

Лозовська Л.І., к.ф.-м.н., доцент
Національна металургійна академія України
Чорнорот Я.О., аспірант
 кафедри економічної інформатики
Національна металургійна академія України

ЗАСТОСУВАННЯ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОВЕДІНКИ СПОЖИВАЧА

Лозовська Л.І., Чорнорот Я.О. Застосування комплекснозначних моделей для прогнозування поведінки споживача. Поведінка споживача викликає інтерес у всіх підприємств, які прагнуть зробити свою збутову стратегію успішною. У статті розглянуто та проаналізовано три можливі моделі для дослідження споживчого попиту, які розроблено із застосуванням теорії комплексних змінних. Також для цих моделей виконано прогноз необхідних показників та представлені його результати.

Ключові слова: споживчий попит, ціна, прогноз, модель, уявна та дійсна частини, комплексне число.

Лозовская Л.И., Чернорот Я.А. Применение комплекснозначных моделей для прогнозирования поведения потребителя. Поведение потребителя вызывает интерес у всех предприятий, которые стремятся сделать свою сбытовую стратегию успешной. В статье рассмотрены и проанализированы три возможные модели для исследования потребительского спроса, которые разработаны с применением теории комплексных переменных. Также для этих моделей выполнен прогноз необходимых показателей и представлены его результаты.

Ключевые слова: потребительский спрос, цена, прогноз, модель, мнимая и действительная части, комплексное число.

Lozovska L.I., Chornorot Ya.O. Application of complex models for forecasting consumer behavior. The behavior of consumers causes interest for all companies which seeking to make their marketing strategy successful. In this article is reviewed and analyzed three possible models for the study of consumer demand, which developed with using the theory of complex variables. Also for these models made forecast for necessary indicators and presented the results.

Keywords: consumer demand, price forecast, model, imaginary and real parts, complex number.

Постановка проблеми. Для організації успішної виробничої та збутової стратегії підприємства важливим та початковим кроком є дослідження поведінки споживача. Попит на товар та його ціна є необхідними показниками під час вивчення поведінки споживача, тому виникає потреба розробки і використання комплексного показника, що одночасно характеризує ці дві сторони одного об'єкта. Саме такий показник можна отримати, скориставшись теорією комплексних чисел. Серед наявних розроблених моделей споживчого попиту, побудованих за допомогою різноманітних математичних методів, теорію комплексних змінних ще не було застосовано.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Застосування теорії комплексних чисел в економіко-математичному моделюванні є відносно новим та досить перспективним напрямом у сучасній науці. Дослідженнями в даній сфері займаються такі вчені, як Светуцьков С.Г., Савинов Г.В., Светуцьков І.С., Блудова Т.В., Мельник О.О., Корецька Т.В., Богданов А.А., Заграновська А.В., Шарипова І.Ю. та ін.

Светуцьковим С.Г. було запропоновано використовувати в економіці функції комплексних змінних, які в силу притаманних їм властивостей інакше, ніж функції дійсних змінних, описують взаємозв'язок між економічними показниками [1].

Светуцьков І.С. на прикладі теорії виробничих функцій довів, що використання комплексних змінних значно розширює інструментальну базу економічного аналізу виробничих процесів; розглянув різні види виробничих функцій комплексних змінних і те, як вони можуть бути використані в економіко-математичному моделюванні [2; 3]. Крім того, науковцем було розглянуто модель конкурентоздатності товару на основі комплексних змінних [4].

Проведений аналіз літературних джерел показав, що серед розроблених моделей споживчого попиту на цей час не вирішеним залишається питання побудови таких моделей із використанням теорії комплексних змінних.

Постановка завдання. Метою статті є розробка моделей споживчого попиту з використанням теорії комплексних чисел, проведення прогнозу на основі побудованих моделей та аналіз отриманих результатів.

Виклад основних результатів. Одним із важливих понять в економічній теорії є споживач. В умовах ринкової системи управління виробничою і збутовою діяльністю підприємств і фірм в основі прийняття господарських рішень лежить інформація про споживчий попит у товарах і послугах. Обґрунтованість цих рішень перевіряється ринком

у ході реалізації вироблених товарів і послуг. Отже, початковим пунктом усього циклу підприємницької діяльності стає вивчення споживчого попиту і поведінки споживачів. При цьому головна проблема полягає в тому, щоб установити залежність обсягів придбаних товарів та послуг (склад і рівень попиту на товари і послуги) від різних чинників, як економічних, так і природних. До економічних факторів належать рівень виробництва (пропозиції) товарів і послуг S , рівень грошових доходів окремих груп населення I , рівень і співвідношення цін P . До природних факторів належать демографічний склад населення, передусім розмір і склад сім'ї F , а також звички і традиції, рівень культури, природно-кліматичні умови, особисті уподобання та ін. [5, с. 57].

З урахуванням того, що і попит на товар, і його ціна є необхідними показниками під час вивчення поведінки споживача, виникає потреба в розробці і використанні комплексного показника, що одночасно характеризує ці дві сторони одного об'єкта. Таким показником може стати відоме в математиці комплексне число, що складається з дійсної та уявної частин, які є взаємопов'язаними і без яких комплексне число не має сенсу (як і товар не має сенсу без ціни і споживчих властивостей) [6].

Представивши будь-яку оцінку споживчого попиту на товар D як дійсну частину комплексного числа, а його ціну P – як уявну частину, отримаємо:

$$Q = aD + iP, \quad (1)$$

де i – уявна одиниця, яка визначається умовою і $(0,1)$ і задовольняє співвідношенню $i^2 = -1$.

У поведінці споживача між попитом і ціною існує зворотна залежність. Цю залежність можна описати моделями різної складності. У нашому випадку представимо модель у вигляді комплексного числа. Для комплексного числа зазначена залежність найбільш простим способом може бути описана як:

$$(aD - 1)^2 + (iP - 1)^2 = |Q| = \text{const} = 1. \quad (2)$$

Відповідно до рівності (2), легко переконатися, що зі зменшенням ціни товару попит на нього буде збільшуватися, а за збільшення ціни – зменшуватися, тому модель у цілому правильно описує головну особливість поведінки споживача.

Для визначення коефіцієнтів a, b моделі (2) можна застосувати метод найменших квадратів, цільова функція при цьому має такий вигляд:

$$\sum (Q^2 - (aD - 1)^2 - (bP - 1)^2) \rightarrow \min. \quad (3)$$

Розглянемо запропоновану модель на прикладі простої задачі. Оскільки ціна та попит виражаються в різних одиницях виміру, то спочатку потрібно нормалізувати значення цих показників шляхом ділення їх величини на максимальне значення:

$$\bar{P}_j = \frac{P_j}{\max_{j=1,n} P_j} = \frac{P_j}{P_n}, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\bar{D}_j = \frac{D_j}{\max_{j=1,n} D_j}, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (5)$$

Нормалізовані вихідні дані представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Нормалізовані вихідні дані

Ціна одиниці товару (P)	Попит на товар (D)
0,077	0,826
0,154	0,725
0,231	0,609
0,308	0,464
0,385	0,362
0,462	0,290
0,538	0,217
0,615	0,145
0,692	0,116
0,769	0,087
0,846	0,058
0,923	0,029
1,000	0,014

Вид кожного комплексного числа і коефіцієнти моделей слід знаходити за допомогою методів регресійної-кореляційного аналізу. Скористаємось засобами MS Excel для знаходження необхідних коефіцієнтів. За допомогою налаштування «Пошук рішення» отримали значення коефіцієнтів $a=0,708$ та $b=0,861$. При цьому помилка моделі становить 0,004 та є дуже незначною.

За отриманими даними побудуємо графік комплексного показника залежності попиту на товар від його ціни (рис. 1).

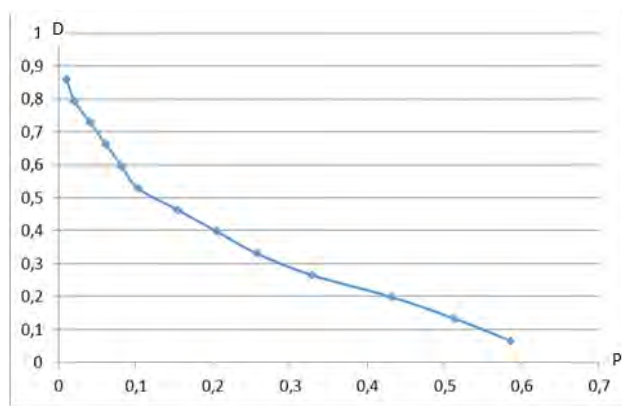


Рис. 1. Залежність попиту від ціни

Очевидно, що модифікація (1) є не єдиною можливою, до того ж її практичне застосування в такому спрощеному випадку є досить ідеалізованим. На практиці можна буде використовувати моделі самої різної складності, причому як дійсна, так і уявна частини даного комплексного числа можуть являти собою складні функції. Після того як буде побудована модель поведінки споживача у формі комплекс-

сного числа, можна використовувати її в самих різних випадках економічної практики.

Розглянемо застосування моделі (1) для побудови прогнозу. Нехай відомі деякі статистичні дані значень ціни та відповідного попиту на товар $P_j + iD_j, j = 0, 1, \dots, n-1$, які представлені в табл. 2. Також відомо, що для даного товару максимальна ціна дорівнює 65 у. о., за якої попит дорівнює 0, тобто значення $P_n + iD_n$. Проміжні значення між $P_{n-1} + iD_{n-1}$ та $P_n + iD_n$ спробуємо знайти, виконавши прогноз.

Таблиця 2

Статистичні дані попиту та ціни на товар

Попит на товар (D)	Ціна одиниці товару (P)
63	1
60	3
57	5
54	7
52	9
50	10
48	13
42	15
38	17
36	19
32	20
30	22
...	...
0	65

Оскільки ціна та попит виражаються в різних одиницях виміру, то спочатку потрібно нормалізувати значення цих показників шляхом ділення їх величини на максимальне значення, скориставшись формулами (4) та (5).

Нормалізовані вихідні дані представлені в табл. 3.

Таблиця 3

Нормалізовані вихідні дані

Попит на товар (\bar{D}_j)	Ціна одиниці товару (\bar{P}_j)
1	0,015
0,952	0,046
0,905	0,077
0,857	0,108
0,825	0,138
0,794	0,154
0,762	0,200
0,667	0,231
0,603	0,262
0,571	0,292
0,508	0,308
0,476	0,338
...	...
0	1

Скористаємось засобами MS Excel для знаходження необхідних коефіцієнтів моделі. За допомогою налаштування «Пошук рішення» отримали значення

коефіцієнтів $a=0,652$ та $b=0,807$. У даному разі помилка моделі становить 0,007 та є дуже незначною.

Після отримання коефіцієнтів знайдемо значення дійсної aD_j та уявної bP_j частини комплексної функції споживчого попиту (табл. 4).

Таблиця 4

Значення дійсної та уявної функцій

Період t	$a\hat{D}_j$	$b\hat{P}_j$
1	0,652	0,012
2	0,621	0,037
3	0,590	0,062
4	0,559	0,087
5	0,538	0,112
6	0,518	0,124
7	0,497	0,161
8	0,435	0,186
9	0,393	0,211
10	0,373	0,236
11	0,331	0,248
12	0,311	0,273

Далі виконаємо прогноз на наступні m періодів ($m=10$). Для прогнозування значення ціни знайдемо шаг прогнозу за формулою:

$$h = (1 - b\bar{P}_{12}) / m, \quad (6)$$

де \bar{P}_{12} – останнє відоме значення ціни.

Прогнозне значення уявної частини (ціни) функції буде визначатись шляхом додавання знайденого шагу до розміру ціни в попередньому періоді, тобто за такою формулою:

$$b\hat{P}_j = b\bar{P}_{j-1} + h, j=n, n+1, \dots, n+m. \quad (7)$$

Отримавши прогнозні значення уявної частини, знайдемо величини дійсної частини на наступні періоди. Для цього будемо використовувати формулу:

$$a\hat{D}_j = \sqrt{1 - (b\hat{P}_j - 1)^2}, j=n, n+1, \dots, n+m. \quad (8)$$

Розраховані прогнозні значення дійсної та уявної частин комплексної функції споживчого попиту наведено в табл. 5.

Таблиця 5

Прогнозні значення дійсної та уявної частин

Період t	$a\hat{D}_j$	$b\hat{P}_j$
13	0,266	0,321
14	0,205	0,394
15	0,154	0,466
16	0,113	0,539
17	0,078	0,612
18	0,051	0,684
19	0,030	0,757
20	0,015	0,830
21	0,005	0,902
22	0	1

На основі відомих та отриманих унаслідок прогнозування даних побудуємо графік комплексного показника залежності попиту на товар від його ціни в нормалізованих одиницях з урахуванням коефіцієнтів моделі (рис. 2).

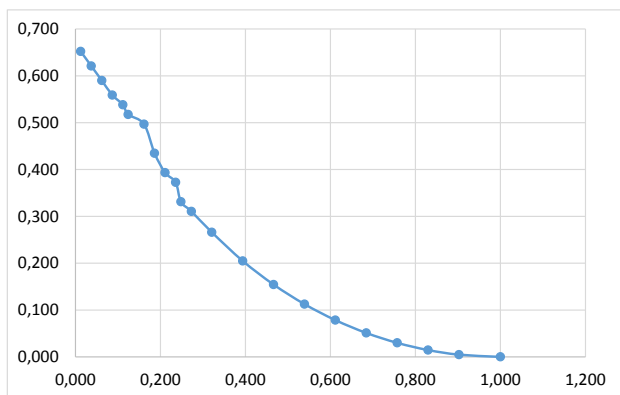


Рис. 2. Залежність попиту від ціни

Знайдемо чисельні значення прогнозованих показників. Для цього спочатку отримаємо нормалізовані значення шляхом ділення на відповідні коефіцієнти, а потім отримані значення помножимо на максимальні величини попиту та ціни відповідно. Результати прогнозування наведено в табл. 6.

Таблиця 6

Прогнозні чисельні значення попиту та ціни

Період t	\hat{D}_j	\hat{P}_j
13	25,696	25,858
14	19,791	31,716
15	14,911	37,574
16	10,879	43,431
17	7,582	49,289
18	4,938	55,147
19	2,894	61,005
20	1,410	66,863
21	0,461	72,721
22	0	80,578

Аналогічно до модифікації (1) розглянемо ще два можливих варіанти комплекснозначної моделі функції споживчого попиту:

1. Коли значення функції залежить від деякого коефіцієнту a, що впливає на величину попиту:

$$Q = aD + iP, \quad (9)$$

для якої цільова функція для визначення значення коефіцієнту a має такий вигляд:

$$\sum(Q^2 - (aD - 1)^2 - (P - 1)^2) \rightarrow \min, \quad (10)$$

2. Коли значення функції залежить від деякого коефіцієнту b, що впливає на значення ціни:

$$Q = D + iP, \quad (11)$$

для якої цільова функція для визначення значення коефіцієнту b буде мати вигляд:

$$\sum(Q^2 - (D - 1)^2 - (bP - 1)^2) \rightarrow \min, \quad (12)$$

Для моделі (9) виконаємо прогноз, скориставшись вихідними даними, що представлені в табл. 2, та нормалізованими даними з табл. 3.

Далі за допомогою засобів MS Excel «Пошук рішення» знайдемо значення необхідного коефіцієнта, величина якого $a = 0,573$. При цьому помилка моделі дорівнює 0,017 та є прийнятною.

Отримавши значення коефіцієнта a, знайдемо величини дійсної aD та уявної iP частини комплексної функції споживчого попиту (табл. 7).

Таблиця 7

Значення дійсної та уявної функцій

Період t	$a\hat{D}_j$	\hat{P}_j
1	0,573	0,015
2	0,546	0,046
3	0,518	0,077
4	0,491	0,108
5	0,473	0,138
6	0,455	0,154
7	0,436	0,200
8	0,382	0,231
9	0,346	0,262
10	0,327	0,292
11	0,291	0,308
12	0,273	0,338

Далі виконаємо прогноз на наступні m періодів (m=10). Для прогнозування значення ціни знайдемо шаг прогнозу за формулою (6).

Знайдемо прогнозні значення дійсної та уявної частин комплексної функції споживчого попиту за формулами (7) та (8). Отримані результати наведені в табл. 8.

Таблиця 8

Прогнозні значення дійсної та уявної частин

Період t	$a\hat{D}_j$	\hat{P}_j
13	0,220	0,374
14	0,172	0,440
15	0,130	0,506
16	0,096	0,572
17	0,068	0,638
18	0,045	0,705
19	0,027	0,771
20	0,013	0,837
21	0,005	0,903
22	0	1

Далі розрахуємо чисельні значення прогнозованих показників. Аналогічно першому випадку спочатку отримаємо нормалізовані значення шляхом ділення на відповідний коефіцієнт, а потім отримані значення помножимо на максимальні величини

попиту та ціни відповідно. Результати прогнозування представлено в табл. 9.

Таблиця 9

Прогнозні чисельні значення попиту та ціни

Період t	$a\hat{D}_j$	\hat{P}_j
13	24,229	24,3
14	18,863	28,6
15	14,347	32,9
16	10,567	37,2
17	7,440	41,5
18	4,908	45,8
19	2,929	50,1
20	1,472	54,4
21	0,518	58,7
22	0	65

Також аналогічно моделям (1) та (9) було виконано прогноз для моделі (11). У результаті було отримано такі дані: знайдено значення коефіцієнта $b = 0,484$; розрахована помилка моделі дорівнює 0,14. Прогнозні чисельні значення величин попиту та ціни на товар наведено в табл. 10.

Аналізуючи результати прогнозування для трьох моделей, можемо зробити висновок, що найбільш прийнятними є дані, отримані для моделі (9), незважаючи на те, що помилка цієї моделі не є самою меншою.

Таблиця 10

Прогнозні чисельні значення попиту та ціни

Період t	\hat{D}_j	\hat{P}_j
13	22,619	31,241
14	17,039	42,482
15	12,614	53,723
16	9,060	64,964
17	6,213	76,205
18	3,971	87,446
19	2,266	98,688
20	1,054	109,929
21	0,306	121,170
22	0	134,411

Висновки. Таким чином, інформація про поведінку споживача є важливим кроком для діяльності підприємства, тому вибір правильної збутової стратегії є одним із головних завдань керівників організацій. У статті побудовано та розглянуто різні варіанти моделі споживчого попиту із застосуванням теорії комплексних змінних, а також отримано та проаналізовано результати прогнозування значень величини попиту та ціни на товар. Перспективним для подальших розвідок у даному напрямі є розробка інших економіко-математичних моделей за допомогою теорії комплексних чисел.

Список літератури:

1. Светульников С.Г. Основы эконометрии комплексных переменных / С.Г. Светульников. – СПб. : СПбГУЭФ, 2008. – 108 с.
2. Светульников И.С. Использование комплексных переменных в теории производственных функций / И. Светульников // Известия Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов. – 2007. – № 4.
3. Светульников И.С. Производственные функции комплексных переменных в экономическом анализе : автореф. дис. ... канд. эк. наук : спец. 08.00.13 «Математические и инструментальные методы в экономике» / И.С. Светульников. – Санкт-Петербург, 2008. – 17 с.
4. Светульников С.Г. Информационное обеспечение управления конкурентоспособностью / С.Г. Светульников [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.marketing.spb.ru/read/m19/6.htm>.
5. Лискина Е.Ю. Экономико-математические модели : [учебное пособие] / Е.Ю. Лискина ; Ряз. гос. ун-т им. С.А. Есенина. – Рязань, 2009. – 110 с.
6. Лозовська Л.І. Analysis of a basic model of inventory management, built using theory of complex numbers and development software. / Л.І. Лозовська, Я.О. Чорнорот // Молодий вчений. – 2016. – № 3. – С. 126–130.