умовно-наслідковим розкладом (1-го рівня)*.

У виразах (1) та (2) кон'юнкція умов  $\bigcap_{i=1}^n g_i$  визначає умову, яка полягає у вимозі до виконання усіх умов  $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ , кон'юнкція подій  $\bigcap_{i=1}^n G_i$  полягає в одночасному настанні усіх подій  $\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ .

В свою чергу, для кожної з подій  $G_i$  можна задати сукупність умов  $\{g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{i,n_i}\}$ , які її реалізують. Якщо жодна з них  $g_{ij}$  породжує подію  $G_{ij}$ , то одержуємо умовно-наслідковий розклад для  $G_i$ :  $G_i = \bigcap_{j=1}^{n_i} G_{ij}$ . А, значить, розклад типу (1) та (2) події  $A$  можна поглибити. Наприклад, умовно-наслідковий розклад *2-го рівня* має вигляд

$$A = \bigcap_{i=1}^n \bigcap_{j=1}^{n_i} G_{ij} \quad (3)$$

Процедуру побудови розкладів (1)–(3) можна необмежено продовжувати (поглиблювати).

Події  $G_{ij}$  з (3) будемо називати подіями-умовами 2-го рівня для події-явища  $A$ , а розклади 2-го рівня (3) та глибші будемо називати *передісторією* події  $A$ . Між подіями  $G_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) та подією  $A$ , а також між подіями  $G_{ij}$  ( $1 \leq j \leq n_i$ ) та подією  $G_i$  існує безпосередня умовно-наслідкова залежність. Зв'язок між подіями  $G_{ij}$  ( $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq n_i$ ) та  $A$  називатимемо *опосередкованою умовно-наслідковою залежністю*. Так само називатимемо зв'язок між подіями-умовами глибшого умовно-наслідкового розкладу події  $A$  та самою подією  $A$ .

Для розуміння природи умовно-наслідкової залежності потрібно розглянути фактор часу, а також ввести класифікацію події за цим фактором. Усі соціально-економічні події можна поділити на статичні та дихотомічні. *Статична подія* задається комплексом умов, які описують її настання у конкретний момент часу. Комплекс умов, що задає *дихотомічну подію*, описує зміну ситуації, тобто зосереджується на описі “було – стало”. Наприклад, дихотомічною подією-явищем є подія “початок економічної кризи”. Умовно-наслідкову залежність найзручніше прослідкувати на прикладі певних процесів, коли для подання передісторії події використовують як статичні, так і дихотомічні події. Для ілюстрації цього розглянемо простий приклад.

**Приклад 1.** Нехай відбувся реальний процес, який можна подати як послідовність таких подій-явищ: 1)  $A$ , породжену сукупністю умов: {наявність в особі вільного часу, потреба у додаткових коштах, схильність особи до ризику}; 2)  $B$ , яку породжує така сукупність умов: { $a$ , зацікавленість особою діяльністю Forex-клубу}, де  $a$  – умова, що задає подію  $A$ ; 3)  $C$ , яка має такий умовний розклад: { $b$ , віра у можливість прибутку у Forex-клубі, наявність коштів для первинного внеску}, де  $b$  – умова, що задає подію  $B$ ; 4)  $D$  – “вступ особи у Forex-клуб”, яка задається, зокрема, такою сукупністю умов: { $c$ , реєстрація особи у Forex-клубі}, де  $c$  – умова, що задає подію  $C$ .

Серед введених подій  $A$ ,  $B$  та  $C$  – статичні події,  $D$  – дихотомічна. Очевидно, що між парами подій  $A$  і  $B$ ,  $B$  і  $C$ ,  $C$  і  $D$  у вказаному реальному процесі існувала безпосередня умовно-наслідкова залежність, події  $C$  і  $D$  мають опосередковану умовно-наслідкову залежність від події  $A$ , а подія  $D$ , крім цього, опосередковано умовно-наслідково залежить від події  $B$ .

У прикладі 1 ми встановили типи залежностей між реальними подіями. Якщо говорити про абстрактну подію-модель  $D$  – “вступ особи у Forex-клуб”, то вона не обов'язково мусить опосередковано умовно-наслідково залежати від події-умови “потреба у додаткових коштах”. Наприклад, подія  $D$  може бути пов'язана із рекламою Forex-клубу як місця цікавого проведення часу.

Тобто у випадку реального соціально-економічного явища у вигляді (1)–(3) задають фактичні розклади, а для теоретичної події-моделі – вірогідні розклади.

Запровадження умовно-наслідкового розкладу соціально-економічної події дає змогу дати дещо інше трактування таким поняттям теорії ймовірностей, як *елементарна подія стохастичного експерименту та випадкова подія*.

**Приклад 2.** Нехай комплекс умов  $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  задає деякий *стохастичний експеримент* – подію-модель  $E$ . Якщо  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_k, \dots\}$  – *простір елементарних подій* цього *стохастичного експерименту*, то, очевидно, існує сукупність взаємовиключних умов  $\{h_1, \dots, h_k, \dots\}$  та сукупність породжених кожною з них подій  $\{H_1, \dots, H_k, \dots\}$  таких, що настання *елементарної події*  $\omega_k$  задається комплексом умов  $\{g_1, g_2, \dots, g_n, h_k\}$ , тобто *елементарна подія*  $\omega_k$  матиме такий умовний розклад:

$$\omega_k \Leftarrow \left( \bigcap_{i=1}^n g_i \right) \cap h_k$$

і такий умовно-наслідковий розклад:

$$\omega_k = E \cap H_k. \quad (4)$$

Якщо простір елементарних подій  $\Omega$  – скінченна множина, тобто  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$ ,  $m \geq 1$ , то розклад (4) можна подати в іншому вигляді:

$$\omega_k = E \cap \bar{H}_1 \cap \bar{H}_2 \cap \dots \cap \bar{H}_{k-1} \cap \bar{H}_{k+1} \cap \dots \cap \bar{H}_m, \quad (5)$$

де  $\bar{H}_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) – подія-умова, породжена умовою  $\bar{h}_i$ , що є запереченням умови  $h_i$ .

Використовуючи розклад (5), можна подати довільну випадкову подію  $A$ , задану на просторі елементарних подій  $\Omega$ , у вигляді операцій над подіями  $E$  та  $\{H_1, \dots, H_m\}$ :

$$A = E \cap (\bigcap \bar{H} \bullet),$$

де події  $\bar{H} \bullet$  взяті по тих індексах, які не входять у розклад типу (4) для усіх елементарних подій, що сприяють в стохастичному експерименті настанню події  $A$ .

Проаналізувавши базові поняття класичної теорії ймовірностей, можна зробити такі висновки:

– первинним при означенні таких понять, як подія, випадкова подія та її ймовірність є поняття стохастичного експерименту;

– випадкові події, між якими здійснюються дії (об'єднання, переріз, заперечення) або вивчається співвідношення (несумісність, незалежність та ін.), є підмножинами простору елементарних подій;

– не існує чіткої межі між поняттями достовірна (вірогідна) подія і детермінована подія.

Ці висновки підтверджують обмеженість використання класичної теорії ймовірностей для моделювання складних подій і процесів, які відбуваються у соціально-економічній сфері.

Запропонований метод умовно-наслідкового розкладу подій дає змогу будувати моделі складних суспільних та економічних явищ для їх подальшого дослідження. У випадку реального соціально-економічного явища цим методом задаються фактичні розклади, а для теоретичної події-моделі – вірогідні розклади.

Умовно-наслідковий розклад подій доцільно використовувати для встановлення залежностей між соціально-економічними подіями, явищами та величинами на початковій стадії їх дослідження – якісному аналізі. Після встановлення таких зв'язків можна переходити до кількісних методів дослідження.

#### Література:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 447 с.
2. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1974. – 286 с.
3. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.И. Ядренко. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1988. – 439 с.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. школа, 1999. – 479 с.
5. Шефтель З.Г. Теория вероятностей / З.Г. Шефтель. – К.: Вища шк., 1994. – 192 с.
6. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества / Р. Шторм; [пер. с нем.] – М.: Мир, 1970. – 368 с.
7. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: [навч. посіб.]. / В.В. Вітлінський. – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
8. Тёрнер Д. Вероятность, статистика и исследование операций / Д. Тёрнер; [пер. с англ.] – М.: „Статистика”, 1976. – 432 с.
9. Поддубный Г.В. Теория вероятностей и её приложение / Г.В. Поддубный. – М.: Воениздат, 1976. – 232 с.

Рекомендовано до публікації  
д.е.н., професором Школою І.М. 29.11.11

Надійшла до редакції:  
18.02.2012