

## РЕФЛЕКСІЯ ПРИНЦИПУ КОАЛІЦІОНУВАННЯ ТА ЕФЕКТУ РОЗЩЕПЛЕННЯ ПОДІЙ В ТЕОРІЇ КОРИСНОСТІ

*М. М. Єнальєв, здобувач, maxim.yenalyev@gmail.com*  
*В. В. Горлачук, д. е. н., професор, vvhorlachuk@ukr.net*  
*Чорноморський державний університет ім. П. Могили*

У статті виокремлено проблеми розвитку теорії корисності в контексті принципу коаліціонування та ефекту розщеплення подій. Показано практичну значущість елементів теорії корисності у моделюванні поведінки індивіда в умовах ризику та невизначеності на прикладі оптимізації систем контролю для оплати благ з ефектом фрирайдерства.

**Ключові слова:** теорія корисності, принцип коаліціонування, ефект розщеплення подій, стохастичне домінування першого порядку, ефект фрирайдерства.

**Постановка проблеми.** Сучасна теорія корисності характеризується широким використанням інструментарію гри або лотереї, запропонованим Дж. фон Нейманом та О. Моргенштерном для виявлення співвідношення між корисностями запропонованих ризикових альтернатив та їх кількісної оцінки [1]. Започаткування використання цієї методології простежуються ще у представників неокласичної школи, зокрема А. Маршала, який пропонував використовувати ризик для оцінки корисності грошей [2].

Поступово ризикові альтернативи (ігри або лотереї з гіпотетичними або реальними благами) з допоміжного інструмента в дослідженні поняття корисності перемістилися в центр уваги дослідників. Тому зараз основним питанням теорії корисності є: «Як індивід приймає рішення в умовах ризику?». Відповідно, неминує постає питання про вплив ризику на вибір індивіда та характер цього впливу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженням проблеми вибору індивіда в умовах ризику та невизначеності присвячені праці Д. Канемана та А. Тверські [3,4], Дж. фон Неймана та О. Моргенштерна [1], Дж. Квіггіна [5], М. Алле [6], Р. Аумана [7] та М. Бірнбаума [8,9].

**Формулювання мети статті.** Метою дослідження є виокремлення та аналіз базових характеристик поведінки індивіда в умовах ризику та їх застосування в практичних задачах моделювання поведінки індивіда.

**Виклад основного матеріалу до-**

**слідження.** На першому етапі досліджень припускалося, що ризик є нейтральним агентом (наприклад робота Ф. Найта [10]), який не викривляє вподобань суб'єкта досліджень в процесі вибору між ризиковими альтернативами. Так, і Д. Бернуллі [11], хто одним із перших спробував пояснити поведінку індивіда за умов ризику (розв'язок Санкт-Петербурзького парадоксу [12]), і Дж. фон Нейман та О. Моргенштерн [1], які вперше аксіоматизували ризикову теорію корисності (у вигляді теорії очікуваної корисності), припускали нейтральне ставлення індивіда до ризику. В такому випадку його функція корисності набуває вигляду:

$$U(L) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i)$$

Де:  $L$  – гра (лотерея) виду  $\{x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n\}$  де  $x_i$  – можливий виграш у випадку настання події  $i$  – тої події,  $p_i$  – імовірність її настання. При чо-

му  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ . Таким чином корисність лотереї  $L$  визначається як математичне очікування корисності кожного можливого її результату.

Теорія очікуваної корисності (Expected Utility, EU) фон Неймана – Моргенштерна була представлена не лише як нормативна побудова, що забезпечувала індивіду максимальну корисність, але і як дескриптивний інструмент, що мав би досить точно описувати реальну поведінку індивіда в умовах ризику.

Але окремі експериментально виявлені невідповідності між передбаченнями теорії

очікуваної корисності та реальною поведінкою індивіда поставили під сумнів її дескриптивні властивості. Подібні стійкі відхилення отримали назву «парадоксів»; найбільш відомими з яких стали парадокс Алле [6], парадокс Елсберга [13] та парадокс Словіка – Ліхтенштайн [14].

Реакцією на ці парадокси в поведінці суб'єктів прийняття рішень за умов ризикових альтернатив став бурхливий розвиток альтернативних до теорії очікуваної корисності концепцій поведінки індивіда за умов ризику (Non-Expected Utility Theories). Серед яких варто відзначити теорію перспектив Д. Канемана та А. Тверські (Prospect Theory, PT) [3], теорію порядково залежної очікуваної корисності Дж. Квіггіна (Rank Dependent Expected Utility Theory, RDEU) [5], кумулятивну теорію перспектив Д. Канемана та А. Тверські (Cumulative Prospect Theory, CPT) [4] та ряд інших. Хоча і для альтернативних теорій виявлення та аналіз нових невідповідностей між передбаченнями теорії та реальними фактами поведінки індивіда залишаються головним рушієм розвитку.

В процесі еволюції ризикової теорії корисності поступово відбувалося послаблення або цілковита відмова (наприклад робота Р. Аумана [7]) від певних необхідних умов (аксіом) існування функції корисності для індивіда. Поступово виділилися найзагальніші умови існування та властивості моделей оцінки корисності ризикових альтернатив. Однією з таких ключових властивостей є поняття або принцип ідемпотентності. Сутність принципу ідемпотентності полягає в еквівалентності:

$$L = \{x, p_1; x, p_2; \dots; x, p_n\} \sim x$$

Де  $x$  – можливий результат реалізації гри або лотереї  $L$ , а  $p_i$  – імовірність його настання, знак  $\sim$  означає еквівалентність запропонованих альтернатив для індивіда. Не залежно від кількості гілок лотереї  $L$  (пар  $\{x, p_i\}$ ), хоча і передбачається їх скінченність, за умови  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Більшість сучасних теорій корисності, в тій чи іншій мірі, відповідають принципу ідемпотентності (Табл. 1).

Таблиця 1.

Ідемпотентні та неідемпотентні теорії корисності для ризикових альтернатив

Ідемпотентні теорії	Неідемпотентні теорії
Теорія очікуваної корисності (EU) [1]	Теорія перспектив (PT, без фази редагування) [15, с. 466]
Теорія порядково залежної очікуваної корисності (RDEU) [5]	
Теорія перспектив [10] (PT, з дотриманням фази редагування)	
Кумулятивна теорія перспектив (CPT) [4]	
Модель RAM [9]	

На відміну від принципу ідемпотентності, відповідність якому не викликає значних дискусій, важливим і все ще дискусійним питанням залишається відповідність та відхилення від ефекту коаліціонування та розщеплення подій. Ефекти коаліціонування та розщеплення подій за умови відповідності аксіомі транзитивності є взаємовиключними за своєю суттю.

Ефект коаліціонування проявляється в еквівалентності для індивіда двох ризикових альтернатив виду

$$\{x, p_1; x, p_2; y, p_3\} \sim \{x, p_1 + p_2; y, p_3\} \text{ де:}$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Таким чином коаліціонування допускає об'єднання гілок лотереї з однаковим можливим виграшем, шляхом додавання їх ймовірностей без зміни величини корисності.

Ефект розщеплення подій (*event splitting effect, ESE*) для моделей, що відповідають аксіомі транзитивності стверджує протилежне: при розщепленні/коаліціонуванні гілок лотереї що мають однаковий результат корисність самої лотереї змінюється. При чому корисність лотереї зростатиме, якщо розщепити верхню гілку (з максимально можливим результатом) та зменшуватиметься, якщо розщепити нижню гілку (з мінімально можливим результатом). Якщо об'єднати (коаліціонувати) розщеплені верхні/нижні гілки лотереї то її корисність відповідно зменшиться або збільшиться [9].

Значний вклад в розуміння та емпіричне дослідження ефекту коаліціонування та розщеплення подій вніс М. Бірнбаум, який навів широкий перелік емпірично виявлених фактів поведінки індивіда, що демонструють відхилення від ефекту коаліціонування. Зокрема, непрямым прикладом стійкого порушення ефекту коаліціонування можна вважати лотерею дизайн якої було представлено в роботі М. Бірнбаума та Х. Наваррете [16], що демонструє відхилення від принципу об'єднання імовірностей з однаковими значеннями можливих виходів лотереї [16, с. 59]. Для демонстрації цього принципу дослідники побудували базову лотерею:

$$L = \{12\$,0.1;96\$,0.9\} \quad (1)$$

Де 12\$ – можливий результат (в дол. США), а 0.1 – можливість його настання. Виходячи з базової лотереї (1) розщепленням нижньої гілки  $\{12\$,0.1\}$  та збільшенням одного з можливих результатів до 14\$ було сконструйовано лотерею  $L_1 = \{12\$,0.05;14\$,0.05;96\$,0.9\}$ .

Аналогічними чином, шляхом розщеплення верхньої гілки утворили лотерею  $L_2 = \{12\$,0.1;90\$,0.05;96\$,0.85\}$ .

Виходячи з того, що при розщепленні нижньої гілки базової лотереї (1) було збільшено один із можливих результатів, то відповідно до принципу монотонності за виходом має виконуватися співвідношення:

$$L \prec L_1 \quad (2)$$

Для пари лотерей  $L$  та  $L_2$ , відповідно:

$$L_2 \prec L \quad (3)$$

Виходячи із теоретично передбачуваних співвідношень (2) та (3), з урахуванням аксіоми транзитивності має виконуватися:

$$L_1 \prec L_2 \quad (4)$$

Але експеримент виявив стійке порушення (4), оскільки більше 70% учасників у виборі між  $L_1$  та  $L_2$  обрали першу лотерею. Подібні результати підтвердилися і в подальших експериментах [8,17].

Теоретична важливість отриманих результатів полягає у виявленні нового типу парадоксів, які не можуть бути пояснені в рамках існуючих коаліцеподібних теорій – порушення принципу стохастичного домінування першого порядку.

Лотерея  $A$  домінує лотерею  $B$  в сенсі стохастичного домінування першого порядку (*First order stochastic dominance, FSD*) у випадку виконання співвідношення:

$$P(x \geq t | A) \geq P(x \geq t | B) \quad (5)$$

Нерівність (5) означає, що імовірність отримати результат рівний або більше ніж  $t$  в лотереї  $A$  не менше, а принаймні в одному з випадків більша, ніж в лотереї  $B$ .

До виявлення систематичного відхилення від *FSD* вважалося, що це не лише важливий нормативний принцип, але і закон, що підтверджується поведінкою раціонального індивіда. Крім того за твердженням М. Бірнбаума [16] коаліцеподібні моделі корисності не здатні пояснити емпірично виявленні дані, що стосуються порушення *FSD*, що є серйозним підґрунтям для перегляду їх дескриптивної значимості. Тому важливо з'ясувати взаємозв'язок між ефектом коаліціонування та стохастичним домінуванням.

Достатньою умовою для відповідності ситуації стохастичного домінування є одночасна відповідність моделі корисності аксіомі транзитивності, принципу коаліціонування та монотонності за виходом [9, с.266].

Монотонність за виходом означає переважання тієї лотереї для індивіда, яка при ідентичному розподілі має більший можливий результат принаймні в одному із варіантів, за умови що інші можливі результати першої лотереї (та що домінує) будуть не меншими ніж в другій.

Покажемо, що в окремих випадках для забезпечення принципу *FSD* достатньо виконання менш строгих умов ніж умов запропоновані М. Бірнбаумом. Однією з таких мінімальних вимог може бути умова відповідності принципу монотонності за виходом. Розглянемо пару лотерей  $M = \{x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n\}$  та  $M' = \{x_1, p_1; \dots; x_k + \delta, p_k; \dots; x_n, p_n\}$ , де  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ,  $\delta > 0$  та  $\delta < |x_{k+1} - x_k|$ . Без обмеження загальності можна припустити, що  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ . Таким чином збільшення можливого виходу гілки  $\{x_k, \varepsilon\}$  лотереї  $M'$  не змінює впорядкування  $M$  порівняно з  $M'$ , тобто  $\{x_1 \geq \dots \geq x_{k-1} \geq x_k + \delta \geq x_{k+1} \geq \dots \geq x_n\}$ .

В такому разі лотерея  $M'$  домінує лотерею  $M$  в розумінні  $FSD$ , оскільки імовірність отримати  $x_k + \delta$  в лотереї  $M'$  більша ніж в лотереї  $M$ , при рівності отримання інших можливих результатів. Таким чином відповідність принципу монотонності за виходом саме по собі може бути гарантією відповідності моделі  $FSD$  за умови незмінності розподілу імовірностей та впорядкування можливих результатів. Якщо ж імовірнісний розподіл лотереї  $M'$  та  $M$  не ідентичні, то в загальному випадку  $M'$  не домінує лотерею  $M$ .

Продовжимо аналіз значення принципу монотонності за виходом для лотерей типу  $K = \{x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n\}$ , з урахуванням впорядкування  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ . Та  $K' = \{x'_1, p_1; x'_2, p_2; \dots; x'_n, p_n\}$  при  $x'_1 \geq x'_2 \geq \dots \geq x'_n$  та  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$  для обох лотерей. І як додаткова вимога виконується нерівність:  $x_i \leq x'_i$  де  $i \in [1; n]$  та для  $k \in [1, n] \exists x_k : x_k < x'_k$

В такому випадку можна записати систему нерівностей:

$$\begin{cases} x'_1 p_1 \geq x_1 p_1 \\ x'_1 p_1 + x'_2 p_2 \geq x_1 p_1 + x_2 p_2 \\ \dots \\ x'_1 p_1 + \dots + x'_n p_n > x_1 p_1 + \dots + x_n p_n \end{cases} \quad (6)$$

Систему нерівностей (6) можна переписати у більш компактному вигляді:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} x'_i p_i \geq \sum_{i=1}^{n-1} x_i p_i \\ \sum_{i=1}^n x'_i p_i > \sum_{i=1}^n x_i p_i \end{cases} \quad (7)$$

Система нерівностей (7) еквівалентна поняттю слабого субмажорювання. В такому разі можна стверджувати, що за умови незмінності впорядкування за неспаданням лотерей  $M'$  та  $M$  і одночасного виконання для моделі корисності принципу монотонності еквівалентна умовам слабого мажорювання пар  $x_i p_i$  з набору  $M$  парами  $x'_i p_i$  з набору  $M'$ .

Відповідно до вагового варіанту теореми Карамати [18,19,20]  $M \prec_w M'$  (набір  $M'$  слабо субмажорює набір  $M$ ), крім то-

го система нерівностей (7) означає, що набір  $M$  слабо супермажорює набір  $M'$  ( $M \succ_w M'$ ). В даному випадку це означає:

$$\sum_{i=1}^n \varphi(x'_i) p_i \geq \sum_{i=1}^n \varphi(x_i) p_i \text{ для будь-якої}$$

опуклої догори (ввігнутої) монотонно неубуваючої функції  $\varphi(x)$ , що відповідає уявленням про функцію корисності [4]. Подібна нерівність виконується і для будь-якої монотонної ізотонної функції, що в свою чергу забезпечує виконання співвідношення:

$$x_1 \geq x_2 \Leftrightarrow \varphi(x_1) \geq \varphi(x_2) \quad (8)$$

Відповідно до уявлень про функцію корисності [22, с. 50] вона повинна відповідати вимогам (8). Таким чином для випадку лотерей  $M$  та  $M'$ , що мають ідентичний розподіл імовірностей в рамках теорії очікуваної корисності:  $M \succ_w M' \Rightarrow M \prec^{FSD} M'$ , де  $M \prec^{FSD} M'$  означає, що  $M'$  домінує за  $FSD$  лотерею  $M$ .

Аналогічне твердження можна показати і для функції корисності типу:

$$U(L) = \sum_{i=1}^n U(x_i) w(p_i), \text{ поклавши: } w(p_i) = m_i.$$

Визначення базисних принципів в теорії корисності має надзвичайно важливе значення [21], оскільки це суттєвим чином впливає на верифікацію чи фальсифікацію теорій, які використовуються при вирішенні практичних задач моделювання поведінки індивіда в умовах ризику та невизначеності.

Прикладом такої реалізації практичного моделювання поведінки індивіда в умовах ризику може бути моделювання проблеми користування та оплати благ з Free ride ефектом ( $FR$  блага) [22]. До таких благ можна віднести доволі значний перелік товарів, послуг та суспільних благ: проїзд в громадському транспорті, сплата податків, економічні злочини або злочини проти власності, тощо.

Розглянемо проблему сплати / ухиляння від сплати для споживача  $FR$  блага (надалі споживач) як гру виду:

$$U(T) \geq U(B)w(p) \quad (9)$$

де  $T$  – вартість користування  $FR$  благом (ціна або тариф),  $p$  – імовірність перевірки (виявлення факту ухиляння від оплати),  $B$  – сума штрафу при виявленні ухи-

ляння від оплати за користування  $FR$  благом,  $U(\cdot)$  – функція корисності,  $w(\cdot)$  – функція зваження імовірності (суб’єктивної оцінки імовірності). При чому споживач не має економічного мотиву ухилятися від оплати за умови  $U(T) \geq U(B)w(p)$  та має такий мотив при  $U(T) < U(B)w(p)$ . Відзначимо, що  $T < 0$  та  $B < 0$ , оскільки в даному випадку індивід обирає між двома «програмами» – одним гарантованим (при добровільній оплаті), іншим потенційним (при ухилянні від оплати  $FR$  блага). Іншими словами, індивід сприймає оплату  $FR$  блага як гру з двома потенційно можливими варіантами: перший – це гарантована втрата суми  $T$  (вартість оплати за користування  $FR$  благом), другий – потенційно можлива втрата суми  $B$  (штраф за ухиляння від оплати спожитого блага) з імовірністю  $p$  (імовірність перевірки).

Відповідно до кумулятивної теорії перспектив (*Cumulative Prospect Theory*, *CPT*) індивід по різному оцінюватиме корисність позитивних результатів (виграші) та негативних результатів (втрати). В такому випадку гру (9) можна подати як:

$$U^-(T) \geq U^-(B)w^-(p),$$

де  $U^-(T) = -\lambda(-T)^\beta,$

$$w^-(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{1/\delta}}.$$

В оцінках Д. Канемана та А. Тверські [4] параметри для функції корисності мають значення:  $\beta = 0.88$ ,  $\delta = 0.69$  та  $\lambda = 2.25$ .

При конструюванні системи перевірки оплати  $FR$  блага необхідно підібрати такі параметри  $B$  та  $p$ , щоб підтримувати співвідношення  $U^-(T) \geq U^-(B)w^-(p)$ .

Додатково необхідно враховувати вартість перевірки для компанії, що надає  $FR$  блага. Оскільки при відсутності перевірок, її імовірність для споживача рівна нулю і, відповідно, гра (9) може бути представлена у вигляді:  $U^-(T) < U^-(B)w^-(p) = 0$ , таким чином немає економічного мотиву для оплати блага, що є неприйнятним для компанії. Тому компанія обов’язково має проводити перевірки оплати споживачем спожитих ним благ. Витрати на такі перевірки можна пред-

ставити у вигляді лінійної функції:  $C = sN$ , де  $s$  – вартість однієї перевірки,  $N$  – число перевірок. Очевидним є факт залежності імовірності перевірки споживача від числа проведених перевірок:  $p = \varphi(N)$ .

Зрозуміло, що функція  $\varphi(\cdot)$  повинна відповідати наступними вимогам:  $\{\varphi(N) = 0 \mid N = 0\}$  та  $\{\varphi(N) = 1 \mid N = K\}$  (10)

де  $K$  – кількість актів споживання блага під час яких можливі перевірки (наприклад кількість рейсів громадського транспорту). Прикладом функції імовірності перевірки для споживача, що відповідає умовам (10) може бути залежність виду:

$$p = \begin{cases} \frac{IN}{K}, & N < K \\ 1, & N = K \end{cases} \quad (11)$$

де  $I$  – інтенсивність споживання блага. Фізичний зміст поняття інтенсивності використання блага може трактуватися як функція від тривалості його використання. Наприклад якщо  $t^*$  – тривалість руху маршруту громадського транспорту, а  $t_i$  – тривалість руху по цьому маршруту  $i$  – того споживача, то інтенсивність використання такого  $FR$  блага для даного споживача становить:

$I_i = \frac{t_i}{t^*}$ . В такому випадку інтенсивність може бути представлена як певна функція розподілу випадкової змінної:  $I = F(I)$ . Очевидно, що окрім неперервних розподілів інтенсивності використання можуть існувати і дискретні. Наприклад для проблеми ухиляння від сплати податків  $I = 1$  якщо споживач ухиляється від сплати податків, або  $0$  – якщо ні.

Продовжуючи аналіз співвідношення (9) в контексті вибору оптимального значення штрафу ( $B$ ) можна дійти до висновку, що найкращою стратегією для компанії буде встановлення максимально можливої величини штрафу, оскільки збільшення розміру  $B$  уможливіє зменшення імовірності проведення перевірки ( $p$ ), що в свою чергу, враховуючи пряму залежність між  $p$  та  $N$  дозволить знизити витрати компанії на проведення перевірок. Очевидно, що все ж таки раціонально встановлювати скінченну величину  $B$ , таку, яка б могла бути достовірно стягнута з порушника. Раціонально встанов-

лювати розмір штрафу для споживача у вигляді:  $B = kT$ , де  $k$  – певне ціле число, таке що  $k > 0$ .

В такому випадку гру (9) можна переписати у вигляді:

$$U^-(T) \underset{<}{\geq} U^-(kT)w^-(\varphi(N, I)) \quad (12)$$

Головна проблема, з якою стикається компанія, полягає у виборі оптимальної кількості перевірок. Враховуючи опортуністичну поведінку споживачів, кожна додаткова перевірка збільшує шанс для конкретного споживача бути перевіреним, відповідно зменшуючи корисність другої альтернативи в грі (12) до рівня  $U^-(T)$  і нижче, відповідно, компанія отримуватиме додаткову одиницю оплати ( $T$ ). З іншого боку кожна додаткова перевірка збільшує витрати підприємства на величину  $s$ , сприяючи зменшенню загального прибутку.

В такому випадку у компанії є дві стратегії організації таких перевірок: запровадження системи тотальної перевірки (*Total Check Strategy, TCS*) споживачів (фактично переведення блага в категорію не  $FR$  благ) або запровадження системи вибіркового перевірок (*Selective Check Strategy SCS*) споживачів (для  $FR$  благ). Вибір стратегії повинен залежати від розміру прибутку при обраній системі контролю.

Величина прибутку компанії при запровадженні системи тотального контролю ( $N = K$ ) становитиме (припускаємо що витрати на виробництво представлені лінійною функцією від кількості виготовленої продукції, в такому випадку  $T$  – це нетто тариф (чистий прибуток підприємства від реалізації додаткової одиниці продукції)):

$E_{TCS} = \Pi T - sK$ , де  $\Pi$  – чисельність споживачів.

Для стратегії  $SCS$  ( $N < K$ ) прибуток компанії матиме вигляд:  $E_{SCS} = (1 - F(I^*))\Pi T - sN$ , де  $I^*$  – оптимальний рівень контролю інтенсивності споживання блага. Крім того припускається, що компанія не зацікавлена на заробітку на штрафах (в подальшому вважаємо, що штрафи не передаються компанії, інакше це може спричинити свідому зміну кількості перевірок для максимізації подібного роду заробітку).

Іншими словами  $F(I^*)$  – залишковий (оптимальний) рівень невиплат споживачами вартості спожитого блага для компанії. Для стратегії вибіркового контролю

$I^* = \frac{Kp^*}{N}$ , де  $p^*$  повинно задовольняти ви-

могам  $k \geq \beta \sqrt{\frac{1}{w^-(p^*)}}$  (за умови  $w^-(p^*) \neq 0$ ).

В такому випадку можна побудувати оптимізаційну задачу з параметрами:

$$\begin{cases} E_{SCS} - E_{TCS} \rightarrow \max \\ k \geq \beta \sqrt{\frac{1}{w^-(p^*)}} \end{cases}$$

Якщо за результатами оптимізації  $E_{SCS} - E_{TCS} > 0$ , то варто обрати стратегію  $SCS$ , якщо  $E_{SCS} - E_{TCS} < 0$ , то стратегію  $TCS$ , у випадку  $E_{SCS} - E_{TCS} = 0$  обидві стратегії мають однакову цінність.

Представимо різницю  $E_{SCS} - E_{TCS}$  у вигляді:  $-F(\frac{Kp^*}{N})\Pi T + s(K - N)$ . Додаткові обмеження у вигляді:  $0 < p^* < 1$  та  $0 < N < K$  дозволяють побудувати оптимізаційну задачу у вигляді:

$$\begin{cases} -F(\frac{Kp^*}{N})\Pi T + s(K - N) \rightarrow \max \\ k \geq \beta \sqrt{\frac{1}{w^-(p^*)}} \\ 0 < p^* < 1 \\ 0 < N < K \end{cases}$$

Розглянемо приклад такої оптимізаційної задачі для системи муніципального електротранспорту. Припустимо, що розподіл інтенсивності використання  $FR$  блага здійснюється за нормальним законом розподілу з параметрами ( $\mu = I_{cep} = 0.5$  та  $\sigma = 0.1$ ), з вартістю перевірки  $s = 5$ ,  $K = 300$ ,  $\Pi = 60000$ ,  $T = 1.5$ ,  $k = 20$  (в такому випадку  $K$  – кількість рейсів на день,  $\Pi$  – пасажиропотік/день,  $T$  – вартість квитка,  $k$  – штраф за безквитковий проїзд (виражений у вартості квитків)). В такому випадку більш вигідною для компанії є використання  $SCS$  стратегії (це дозволить отримати додатковий прибуток в сумі 1238.13) з

кількістю перевірок  $N = 45$  (округлено до цілого), та з невплатами вартості проїзду 25 пасажирями (округлено до цілого).

**Висновки.** Короткий огляд існуючих результатів щодо проблематики коаліцювання / розщеплення подій не дозволяє зробити однозначні висновки відносно переваг одного над іншим. На користь ефекту розщеплення подій свідчить значна кількість емпірично отриманих даних та експериментів, в ході яких було чітко виокремлено результати впливу розщеплення гілок лотереї на суб'єкта прийняття рішення від можливого впливу суміжних факторів, таких як ефект співставлення. Додатковим аргументом на користь моделей, що включають в себе ефект розщеплення подій стало виявлення нового сегменту рішеннєвих парадоксів – стійкого порушення принципу стохастичного домінування першого порядку. Особливо враховуючи неспроможність коаліцеподібних моделей (включають в себе принцип коаліцювання результатів) пояснити подібні відхилення.

Але ефект розщеплення подій, ще не знайшов ґрунтовної теоретичної основи для свого пояснення. Більше того, як наслідок з доведеної в статті теореми, моделі, що включають в себе ефект розщеплення подій мають відповідати досить суворим теоретичним обмеженням. Що в свою чергу може спровокувати суттєві ускладнення при формалізації та аксіоматизації таких моделей. Крім того, експериментальні дані, що однозначно ідентифікують ефект розщеплення подій, як суттєвий фактор впливу на вибір індивіда в умовах ризику, в більшості випадків демонструють, що цьому впливу піддається частка суттєво менша за 50% учасників експерименту. Що відповідно до положень стохастичного підходу в теорії корисності не дозволяє однозначно стверджувати про його наявність.

Не зважаючи на значні теоретичні ускладнення, що супроводжують включення ефекту розщеплення подій в моделі оцінки ризикових альтернатив, подібні теоретичні побудови мають кращі дескриптивні властивості аніж традиційні моделі. Головним чином це стосується пояснення відхилення від *FSD*. Неспроможність коаліцеподібних моделей пояснити поведінку індивіда в цьо-

му випадку ставить під сумнів валідність найбільш авторитетних моделей теорії корисності. Тому пояснення даного парадоксу в рамках коаліцеподібних моделей теорії корисності є першочерговим завданням як для розвитку самої теорії загалом так і для класу коаліцеподібних моделей зокрема. Оскільки відсутність такого пояснення однозначно свідчить на користь моделей з включенням ефекту розщеплення подій і може призвести до цілковитої відмови від принципу коаліцювання, що автоматично означатиме і відмову від коаліцеподібних моделей. Якщо *FSD* знайде своє пояснення в рамках моделей, що включають об'єднання гілок з однаковими результатами – це означатиме встановлення нового статусу кво в протистоянні коаліцювання/розщеплення подій.

Проведений аналіз можливості практичного застосування елементів теорії корисності в системах оптимізації контролю за оплатою *FR* благ показав, що існують стійкі залежності між вартістю перевірки та доцільністю вибору стратегії *SCS*: чим вища вартість акту перевірки – тим більш доцільним є відмова від стратегії *TCS* на користь *SCS* (оскільки альтернативна вартість додаткової оплаченої одиниці блага для компанії збільшуватиметься), при збільшенні ціни блага або кількості споживачів зростає привабливість стратегії *TCS*. Аналогічно, зменшення середньої інтенсивності використання блага ( $I_{сер}$ ) збільшує привабливість стратегії *TCS* порівняно з *SCS*.

Проведений вище аналіз дає можливість стверджувати, що *FR* благом може називатися те благо для контролю за оплатою якого раціонально використовувати стратегію *SCS*.

Запропоновані практичні інструменти дозволяють однозначно обрати стратегію перевірки оплати: тотальну або вибірккову. Та у випадку вибору стратегії *SCS* точно визначити необхідну кількість перевірок. Отримане число можна інтерпретувати як мінімальну оцінку необхідної кількості таких перевірок.

Потенційна сфера використання даного інструмента доволі широка: розв'язок проблеми безквиткового проїзду в транспорті, ухиляння від сплати податків,

розв'язок проблеми оптимальної чисельності охорони для протидії крадіжок та інші проблеми пов'язані з контролем за оплатою *FR* благ.

Одним із несподіваних висновків даного дослідження полягає в тому що компанії по суті може бути вигідною наявність споживачів, які не оплачують надані їм блага – оскільки використання стратегії *SCS* дозволяє скоротити витрати на перевірки.

### Література

1. Нейман фон Д. Теория игр и экономическое поведение / Д. Нейман фон, О. Моргенштерн. – Москва : Наука, 1970. – 708 с.
2. Маршалл А. Основы экономической науки / А. Маршалл. – Москва : Эксмо, 2008. – 832 с.
3. Kahneman D. An Analysis of Decision under Risk Tversky A. / D. Kahneman , A. Tversky // *Econometrica*. – 1979. – № 47(2). – С. 263–291.
4. Tversky A. Advances in Prospect-Theory - Cumulative Representation of Uncertainty / A. Tversky , D. Kahneman // *Journal of Risk and Uncertainty*. – 1992. – № 5(4). – P. 297–323.
5. Quiggin J. A theory of anticipated utility / J. Quiggin // *Journal of Economic Behavior & Organization*. – 1982. – № 3(4). – P. 323–343.
6. Алле М. Поведение рационального человека в условиях риска: критика постулатов и аксиом американской школы / М. Алле // *THESIS*. – 1994. — №5. – С. 217 – 241.
7. Aumann R. Utility theory without the completeness axiom / R. Aumann // *Econometrica*. – 1962. – № 30(3). – P. 445–462.
8. Birnbaum M. H. Tests of rank-dependent utility and cumulative prospect theory in gambles represented by natural frequencies: Effects of format, event framing, and branch splitting / M. H. Birnbaum // *Organizational Behavior and Human Decision Processes*. – 2004. – № 95(1). – P. 40–65.
9. Birnbaum M. H. A Comparison of Five Models that Predict Violations of First-Order Stochastic Dominance in Risky Decision Making / M. H. Birnbaum // *Journal of Risk and Uncertainty*. – 2005. – № 31(3). – P. 263–287.
10. Найт Ф. Понятие риска и неопределенность / Ф. Найт // *THESIS*. – 1994. – №5. – С. 12–28.
11. Bernoulli D. Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk / D. Bernoulli // *Econometrica*. – 1954. – №22(1) – P. 23 – 36.
12. Blavatsky P. Back to the St. Petersburg paradox? / P. Blavatsky // *Management Science*. – 2005. – №51(4). – P. 677 – 678.
13. Ellsberg D. Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms / D. Ellsberg // *The Quarterly Journal of Economics*. Oxford University Press. – 1961. – № 75(4). – p. 643.
14. Lichtenstein S. Reversals of preference between bids and choices in gambling decisions. / S. Lichtenstein , P. Slovic // *Journal of Experimental Psychology*. – 1971. – № 89(1). – P. 46–55.
15. Birnbaum M. H. New paradoxes of risky decision making. / M. H. Birnbaum // *Psychological review*. – 2008. – № 115(2). – P. 463–501.
16. Birnbaum M. Testing Descriptive Utility Theories: Violations of Stochastic Dominance and Cumulative Independence / M. Birnbaum , J. Navarrete // *Journal of Risk and Uncertainty*. – 1998. – № 17(1). – P. 49–78.
17. Schmidt U. Allais Paradoxes Can be Reversed by Presenting Choices in Canonical Split Form / U. Schmidt , M. H. Birnbaum // *Kiel Working Papers*. – 2010. – (1615). 1–28 p.
18. Kadelburg Z. Inequalities of Karamata, Schur and Muirhead, and some applications / Z. Kadelburg , D. Dukić , M. Lukić [та ін.] // *Teaching of Mathematics*. – 2005. – № 8(1). – P. 31–45.
19. Niculescu C. The extension of majorization inequalities within the framework of relative convexity [Електронний ресурс] / C. Niculescu, F. Popovici // *Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics*. – 2006. – Режим доступу до ресурсу: [http://www.emis.de/journals/JIPAM/images/209\\_05\\_JIPAM/209\\_05.pdf](http://www.emis.de/journals/JIPAM/images/209_05_JIPAM/209_05.pdf)
20. Маршалл А. Неравенства: теория мажоризации и ее приложения / А. Маршалл, И. Олкин. – Москва : Мир, – 1983. – 576 с.
21. Єнальєв М. Проблематика визначення базових принципів сучасної теорії корисності / М. Єнальєв // *Міжнародний науковий журнал «Науковий огляд»*. – 2014. – №5(6) – С. 27 – 37.
22. Єнальєв М. Використання методів теорії корисності для оптимізації системи контролю оплати благ з Free ride ефектом / М. Єнальєв // *Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Економіка та управління в умовах побудови інформаційного суспільства»*, 27–28 квітня, 2015 р., Одеса, Україна. – С. 67–71.

## РЕФЛЕКСИЯ ПРИНЦИПА КОАЛИЦИОНИРОВАНИЯ И ЭФФЕКТА РАСЩЕПЛЕНИЯ СОБЫТИЙ В ТЕОРИИ ПОЛЕЗНОСТИ

*М. М. Єнальєв, соискатель, В. В. Горлачук, д. э. н., профессор, Черноморский государственный университет имени П. Могилы*

В статье выделены проблемы развития теории полезности в контексте принципа коалиционирования и эффекта расщепления событий. Показана практическая значимость элементов теории полезности в моделировании поведения индивида в условиях риска и неопреде-



ленности на примере оптимизации систем контроля для оплаты благ с эффектом фрирайдерства.

**Ключевые слова:** теория полезности, принцип коалиционирования, эффект расщепления событий, стохастическое доминирование первого порядка, эффект фрирайдерства.

## REFLECTION OF COALESCING AND EVENT SPLITTING EFFECT IN UTILITY THEORY

*M. M. Yenalyev, post-graduate student, V. V. Horlachuk, D.E., Prof.,  
Petro Mohyla Black Sea State University*

Problems of utility theory in the context of coalescing and event splitting effect are pointed out. The practical usefulness of the utility theory elements in modeling individual behavior in risk and uncertainty is shown on the example of streamlining of checking system for payment of «free ride goods».

**Keywords:** utility theory, coalescing principle, event-splitting effect, first order stochastic dominance, free ride effect.

*Рекомендовано до друку д. е. н., проф. Задосю А. О.*

*Надійшла до редакції 20.10.15.*