

Скловська Є.Г.

канд. техн. наук, доцент

Національний технічний університет України «КПІ»

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДО ЕКОНОМІЧНОГО РОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕНЬ МІЖ ПАРАЛЕЛЬНО ПРАЦЮЮЧИМИ АГРЕГАТАМИ ТЕПЛОВИХ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ**

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ К ЭКОНОМИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ НАГРУЗОК МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНО РАБОТАЮЩИХ АГРЕГАТОВ ТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ**

## **APPLICATION OF METHODS OF THE MATHEMATICAL PROGRAMMING FOR THE ECONOMIC DISTRIBUTING OF LOADINGS BETWEEN THE PARALLELL WORKINGS AGGREGATES OF THERMAL POWER-STATIONS**

У даній статті розглянуто застосування методів математичного програмування для розв'язання задач економічного розподілу навантажень між паралельно працюючими агрегатами теплових електростанцій (ТЕС). Розглянуто випадки, коли застосування звичайних методів розподілу навантажень (рівності відносних приростів, приращених цін тощо) неможливо через нелінійність або дискретність енергетичних характеристик обладнання, необхідності одночасного розподілу як електричних, так і теплових навантажень на теплоелектроцентралях (ТЕЦ), необхідності при розподілі навантажень визначати кількість одночасно працюючих агрегатів і вид палива для них. Наведені алгоритми побудови лінійної моделі ТЕС для розподілу теплових та електричних навантажень методом лінійного програмування, розподілу навантажень методом динамічного програмування та алгоритм вибору складу працюючих агрегатів та розподілу навантажень між ними методом цілочислового програмування (метод "гілок та меж").

**Ключові слова:** економічний розподіл навантажень, математична модель, математичне програмування, лінійне програмування, динамічне програмування, цільова функція, обмеження

В данной статье рассмотрено применение методов математического программирования для решения задач распределения нагрузок между параллельно работающими агрегатами тепловых электростанций (ТЭС). Рассмотрены случаи, когда применение обычных методов распределения нагрузок (равенства относительных приростов, приращенных цен и т.п.) невозможно из-за нелинейности или дискретности энергетических характеристик оборудования, необходимости одновременного распределения как электрических, так и тепловых нагрузок на теплоэлектроцентралях (ТЭЦ), необходимости при распределении нагрузок определять количество одновременно работающих агрегатов и вид топлива для них. Приведены алгоритмы построения линейной модели ТЭС для распределения тепловых и электрических нагрузок, распределения нагрузок методом динамического программирования и алгоритм выбора состава работающих агрегатов и распределения нагрузок между ними методом целочисленного программирования (метод "ветвей и границ").

**Ключевые слова:** экономическое распределение нагрузок, математическая модель, математическое программирование, линейное программирование, динамическое программирование, целевая функция, ограничения.

*In this article application of the mathematical programming methods is considered for the decision of tasks of distributing loadings between the parallel workings aggregates of thermal power-stations. Cases are considered, when application of ordinary methods of distribution of loading (equalities of relative increases, increasing prices etc.) is impossible from non-linearity or discreteness of power descriptions of equipment, necessity of simultaneous distribution of electric and thermal loading, to the necessity at distribution of loading to determine the amount of simultaneously working aggregates and type of fuel for them. The algorithms are showed: for construction linear model of heat central station for distributing thermal and electric loadings by means of linear programming, algorithm distributing of loadings by the method of the dynamic programming and algorithm of choice the composition of workings aggregates and distributing of loadings between them by the method of the integer programming (method of "branches-and-bound").*

**Keywords:** economic distributing of loadings, mathematical model, mathematical programming, linear programming, dynamic programming, function of aim, limitations.

**Вступ.** Одна із важливіших задач електроенергетики – забезпечення надійної й економічної роботи енергогенеруючого обладнання електростанцій. Умовою економічної роботи обладнання теплових електростанцій (ТЕС) є мінімальна вартість палива при виконанні заданого графіка електричних і теплових навантажень. Для розв'язання цієї задачі використовується принцип рівності відносних приростів палива (або підведеного тепла до турбін ТЕЦ) [1], а в умовах Оптового ринку електроенергії – метод відносних приростів вартості палива (так званих прирощених цін). Але задача розподілу навантажень між енергоагрегатами на основі їх енергетичних характеристик ускладнюється нелінійністю цих характеристик (розривами, скачками тощо), необхідністю одночасного розподілу теплових і електричних навантажень на теплоелектроцентралях (ТЕЦ), необхідністю вибору складу агрегатів, які використовують різне паливо.

Для знаходження оптимального режиму роботи енергоагрегатів із складними тепловими схемами, коли неможливо застосовувати аналітичні методи (принцип рівності відносних приростів, прирощених цін тощо), широко застосовуються методи математичного програмування, такі як лінійне програмування, динамічне програмування, метод "гілок та меж" тощо.

**Постановка завдання.** Необхідно розробити алгоритми і програми розв'язання задач розподілу навантажень у таких випадках: нелінійні енергетичні характеристики енергоагрегатів або енергоблоків задані у вигляді таблиць, необхідно одночасно розподіляти як електричні, так і теплові навантаження, необхідно одночасно з розподілом навантажень вибирати склад працюючих агрегатів або вид палива для них.

**Методологія.** У розробці алгоритмів і програм використовувалися методи лінійного програмування, динамічного програмування та цілочислового програмування (метод "гілок та меж").

**Результати дослідження.** Однією з найпоширеніших задач оптимізації режимів є задача розподілу теплових та електричних навантажень між теплофікаційними турбінами теплоелектроцентралей (ТЕЦ). Ця задача ускладнюється тим, що зазвичай ті турбіни, які мають більший питомий виробіток електроенергії на тепловому споживанні ( $\bar{w}_{тф}$ ), також більш економічні й у конденсаційному режимі, тобто якщо збільшити їх завантаження по теплу, то робота менш економічних турбін у конденсаційному режимі призведе до перевитрат тепла через те, що вони мають більш високий відносний приріст тепла у конденсаційному режимі. Отже, розподіл окремо теплових і окремо електричних навантажень на ТЕЦ не дозволяє знайти оптимальний режим їх роботи.

Враховуючи те, що на практиці енергетичні характеристики теплофікаційних турбін описуються ламаними лініями, для розв'язання цієї задачі можна застосувати метод лінійного програмування (симплекс-метод) [2,3], який дає можливість проаналізувати варіанти розподілу навантажень між турбінами різних типів і вибрати з них оптимальний.

**Математична постановка задачі:** На ТЕС встановлено  $k$  турбін різних типів:  $K$  – конденсаційні турбіни (без регульованих відборів пари на тепlopостачання),  $T$  – з опалювальними відборами,  $ПТ$  – з виробничими та опалювальними відборами,  $P$  – з протитиском,  $ПР$  – з виробничим відбором і протитиском. Енергетичні характеристики цих турбін  $Q_w = f(N)$  являють собою залежність витрати тепла, що йде на виробіток електроенергії, від корисного електричного навантаження турбіни й описується ламаною лінією із точкою зламу при  $N_{тф}$  – потужності турбіни, яка виробляється парою, що йде у регульовані відбори для відпуску тепла споживачам. Інша частина потужності  $N_k = N - N_{тф}$  виробляється парою, що йде у конденсатор турбіни. Позначимо змінні, які треба визначити: електричне навантаження кожної турбіни  $N_i$ , теплове навантаження у парі опалювального відбору

–  $Q_i^{оп}$ , виробничого відбору –  $Q_i^{вир}$ . Сумарні навантаження, які слід розподілити:  $N_{\Sigma}, Q_{\Sigma}^{оп}, Q_{\Sigma}^{вир}$ . Оскільки енергетичні характеристики турбін – лінійні, задача може бути розв’язана методом лінійного програмування (симплекс-методом).

Цільова функція (сумарна витрата тепла на виробіток електроенергії):

$$Q_w = \sum_{i=1}^k Q_{wi} \rightarrow \min.$$

Обмеження:

I. Умова покриття заданих навантажень:

$$\text{електричного: } \sum_{i=1}^k N_i = N_{\Sigma};$$

$$\text{у парі виробничих відборів: } \sum_{i=1}^k Q_i^{вир} = Q_{\Sigma}^{вир};$$

$$\text{у парі опалювальних відборів: } \sum_{i=1}^k Q_i^{оп} = Q_{\Sigma}^{оп}.$$

II. Обмеження по максимальній потужності:

$$N_i \leq N_i^{max};$$

$$Q_i^{вир} \leq Q_{вир}^{max};$$

$$Q_i^{оп} \leq Q_{оп}^{max};$$

III. Навантаження турбіни повинно бути не меншим за її теплофікаційну потужність (обмеження  $N_i$  по мінімуму):  $N_i \geq N_{тфi}$ .

Математичну модель ТЕС із конкретним складом обладнання зазвичай складають вручну. При зміні складу або введенні нового обладнання, зміні параметрів пари, що відбирається, модель необхідно складати заново, для чого необхідно знати основи лінійного програмування. На практиці ж персонал ТЕС не завжди в змозі скласти таку модель, тому доречно використати спеціальну програму, яка дозволить автоматично складати математичні моделі ТЕС для будь-якого заданого складу обладнання, при цьому математичні моделі конкретних ТЕЦ (конденсаційних, теплоелектроцентралей тощо) будуть частковими випадками загальної математичної моделі.

Розглянемо порядок складання такої моделі. Загальний вигляд енергетичної характеристики турбоустановки:

$$Q_w = Q_{xx} + q'_k N - (q'_k - q'_{тф}) N_{тф}, \text{ де } N_{тф} = \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} + \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} - \Delta N,$$

де  $Q_w$  – витрата тепла на виробіток електроенергії,  $Q_{xx}$  витрата холостого ходу,  $q'_k$  і  $q'_{тф}$  – відносні прирости відповідно у конденсаційному та у теплофікаційному режимах,  $N$  і  $N_{тф}$  – загальна електрична потужність і теплофікаційна потужність турбіни (яка виробляється паром, що йде у відбори),  $\bar{w}_{тф}^{вир}$  і  $\bar{w}_{тф}^{оп}$  – питомі виробітки електроенергії паром відповідно виробничого та опалювального відборів,  $Q_{вир}$  і  $Q_{оп}$  – навантаження виробничого та опалювального відборів,  $\Delta N$  – поправка до теплофікаційної потужності турбіни (на вентиляційний пропуск пари через частину низького тиску).

Підставивши  $N_{тф}$  у рівняння для  $Q_w$ , отримуємо:

$$Q_w = Q_{xx} + q'_k N - q'_k \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} - q'_k \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} + (q'_k - q'_{тф}) \Delta N$$

Таким чином, енергетичні характеристики наведених вище типів турбін будуть мати такий вигляд:

$$T: Q_w = Q_{xx} + q'_k N - q'_k \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} + (q'_k - q'_{тф}) \Delta N;$$

$$ПТ: Q_w = Q_{xx} + q'_k N - q'_k \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} - q'_k \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} - (q'_k - q'_{тф}) \Delta N;$$

$$P: Q_w = Q_{xx} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} - q'_{тф} \Delta N;$$

$$ПР: Q_w = Q_{xx} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{вир} Q_{вир} + q'_{тф} \bar{w}_{тф}^{оп} Q_{оп} - q'_{тф} \Delta N;$$

$$K: Q_w = Q_{xx} + q'_k N.$$

Цю інформацію зводимо у таблицю.

Масив вихідних даних для складання математичної моделі ТЕС

Номери стовпців	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тип турбіни	Шифр типу								
К	1	$q'_k$	0	0	0	0	$N_{\max}$	0	0
Т	2	$q'_k$	$q'_{тф}$	0	$\overline{W}_{тф}^{оп}$	$\Delta N$	$N_{\max}$	0	$Q_{оп}^{max}$
ПТ	3	$q'_k$	$q'_{тф}$	$\overline{W}_{тф}^{вир}$	$\overline{W}_{тф}^{оп}$	$\Delta N$	$N_{\max}$	$Q_{вир}^{max}$	$Q_{оп}^{max}$
Р	4	0	$q'_{тф}$	$\overline{W}_{тф}^{вир}$	0	$\Delta N$	0	$Q_{вир}^{max}$	0
ПР	5	0	$q'_{тф}$	$\overline{W}_{тф}^{вир}$	$\overline{W}_{тф}^{оп}$	$\Delta N$	$N_{\max}$	$Q_{вир}^{max}$	$Q_{оп}^{max}$

Наведений на рис. 1 алгоритм для будь-якої кількості турбін указаних типів дозволяє автоматично отримати лінійну модель ТЕС для розподілу електричних і теплових навантажень.

Пояснимо деякі пункти алгоритму:

Кількість незалежних змінних: для турбін К (тип 1) – 1 ( $N_i$ ), для турбін Т (тип 2) – 2 ( $N_i$  та  $Q_{оп}$ ), для ПТ (тип 3) – 3 ( $N_i$ ,  $Q_{вир}$  та  $Q_{оп}$ ), для Р – 1 ( $Q_{вир}$ ), для ПР – 2 ( $Q_{вир}$  та  $Q_{оп}$ ).

Кількість обмежень: для турбін К – 1 (по  $N_i^{max}$ ), для Т – 3 (по  $N_i^{max}$ ,  $Q_{оп}^{max}$ ,  $N_i \geq N_{тф}$ ), для ПТ – 4 (по  $N_i^{max}$ ,  $Q_{вир}^{max}$ ,  $Q_{оп}^{max}$ ,  $N_i \geq N_{тф}$ ), для Р – 1 (по  $Q_{вир}^{max}$ ), для ПР – 3 (по  $Q_{вир}^{max}$ ,  $Q_{оп}^{max}$ ,  $N_i \geq N_{тф}$ ).

Ці величини у вигляді масивів констант  $n1(5) = 1, 2, 3, 1, 2$  та  $m1(5) = 1, 3, 4, 1, 3$  записані у програмі. Тоді розміри матриці обмежень визначаються так:

Кількість змінних:  $n = \sum_{i=1}^k n1(t(i))$

Кількість обмежень:  $m = \sum_{i=1}^k m1(t(i)) + 6$ ;

де  $t(i)$  – стовпчик № 1 у таблиці 1, що визначає тип  $i$ -тої турбіни ( $i$  – порядковий номер її на ТЕС), 6 – кількість обмежень, що відповідають умовам покриття заданих навантажень (по 2 на кожний вид енергії).

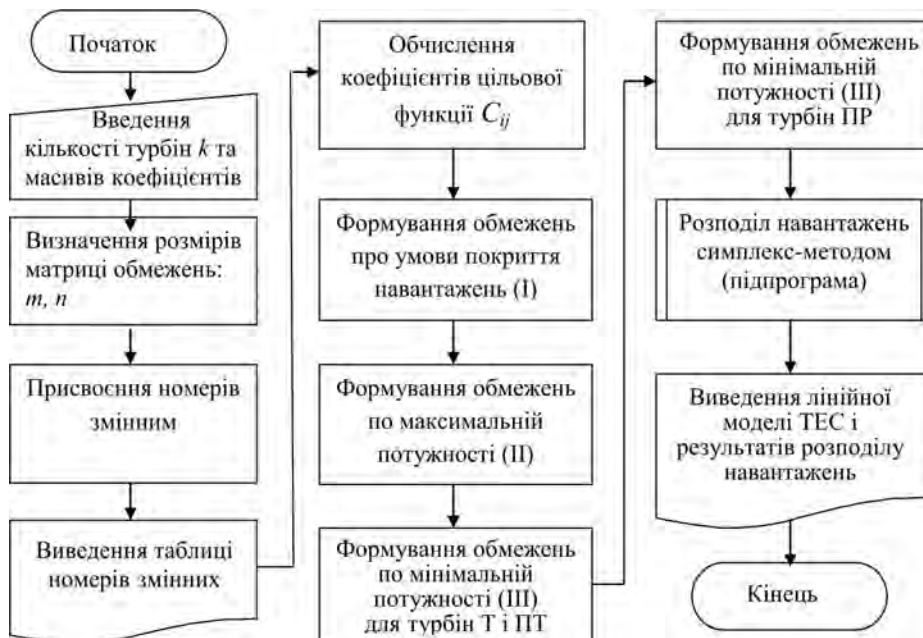


Рис. 1. Блок-схема алгоритму побудови лінійної математичної моделі ТЕС і розподілу навантажень між турбінами (розробка автора)

Присвоєння номерів змінним: змінні з номерами від 1 до  $k1$  відповідають електричній потужності турбін типу К, Т і ПТ; змінні з номерами від  $k1+1$  до  $l$  – опалювальним відборам турбін Т, ПТ і ПР, а змінні з номерами від  $l+1$  до  $n$  – виробничим відборам у турбін ПТ, Р і ПР. Після цього виводиться таблиця присвоєння номерів змінним.

Формування цільової функції  $C_j$ :

$$C_j = q_{k_j} \quad (j = 1, 2, \dots, k1);$$

$$C_j = - \quad (j = k1+1, \dots, l);$$

$$C_j = - (q'_{k_j} - q'_{\tau\phi_j}) \overline{w}_{\tau\phi_j}^{\text{вир}} \quad (j = l+1, \dots, n).$$

Формування матриці обмежень:

Спочатку приймається, що всі величини  $A_{ij} = 0$  (при  $i=1,2, \dots, m; j=1,2, \dots, n+1$ ).

Перший рядок матриці  $A_{ij}$  відповідає умові покриття електричної потужності ( $\sum_{i=1}^k N_i = N^\Sigma$ ) і записується так:  $A_{1j} = 1; A_{1,n+1} = N^\Sigma$  ( $j = 1, 2, \dots, k1$ ).

Для турбін типу Р і ПР (тип 4 і 5)  $A_{1j} = \overline{w}_{\tau\phi_j}^{\text{вир}} \quad (j = l+1, \dots, n)$  і для турбін ПР (тип 5)  $A_{1j} = \overline{w}_{\tau\phi_j}^{\text{оп}} \quad (j = k1+1, \dots, l)$ .

Якщо  $t(i) \geq 4$  (турбіни Р і ПР), то до  $A_{1,n+1} = N^\Sigma$  додається  $\Delta N_i$ .

Третій рядок матриці відповідає умові покриття опалювального навантаження:  $A_{3j} = 1; A_{3,n+1} = Q_\Sigma^{\text{оп}}$  ( $j=k1+1, \dots, l$ ), а п'ятий – умові покриття виробничого навантаження:  $A_{5j} = 1; A_{5,n+1} = Q_\Sigma^{\text{вир}}$  ( $j = l+1, \dots, n$ ). Рядки, 2, 4, 6 використовуються для забезпечення суворої рівності для кожного з видів енергії, тобто у цих рядках знак коефіцієнтів змінюється на протилежний:  $A_{ii} = -A_{i-1,i}$  ( $i=2,4,6; j=1, 2, \dots, n+1$ ), тобто, наприклад,  $\sum_{i=1}^k N_i = N^\Sigma$  записується як  $\sum_{i=1}^k N_i \leq N^\Sigma$  та  $\sum_{i=1}^k N_i \geq N^\Sigma$

Умови, не перевищення максимально можливого навантаження кожної турбіни записуються так:

$$A_{i,i-6} = 1 \quad (i=7,8, \dots, n+6);$$

$$A_{i,n+1} = N_i^{\text{max}} \quad (i=7,8, \dots, k1+6) \text{ для умови, що } N_i \leq N_i^{\text{max}};$$

$$A_{i,n+1} = Q_{\text{оп}i}^{\text{max}} \quad (i = k1+7, \dots, l+6) \text{ для умови, що } Q_{\text{оп}i} \leq Q_{\text{оп}i}^{\text{max}};$$

$$A_{i,n+1} = Q_{\text{вир}i}^{\text{max}} \quad (i = l+7, \dots, n+6) \text{ для умови, що } Q_{\text{вир}i} \leq Q_{\text{вир}i}^{\text{max}};$$

Умови обмеження електричної потужності турбін по мінімуму (Нтф) записуються у рядках з номерами  $i1 = n+7, \dots, n+l+6$ :

Для турбін Т, ПТ і ПР:

$$A_{i1,j} = \overline{w}_{\tau\phi_i}^{\text{оп}} \quad (j = k1+1, \dots, l);$$

$$A_{i1,j} = \overline{w}_{\tau\phi_i}^{\text{вир}} \quad (j = l+1, \dots, n);$$

$$\text{Для турбін Т і ПТ: } A_{i1,j} = -1 \quad (j = 1, 2, \dots, k1); A_{i1,n+1} = \Delta N_i \quad (j = 1, 2, \dots, k1).$$

$$\text{Для турбін ПР: } A_{i1,n+1} = +\Delta N_i \quad (j = 1, 2, \dots, k1).$$

Сформовані таким чином цільова функція і матриця обмежень являють собою лінійну математичну модель ТЕС, до якої додатково вводяться значення навантажень, які необхідно розподілити, їх значення автоматично заносяться у  $n+1$  стовпець перших 6-ти обмежень і за допомогою підпрограми Simprl виконується розподіл навантажень.

Цей алгоритм реалізований у програмі LINA і для розподілу навантажень за допомогою цієї програми слід ввести тільки характеристики турбін згідно із таблицею 1 (у тому порядку, в якому вони встановлені на ТЕС) та сумарні навантаження, які необхідно розподіляти. Для повторного використання програми вводяться тільки навантаження.

Іноді застосування енергетичних характеристик обладнання для розподілу навантажень ускладнюється нелінійністю енергетичних характеристик котлоагрегатів, турбін та енергоблоків, що не дозволяє користуватися методами лінійного програмування.

Водночас методи динамічного програмування дозволяють розв'язати цю задачу незалежно від форми енергетичних характеристик, оскільки вони задаються не функціональною залежністю, а у вигляді таблиці залежності витрат палива або тепла від потужності.

*Математична постановка задачі.* Задачу економічного розподілу навантажень можна сформулювати так [1]: на ТЕС встановлено  $n$  енергоблоків, кожен з яких має енергетичну характеристику:

$$B_j = f_j(N_j),$$

де  $B_j$  – витрата палива (у т/год.) енергоблоком номер  $j$  при електричному навантаженні  $N_j$ , МВт.

Мета задачі – при заданому сумарному навантаженні  $N_y$  визначити такі навантаження кожного агрегату  $N_j$  при яких сумарна витрата палива (або тепла – для турбін) буде мінімальною:

$$B_y = \sum_{j=1}^n B_j = \sum_{j=1}^n f_j(N_j) \rightarrow \min \text{ (цільова функція)}$$

При цьому значення  $N_j$  повинні лежати у межах робочих навантажень агрегату:  $N_j = 0$  (агрегат не працює) або  $N_j^{min} \leq N_j \leq N_j^{max}$ .

Алгоритм розв'язання цієї задачі такий:

Задача розбивається на  $n$  послідовних етапів, на кожному з яких складається еквівалентна характеристика  $k$  агрегатів як сумарна характеристика двох агрегатів:  $k$ -того та агрегату, еквівалентного  $k-1$  попередніх агрегатів. Таким чином, на першому етапі сумарна еквівалентна характеристика першого агрегату відповідає його характеристиці. На другому етапі складається сумарна характеристика першого і другого агрегатів, на третьому – сумарна характеристика 3-го агрегату та агрегату, еквівалентного 1 та 2-му агрегатам і так далі до агрегату  $n$ .

Побудовою еквівалентної характеристики усієї ТЕС закінчується перша частина ("прямий хід") задачі. Друга частина ("зворотний хід") полягає в оптимальному розподілі заданого навантаження  $N_y$  між агрегатами на основі еквівалентної характеристики ТЕС, по якій визначається навантаження останнього  $n$ -ого агрегату  $N_n$  та навантаження всіх інших  $n-1$  агрегатів  $N_{n-1}^z = N^z - N_n$ . Далі по характеристиці  $(n-1)$ -го еквівалентного агрегату знаходиться навантаження  $(n-1)$ -го агрегату і далі до 1-го агрегату.

На рис.2 наведена блок-схема цього алгоритму. В алгоритмі прийняті такі позначення:  $n$  – кількість агрегатів на ТЕС,  $DN$  – крок характеристики, МВт;  $m$  – кількість значень на характеристиці найпотужнішого агрегату ( $m = N_{max}/DN + 1$ );  $k1(j)$  – кількість значень на характеристиці  $j$ -того агрегату ( $k1(j) = N_{max}/DN + 1$ );  $k2(j)$  – номер точки на характеристиці, яка відповідає мінімальному навантаженню  $N_{minj}$  ( $k2(j) = N_{minj}/DN + 1$ );  $B(m+1, n)$  – енергетичні характеристики агрегатів.

Цей алгоритм реалізований у програмі *DINA* (розробка автора) і для розподілу навантажень за допомогою цієї програми слід ввести тільки характеристики турбін у вигляді масиву  $B(m+1, n)$ , координати точок з мінімальним і максимальним навантаженням  $k1(n)$ ,  $k2(n)$  та сумарні навантаження, які необхідно розподіляти. Для повторного використання програми вводяться тільки навантаження.

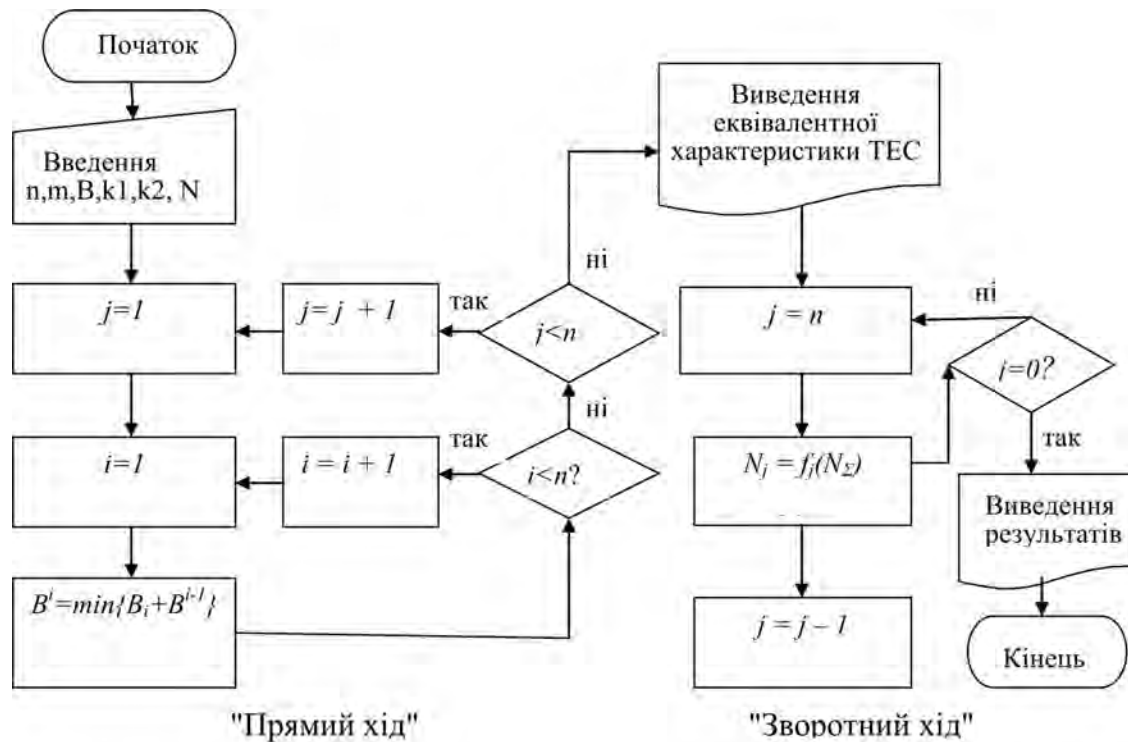


Рис. 2 Блок-схема алгоритму розподілу навантажень методом динамічного програмування ([1] і розробка автора)

На практиці часто виникають випадки, коли разом із розподілом навантажень необхідно визначити склад агрегатів, які працюють при цьому навантаженні, і вид палива для них. Таким чином, до звичайних лінійних обмежень додається вимога цілочисловості, оскільки кількість агрегатів, які працюють на тому чи іншому паливі, повинна бути цілою.

Розглянемо такий приклад (1-а черга Трипільської ТЕС):

На ТЕС встановлені 4 енергоблоки 300 МВт із двокорпусними котлами, для яких можлива робота на вугіллі і газі у таких режимах:

- один корпус котла працює на вугіллі, а другий зупинений;
- один корпус котла працює на газі, а другий зупинений;
- обидва корпуси працюють на вугіллі;
- обидва корпуси працюють на газі;
- один корпус працює на вугіллі, другий – на газі.

Характеристики енергоблоків – прямолінійні або ламані з одним зломом. Прийmemo для спрощення, що характеристики виражені прямою лінією:

$$B_j = B_{xxj} + b'_j N_j,$$

де  $B_j$  – витрата палива блоком у  $j$ -тому режимі,  $B_{xxj}$  – витрата палива блоком на холостому ході,  $b'_j$  – відносний приріст,  $N_j$  блоку в  $j$ -тому режимі.

Оскільки тут слід обирати кількість блоків, що працюють у кожному режимі, то слід враховувати витрати холостого ходу, помножені на кількість енергоблоків, що працюють у даному режимі:  $n_j B_{xxj}$ , де  $n_j$  – кількість блоків, що працюють у  $j$ -тому режимі, а це ціле число.

Тоді цільова функція матиме вигляд:

$$\sum_{j=1}^m n_j B_{xxj} + \sum_{j=1}^m b'_j N_j \rightarrow \min$$

Обмеження теж включають цілі числа  $n_j$ , наприклад:

Загальна кількість енергоблоків:  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 \leq 4$ ;

Кількість блоків, у яких 1 корпус знаходиться у ремонті:  $n_1 + n_2 \geq 2$  (або 1) умова покриття навантажень:  $\sum_{j=1}^m N_j = N_y$ ;

обмеження на використання одного із видів палива (наприклад, газу):

$$n_2 B_{xx2} + n_4 B_{xx4} + n_5 B_{xx5} + b'_2 N_2 + b'_4 N_4 + b'_5 N_5 \leq B_{\text{Газ}}^{\Sigma};$$

обмеження потужності енергоблоків по мінімальному і максимальному навантаженню:  $N_j \geq N_j^{\min}$  та  $N_j \leq N_j^{\max}$ .

Таким чином, маємо частково цілочислову задачу лінійного програмування, в якій 5 змінних ( $n_j$ ) є цілими, а 5 ( $N_j$ ) – можуть бути будь-якими.

Ця задача розв'язується методом "гілок і меж" таким чином [4.5]:

1. Симплексним методом розв'язується вихідна задача без вимог цілочисловості. Якщо серед перших 5 (або  $m$ ) нема дробових чисел, то цей розв'язок є оптимальним рішенням вихідної задачі.

2. Якщо в умовно-оптимальному плані є дробові значення  $n_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ), то обирають одну (найчастіше першу із дробових величин) і визначають її цілу частину  $[n_j]$  і записують два додаткові обмеження:

$$n_j \leq [n_j] \quad \text{та} \quad n_j \geq [n_j] + 1.$$

3. Кожну із отриманих нерівностей приєднують до обмежень вихідної задачі. В результаті отримуємо дві нові частково цілочислові задачі лінійного програмування.

4. Розв'язуємо симплексним методом обидві нові задачі. Якщо отримано цілочисловий розв'язок хоча б однієї з них, то це і є розв'язком задачі, якщо цілочисловий розв'язок одержано в обох задачах, то оптимальним рішенням буде те, в якому значення цільової функції є меншим. Якщо в обох задачах ще залишилися дробові значення  $n_j$ , то обирають задачу з меншим значенням цільової функції і здійснюють перехід до пункту 2. Кожен раз гілкуванню підлягає та задача із дробовими значеннями величин  $n_j$ , в якій значення цільової функції – найменше.

**Висновки.** У даній статті доведені можливості використання методів математичного програмування для розв'язання задач оптимізації режимів роботи ТЕС. Застосування цих методів доцільно при економічному розподілі навантажень між паралельно працюючими агрегатами у випадках, коли застосування звичайних методів ускладнено нелінійністю або дискретністю характеристик, необхідністю разом із розподілом навантажень визначити склад працюючого обладнання і вид палива для нього при обмеженнях на деякі види палива, а також при розподілі теплових та електричних навантажень на ТЕЦ. У таких випадках можливе застосування методів математичного програмування: лінійного, динамічного та цілочислового програмування (метод "гілок та меж"). Наведені алгоритми практичного застосування цих методів для розв'язання задач економічного розподілу навантажень. Розроблені програми автоматичної побудови лінійної моделі ТЕЦ з будь-яким

складом турбін та економічного розподілу навантажень між ними (LINA), для розподілу навантажень між агрегатами ТЕС методом динамічного програмування (DINA). Розроблені алгоритми і програми можуть бути використані на ТЕС для економічного розподілу навантажень.

#### Література:

1. Синьков В.М. Оптимизация режимов энергетических систем./В.М.Синьков, В.М.Богословский, В.Г.Григоренко, Я.А.Калиновский, А.А.Огородников, Э.А.Мозговая – К.: Вища шк. 1976. – 308 с.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций. М.: Мир, 1972. – Т. 1, гл. 4., т.2, гл. 8 – 11.
3. Наконечний С.І. Математичне програмування: Навч. посіб./С.І.Наконечний, С.С.Савіна– К.: КНЕУ, 2004. – 452 с.
4. Ляшенко И.П. Линейное и нелинейное программирование. / И.П. Ляшенко, Е.А.Карагодова, Н.В.Черникова, Н.З.Шор – К.: Вища школа, 1975. – 372 с.
5. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник. / Под общ. ред. В.И.Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 656 с.