

Гавриш О.А.
докт. техн. наук, професор,
Ляшенко І.О.
Національний технічний університет України «КПІ»

МЕТОДИЧНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЕФЕКТІВ ВНАСЛІДОК ВПРОВАДЖЕННЯ РЕСУРСОЗБЕРІГАЮЧИХ ЗАХОДІВ НА ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

METHODOLOGICAL APPROACH TO MODELING OF ECONOMIC EFFECTS FROM RESOURCE SAVING MEASURES ON INDUSTRIAL ENTERPRISES

Розроблено лінійну трьохфакторну економіко-математичну модель на основі даних одного з промислових підприємств України. Досліджено взаємозв'язок між обсягом споживання основного виду сировини, обсягом споживання енергетичних ресурсів, обсягом виробленої продукції у якості незалежних змінних та собівартістю продукції у якості залежної змінної. Встановлено наявність взаємозалежності між скороченням використання основного виду сировини та енергоресурсів і зменшенням рівня собівартості продукції, в результаті здійснення ресурсозберігаючих заходів на промисловому підприємстві. Перевірено якість, точність та адекватність отриманої моделі, значимість незалежних факторів та їх рівень взаємозв'язку із залежною змінною. Визначено довірчі інтервали отриманої моделі шляхом інтервального оцінювання параметрів моделі. Спрогнозовано рівень річної собівартості виробленої продукції, якої можливо досягнути за умов скорочення споживання основного виду сировини і енергоресурсів та незмінному обсязі виробленої продукції. Отримано модель високого рівня якості, що надає можливість розраховувати економічні ефекти від впровадження ресурсозберігаючих заходів на промислових підприємствах та робити коротко- та довгострокові прогнози.

Разработано линейную трехфакторную экономико-математическую модель на основе данных одного из промышленных предприятий Украины. Исследовано взаимосвязь между объемом потребления основного вида сырья, объемом потребления энергетических ресурсов, объемом изготовленной продукции в качестве независимых переменных и себестоимостью продукции в качестве зависимой переменной. Установлено наличие взаимозависимости между сокращением использования основного вида сырья и энергоресурсов и уменьшением уровня себестоимости продукции, в результате осуществления ресурсосберегающих мероприятий на промышленном предприятии. Проверено качество, точность и адекватность полученной модели, значимость независимых факторов и их уровень взаимосвязи с зависимой переменной. Определены доверительные интервалы полученной модели путем интервального оценивания параметров модели. Спрогнозировано уровень годовой себестоимости произведенной продукции, которого возможно достичь при условии сокращения потребления основного вида сырья и энергоресурсов и неизменном объеме произведенной продукции. Получено модель высокого уровня качества, которая дает возможность рассчитывать

экономические эффекты от внедрения ресурсосберегающих мероприятий на промышленных предприятиях и составлять кратко- и долгосрочные прогнозы.

Developed a three-factor linear economic and mathematical model based on the data of the one of industrial enterprises of Ukraine. Researched the relationship between consumption of main raw materials, consumption of energy resources, the amount of output produced as independent variables and the cost of production as the dependent variable. Identified the presence of the interdependence between the reduction in the use of the main raw materials and energy and the reduction of the level of production costs, as a result of resource saving measures in an industrial enterprise. Checked the quality, accuracy and adequacy of the resulting model, the importance of independent factors and their relationship to the level of the dependent variable. Defined the confidence intervals which were determined by the interval estimation of the model. Predicted the level of annual cost of goods manufactured, which can be achieved under the condition of the reduction in consumption of raw materials and energy and the constant volume of output. Obtained the model of high quality, which makes possible calculation of the economic effects of the introduction of resource-saving measures on industrial enterprises and short-and long-term forecasts.

Ключові слова: ресурсозбереження, економічний ефект, математичне моделювання економічних процесів, оптимізація витрат виробництва.

Вступ. Необхідність прогнозування економічних результатів діяльності промислових підприємств набуває все більшого значення та актуальності в умовах динамічного ринкового середовища та постійно зростаючої конкуренції для планування їх розвитку. Якісна економіко-математична модель надає можливість обрати оптимальний варіант дій і на його основі спланувати подальші дії підприємства. Питанню моделювання економічних процесів присвячені публікації таких науковців як Г.І. Берегова, О.Т. Іващук, Г.І. Купалова, Р.М. Літнарівич, О.Є. Лугінін, О.С. Чигринська, О.Д. Шарапов тощо [1–7]. Проте, враховуючи існуючі дослідження, питанню прогнозування економічних ефектів як результату впровадження ресурсозберігаючих заходів на промислових підприємствах приділено недостатньо уваги. Прогнозування економічних ефектів, що виникають внаслідок реалізації ресурсозберігаючих заходів потребує розробки та застосування якомога більш якісних і точних економіко-математичних моделей, адже на їх основі керівництву підприємств варто приймати рішення щодо доцільності виділення коштів або їх залучення для впровадження ресурсозберігаючих заходів. Таким чином, побудова якісних економіко-математичних моделей, за допомогою яких можливо було б приймати своєчасні управлінські рішення є актуальним питанням та потребує подальшого поглибленого вивчення.

Постановка завдання. Однією з важливих функцій економіко-математичного моделювання є можливість прогнозування процесів чи явищ та спроможність задати певні сценарії діяльності підприємства та оцінити результати таких сценаріїв. Це надає можливість керівництву підприємства

оцінити на скільки, наприклад, зросте чи зменшиться дохідність підприємства якщо збільшаться обсяги виробництва, зменшаться закупівельні ціни на сировину або енергоносії, як підвищиться рівень прибутковості підприємства, якщо вдосконалити технологію виробництва та скоротити споживання найбільш суттєвих за ваговою часткою у собівартості продукції складових тощо. Також досить важливо, що якісна модель може надати відповідь на наступні питання: чи варто інвестувати в оновлення виробництва; що є ключовим питанням; який рівень результативності інвестицій.

У зв'язку з вищезазначеним пропонується розробити економіко-математичну модель, що надасть можливість оцінити залежність зміни собівартості одиниці продукції від зміни таких складових як обсяг випуску продукції, витрати на основний вид сировини, що використовується для виробництва продукції та витрати на енергоресурси.

Методологія. Для дослідження використано метод математичного моделювання (для побудови трьох факторної економіко-математичної моделі) та методи математичної статистики (для обчислення стандартних похибок всіх параметрів регресії, квантилю розподілу Фішера-Снедекора та Стюдента, що дозволило перевірити статистичні гіпотези та побудувати довірчі інтервали).

Результати дослідження. Враховуючи, що між обраними для дослідження незалежними факторами впливу є лінійний зв'язок, побудуємо трьохфакторну лінійну математичну модель на основі даних одного з вітчизняних промислових підприємств за останні 10 років (надалі, з метою збереження комерційної таємниці – підприємство «А»), що наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Показники діяльності підприємства «А» за 2003 – 2012 рр. (вихідні дані)

Рік	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Собівартість річного випуску продукції, млн грн	76,5	80	82	85,5	86	105	28	26,5	38,5	34,5
Витрати на енергоресурси за рік, млн грн	21,8	24	26,6	28,2	18,6	27,8	6,2	6,6	5	4
Витрати на основний вид сировини за рік, млн грн	54,5	60	66,5	70,5	46,5	69,5	15,5	16,5	27,5	24
Обсяг випуску продукції за рік, млн грн	103,5	109,5	112,5	117	140	142	39,5	36,5	53,5	46

1. Таким чином трьохфакторна регресійна модель має наступний вигляд:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \varepsilon, \text{ де} \quad (1)$$

x_1 – витрати на енергоресурси за рік, млн грн.;

x_2 – витрати на основний вид сировини за рік, млн грн.;

x_3 – обсяг випуску продукції за рік, млн грн.;

y – собівартість річного випуску продукції, млн грн.

2. Знайдемо оцінки параметрів моделі a_0, a_1, a_2, a_3 . Для цього представимо модель у матричному виді:

$$Y = Xa + e \quad (2)$$

Сформуємо матриці Y, X, a згідно таблиці вихідних даних (табл. 2).

Таблиця 2

Матриці Y, X, a

Y	X				a
76,5	1	21,8	54,5	103,5	a_0
80	1	24	60	109,5	a_1
82	1	26,6	66,5	112,5	a_2
85,5	1	28,2	70,5	117	a_3
86	1	18,6	46,5	140	
105	1	27,8	69,5	142	
28	1	6,2	15,5	39,5	
26,5	1	6,6	16,5	36,5	
38,5	1	5	27,5	53,5	
34,5	1	4	24	46	

Знайдемо вектор-стовпчик a оцінок параметрів моделі за наступною формулою:

$$a = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

Перевіримо чи виконується передумова множинного регресійного аналізу за формулою:

$$\det(X^T X) \neq 0 \quad (4)$$

Знайдемо матрицю транспоновану X^T до матриці X (табл. 3).

Таблиця 3

Матриця X^T транспонована до матриці X

X^T									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21,8	24	26,6	28,2	18,6	27,8	6,2	6,6	5	4
54,5	60	66,5	70,5	46,5	69,5	15,5	16,5	27,5	24
103,5	109,5	112,5	117	140	142	39,5	36,5	53,5	46

Знайдемо матрицю $X^T X$ та розрахуємо детермінант матриці (табл. 4).

Таблиця 4

Матриця $X^T X$

$X^T X$			
10	168,8	451	900
168,8	3795,84	9620,6	18665,1
451	9620,6	24800	48109,25
900	18665,1	48109,25	96682,5

$$\det(X^T X) = 5373657456$$

Оскільки розрахований детермінант матриці $\det(X^T X) \neq 0$, вектор-стовпчик a оцінок параметрів моделі існує, тому далі знайдемо матрицю $(X^T X)^{-1}$ (табл. 5).

Таблиця 5

Матриця $(X^T X)^{-1}$

$(X^T X)^{-1}$			
0,9873	0,0956	-0,0406	-0,0074
0,0956	0,0249	-0,0100	-0,0007
-0,0406	-0,0100	0,0052	-0,0003
-0,0074	-0,0007	-0,0003	0,0004

Знайдемо матрицю $(X^T X)^{-1} X^T$ (табл. 6).

Таблиця 6

Матриця $(X^T X)^{-1} X^T$

$(X^T X)^{-1} X^T$									
0,0882	0,0306	-0,0070	-0,0499	-0,1649	-0,2338	0,6566	0,6766	-0,0494	0,0529
0,0189	0,0144	0,0121	0,0087	-0,0077	-0,0095	0,0664	0,0686	-0,0937	-0,0782
-0,0041	0,0007	0,0076	0,0111	-0,0233	0,0032	-0,0329	-0,0309	0,0374	0,0313
-0,0013	-0,0023	-0,0049	-0,0055	0,0161	0,0039	-0,0021	-0,0038	0,0005	-0,0005

Знайдемо матрицю $a = (X^T X)^{-1} X^T Y$, знайдені значення параметрів моделі a_0, a_1, a_2, a_3 і будуть оцінками даних параметрів (табл. 7).

Таблиця 7

Матриця $a = (X^T X)^{-1} X^T Y$

$a = (X^T X)^{-1} X^T Y$
1,8695 = a_0
0,0442 = a_1
0,4186 = a_2
0,4751 = a_3

Трьохфакторна лінійна математична модель буде мати наступний вигляд:

$$y = 1,8695 + 0,0442x_1 + 0,4186x_2 + 0,4751x_3 \quad (5)$$

3. Розрахуємо та доповнимо таблицю вихідних даних додатковими показниками (y -оцінка, загальна сума квадратів, факторна сума квадратів, залишкова сума квадратів) для подальшого обчислення загальної, факторної та залишкової дисперсії (табл. 8).

Таблиця 8

Доповнена таблиця вихідних даних

№	Собівартість річного випуску продукції, млн грн	Витрати на енергоресурси за рік, млн грн	Витрати на основний вид сировини за рік, млн грн	Обсяг випуску продукції за рік, млн грн	y -оцінка	Загальна сума квадратів	Факторна сума квадратів	Залишкова сума квадратів	Апроксимація
1	76,5	21,8	54,5	103,5	74,816	150,063	111,632	2,837	0,022
2	80	24	60	109,5	80,065	248,063	250,128	0,004	0,001
3	82	26,6	66,5	112,5	84,326	315,063	403,057	5,412	0,028
4	85,5	28,2	70,5	117	88,209	451,563	574,040	7,339	0,032
5	86	18,6	46,5	140	88,666	473,063	596,136	7,107	0,031
6	105	27,8	69,5	142	99,650	1660,56	1253,146	28,63	0,051
7	28	6,2	15,5	39,5	27,397	1314,06	1358,150	0,364	0,022
8	26,5	6,6	16,5	36,5	26,408	1425,06	1432,022	0,008	0,003
9	38,5	5	27,5	53,5	39,018	663,063	636,672	0,268	0,013
10	34,5	4	24	46	33,945	885,063	918,370	0,308	0,016
$y_{сер} = 64,25$						7585,63	7533,353	52,272	0,219

Розрахуємо число ступенів свободи загальної, факторної та залишкової сум квадратів відповідно, а також відповідні їм показники дисперсії (табл. 9).

Таблиця 9

Число ступенів свободи загальної, факторної та залишкової сум квадратів і відповідних показників дисперсії

Число ступенів свободи загальної суми квадратів, $n-1$	Число ступенів свободи факторної суми квадратів, k	Число ступенів свободи залишкової суми квадратів, $n-k-1$
9	3	6
Загальна дисперсія	Факторна дисперсія	Залишкова дисперсія
842,847	2511,118	8,712

4. Обчислимо коефіцієнт детермінації за формулою:

$$K_{\text{det}} = 1 - \text{«залишкова сума квадратів»} / \text{«загальна сума квадратів»} \quad (6)$$

$$\text{Коефіцієнт детермінації} = 0,993$$

5. Обчислимо середню похибку апроксимації за формулою:

$$1/n \times \text{«сума модулів стовпчика апроксимація»} \times 100 \% \quad (7)$$

$$\text{Середня похибка апроксимації} = 2,19 \%$$

6. Обчислимо стандартну похибку регресії за формулою:

$$\sqrt{1/(n-k-1) \times \text{«залишкова сума квадратів»}} \quad (8)$$

$$\text{Стандартна похибка регресії} = 2,952$$

7. Обчислимо стандартні похибки параметрів регресії:

$$\text{Стандартна похибка } a_0 = 1,707$$

$$\text{Стандартна похибка } a_1 = 0,271$$

$$\text{Стандартна похибка } a_2 = 0,124$$

$$\text{Стандартна похибка } a_3 = 0,032$$

8. Перевіримо загальну якість моделі, перевіривши наступні гіпотези:

1) факторна дисперсія = залишковій дисперсії

2) факторна дисперсія \neq залишковій дисперсії

Для цього обчислимо статистику:

$$F = \text{«факторна дисперсія»} / \text{«залишкова дисперсія»} \quad (9)$$

$$F = 288,24$$

Розрахуємо квантиль розподілу Фішера-Снедекора з $k = 3$ та $n - k - 1 = 6$ ступенями свободи при рівні значущості 0,05.

$$F\text{-квантиль} = 4,757$$

Отримавши результати, можна зробити висновок, що рівняння лінійної моделі значимо в цілому та знайдена оцінка рівняння є статистично значимою.

9. Перевіримо статистичну значущість коефіцієнтів рівняння регресії

a_1, a_2, a_3 :

1) $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0$

2) $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, a_3 \neq 0$

Побудуємо статистику та знайдемо квантиль розподілу Стьюдента з $k = 3$ та $n - k - 1 = 6$ ступенями свободи при рівні значущості 0,05:

$$t_1 = 0,163, t_{\text{квантиль}} = 2,447, t_2 = 3,387, t_3 = 14,693$$

За отриманими результатами можна зробити висновок, що всі коефіцієнти рівняння множинної лінійної регресії є статистично значущими та здійснюють вагомий вплив на модель.

На основі аналізу запропоновану модель на якість, дозволяє нам зробити наступні висновки:

1) отримана модель є якісною в цілому при рівні значущості 0,05;

2) всі фактори, що входять в модель, є значимими при рівні значущості 0,05;

3) середня похибка апроксимації не перевищує 5 %, що свідчить про адекватність отриманої моделі, а отже, про її високу якість;

4) коефіцієнт детермінації є близьким до 1, що свідчить про тісний взаємозв'язок всіх факторів із залежною змінною.

5) прогнози отримані за даною моделлю буде високоточним, а можливість хибного прогнозу досить мала.

10. Проведемо інтервальне оцінювання параметрів трьохфакторної регресійної моделі.

Довірчим інтервалом для параметру моделі a_i є інтервал наступного виду:

$$a_i - t_{\frac{\alpha}{2}, n-k-1} \sigma_{a_i} \leq a_i \leq a_i + t_{\frac{\alpha}{2}, n-k-1} \sigma_{a_i} \quad (10)$$

Отримаємо наступні інтервали параметрів рівняння:

$$-2,3075 \leq a_0 \leq 6,0465$$

$$-0,6197 \leq a_1 \leq 0,7081$$

$$0,1161 \leq a_2 \leq 0,7210$$

$$0,3960 \leq a_3 \leq 0,5542$$

11. Спрогнозуємо показник собівартості якщо, обсяг продукції підприємства залишиться незмінним на рівні 46 млн грн, а споживання енергоресурсів та основного типу сировини скоротяться на 1 млн грн кожний за рахунок подальшої модернізації виробництва та оптимізації виробничих процесів. Підставивши дані у модель, отримаємо, що собівартість продукції, виробленої за 1 рік знизиться на 1 млн грн і становитиме 33,48 млн грн.

$$U_{\text{прогнозе}} = 33,48 \text{ млн грн}$$

Таким чином, скорочення річного обсягу споживання основного виду сировини та енергоресурсів сумарно з 28 млн грн до 26 млн грн (на 7%) призведе до зменшення річного рівня собівартості продукції з 34,5 млн грн до 33,5 млн грн (на 3%).

Отриманий результат ще раз доводить, що оптимізація виробничих процесів та, як результат, скорочення використання ресурсів призводить до зменшення рівня собівартості одиниці продукції та підвищення рівня прибутковості підприємства.

Висновки. На основі реалізації запропонованого підходу до моделювання на основі даних підприємства «А» отримана економіко-математична модель, яка надає можливість з досить високою точністю 95 % оцінювати залежність зміни собівартості одиниці продукції від зміни обсягу випуску продукції, витрат на основний вид сировини та витрат на енергоресурси, що використовуються у процесі виробництва, про що також свідчить високий рівень коефіцієнта детермінації (0,993). Також, запропонована модель надає можливість прогнозувати результати економічної діяльності підприємства, яких можливо досягти за рахунок впровадження різноманітних ресурсозберігаючих заходів на підприємстві, а також оцінювати економічні ефекти від таких заходів. За допомогою отриманої моделі спрогнозовано, що скорочення річного обсягу споживання основного виду сировини та енергоресурсів сумарно на 7% призведе до зменшення річного рівня собівартості продукції на 3%.

Наукової новизною є удосконалення методичного підходу до моделювання економічних ефектів, що виникають внаслідок впровадження ресурсозберігаючих заходів на промислових підприємствах, що базується на

використанні трьохфакторної моделі, у якому, на відміну від існуючих, приведено деталізовану перевірку якості та адекватності розробленої математичної моделі за допомогою обчислення стандартних похибок всіх параметрів регресії, квантилю розподілу Фішера-Снедекора та Стьюдента, що надає можливість розраховувати економічні ефекти від впровадження ресурсозберігаючих заходів на промислових підприємствах та робити коротко- та довгострокові прогнози з досить високою чіткістю.

У подальших дослідженнях доцільно верифікувати розроблену економіко-математичну модель на більшій кількості підприємств та оцінити залежність того, на скільки у відсотковому вираженні скорочення витрат ресурсів вплине на отриманий економічний ефект від таких заходів.

Література:

1. Лугінін О.Є. Економіко-математичне моделювання : навч. посібник / О. Є. Лугінін, В.М. Фомішина. – К.: Лібра, 2011. – 342 с.
2. Берегова Г. І. Економіко-математичне моделювання: навч. посібник / Г.І. Берегова, А.Ю.Сидоренко. – Львів: УБС НБУ, 2008. – 140 с.
3. Шарапов О.Д. Економічна кібернетика : навч. посібник / О.Д. Шарапов, В.Д. Дербенцев, Д.Є. Семьонов. – К.: КНЕУ, 2004. – 231 с.
4. Чигринська О.С. Теорія економічного аналізу / О.С. Чигринська, Т.М. Власюк // Каталог електронних книжок EbookTime [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://ebooktime.net/book_90.html
5. Іващук О.Т. Економіко-математичне моделювання : навч. посібник / О.Т. Іващук. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.
6. Купалова Г.І. Теорія економічного аналізу: навч. посіб. / Г.І. Купалова. – К.: Знання, 2008. – 639 с.
7. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу : навч. посібник / Р.М. Літнарівч. – Рівне, МЕРУ, 2011. – 140 с.