

Таким чином комплексний атлас Києва візуалізує практично усі найважливіші характеристики та параметри міського середовища та людської спільноти, що його наповнює та трансформує.

**Бортник С.Ю., Голубцов А.Г., Сосса Р.І., Ілляшенко І.О. Географічна інформаційна модель Києва.** Розглянуто особливості розробки науково-довідкового Комплексного атласу Києва. Атлас складається з 9-ти структурних частин і 36 розділів: Київ - столиця України; Історія; Природні умови та екологічний стан (10 розділів); Київ і кияни (10 розділів); Господарство (10 розділів); Київ гуманітарний (6 розділів); Рекреація і туризм; Територіальне планування; Оглядова карта міста. Дана коротка характеристика розділів атласу, перераховані інформаційні джерела.

**Ключові слова:** Комплексний атлас міста, структура атласу, тематичні карти, історичні карти, карти природи, екологічні карти, соціально-економічні карти, картографічні джерела.

**Bortnyk S., Golubtsov O., Sossa R., Ilyashenko I. Geographic information model of Kyiv.** Features of development of scientific and reference complex atlas of Kyiv are considered. The atlas consists of 9 structural parts and 36 sections: Kyiv – capital of Ukraine; History; Environmental conditions and ecological state (10 chapters); Kyiv and Kyivers (10 chapters); Economy (10 chapters); Kyiv humanitarian (6 chapters); Recreation and tourism; Territorial planning; Overview city map. Short description of atlas chapters is given, information sources are listed.

**Keywords:** Complex city atlas, atlas structure, thematic maps, historical maps, environmental map, maps of nature, social and economic maps, cartographic sources.

**Бортник С.Ю., Голубцов А.Г., Сосса Р.І., Ілляшенко І.О. Географическая информационная модель Киева.** Рассмотрены особенности разработки научно-справочного Комплексного атласа Киева. Атлас состоит из 9-ти структурных частей и 36 разделов: Киев – столица Украины; История; Природные условия и экологическое состояние (10 разделов); Киев и киевляне (10 разделов); Хозяйство (10 разделов); Киев гуманитарный (6 разделов); Рекреация и туризм; Территориальное планирование; Обзорная карта города. Дана краткая характеристика разделов атласа, перечислены информационные источники.

**Ключевые слова:** Комплексный атлас города, структура атласа, тематические карты, исторические карты, карты природы, экологические карты, социально-экономические карты, картографические источники.

**Надійшла до редколегії 30.08.2016**

УДК 519.8:004.4

**Іксанов О. М., Полоцький С. В.**  
*Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка*

**Голубцов О. Г.**  
*Інститут географії НАН України*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ПРИ РОЗРОБЦІ ІНТЕРАКТИВНОГО АТЛАСУ КИЄВА**

**Ключові слова:** лінійне програмування, математичні моделі, інтерактивний атлас Києва, ГІС-технології.

**Актуальність теми.** Незважаючи на те, що теорія лінійного програмування повністю сформувалася в середині минулого сторіччя, інтерес до нього не зникає. Постійно виникають нові задачі, які з одного боку схожі на добре відомі, а з іншого мають “незначні відмінності”. Щоб зрозуміти наскільки ці відмінності дійсно незначні, потрібно спробувати звести задачу до відомої або показати, що це неможливо. Роботи [1-3] є одними з перших в цій області, а [4,5] містять повну теорію.

**Об’єктом** для теоретичного вивчення в математичному програмуванні є задачі оптимізації – від їх постановки до

знаходження алгоритмів розв’язку. Присутність в назві терміну «програмування» можна пояснити історично тим, що перші дослідження і перші застосування розвивалися у прямому контакті з економічними дослідженнями та дослідженнями операцій. Цілком природно, що термінологія відображає тісний зв’язок, який існує між математичною постановкою задачі та її економічною інтерпретацією (вивчення оптимальної економічної програми).

**Виклад основного матеріалу.** Термін «лінійне програмування» був запропонований Данцигом у 1949 р. для вивчення

теоретичних та алгоритмічних задач, які пов'язані з оптимізацією лінійних функцій при заданих лінійних обмеженнях.

У наш час математичне програмування продовжує залишатись одним з розділів прикладної математики, які розвиваються найбільш активно. Для цього існує багато підстав. Можливо, головною з них є розмаїття видів його застосування як в техніці, так і в інших областях прикладної математики. Можна вказати деякі з них:

в дослідженні операцій: оптимізація техніко-економічних систем (планування, економетрика), транспортні задачі, управління запасами і т.і.;

в чисельному аналізі: апроксимація, регресія, розв'язок лінійних і нелінійних систем, чисельні методи, пов'язані з включенням методів скінченних елементів і т.і.; в автоматичній: розпізнавання систем, оптимальне управління системами, фільтрація, управління виробництвом і т.і.;

в техніці: управління розмірами і оптимізація структур, оптимальне планування складних технічних систем таких, як інформаційні системи, мережі комп'ютерів, транспортні та телекомунікаційні мережі і т.і.;

в математичній економіці: розв'язання великих макроекономічних моделей (типу моделі Леонтьєва), мікроекономічних моделей або моделей підприємства, теорії прийняття рішень та теорії ігор.

Але важливість і цінність математичного програмування пов'язані також з тим, що воно дає адекватні понятійні рамки для аналізу і розв'язання багатьох задач прикладної математики. Важливість поняття сідлової точки в теорії ігор є загальновідомою, а багаточисельні методи її розв'язання мають своїм джерелом дослідження з математичного програмування. В чисельному аналізі варіаційне формулювання багатьох задач в розповсюдженні на випадок функціональних просторів основних скінченновимірних алгоритмів призводять до систематичного використання інструментів вивчення рівнянь з частинними похідними або задач оптимального управління. В комбінаторному програмуванні найважливіші базові алгоритми (в задачах про потоки на графах) виникають з досліджень з математичного програмування і використовують поняття двоїстості, доповненості та унімодулярності. Множина накопичених таким чином результатів призвела до створення теорії складності, яка, як відомо, є об'єктом

інтенсивних досліджень у зв'язку з її теоретичними та практичними наслідками в прикладній інформатиці та інформатиці.

Побудова математичної моделі досліджуваної задачі включає в себе побудову цільової функції змінних, тобто такої числової характеристики, найбільшому чи найменшому значенню якої відповідає найкраща ситуація з точки зору прийнятого рішення. Часто з'являється бажання побудувати таку модель, в якій би враховувалась значна кількість вхідних даних. Однак при прискіпливому аналізі виявляється, що вплив багатьох з них на розв'язок незначний або просто відсутній через невисоку точність вхідних даних. Тобто цілий ряд умов в математичних моделях вимагає їхнього аналізу ще на стадії побудови, визначення рівнянь та нерівностей, що визначають змінні величини. Теорія і методи розв'язку цих задач являють собою зміст математичного програмування.

В математичному програмуванні можна виділити два напрямки. До першого відносяться детерміновані задачі, у яких вся вихідна інформація повністю визначена. До другого напрямку – так званого стохастичного програмування – відносяться задачі, у яких вихідна інформація містить елементи невизначеності, або деякі параметри таких задач мають випадковий характер з відомими ймовірнісними характеристиками. Традиційно в математичному програмуванні виділяють такі основні розділи:

У чому ж специфіка задач математичного програмування? По-перше, до задач математичного програмування не застосовні, як правило, методи класичного аналізу для умовних екстремумів, оскільки навіть в найпростіших задачах – лінійних – екстремум досягається в кутових (крайніх) точках границі допустимої області (множини умов), тобто в точках, де порушується диференційованість. Другою специфічною особливістю є те, що в практичних задачах число змінних та обмежень настільки велике, що якщо просто перебирати всі точки, підозрілі на екстремум, то жоден сучасний комп'ютер не в стані провести обчислення в розумних часових межах. Нарешті, відмітимо, що назва «математичне програмування» пов'язана з тим, що метою розв'язання задачі є вибір програми дій.

Як ми бачимо математичне, зокрема лінійне, програмування має широке практичне застосування в різних прикладних

галузях науки. Тому природньо, що деякі проблеми, які виникали при побудові інтерактивного електронного атласу Києва були зведені до відомих задач лінійного програмування. Зокрема задача пошуку улюблених місць звелася до задачі комівояжера. Нагадаємо, що таке задача комівояжера. Є певна, фіксована кількість міст, наприклад 10, та відомі відстані між кожною парою міст. Задача полягає у відвідуванні усіх міст по одному разу причому сумарна відстань повинна бути найменшою. Як відомо ця задача є NP повною, тобто не існує алгоритму, який розв'язує задачу за поліноміальний час.

Існує маса різновидів узагальненої постановки задачі, зокрема геометрична задача комівояжера (коли матриця відстаней відображає відстані між точками на площині), трикутна задача комівояжера (коли на матриці вартостей виконується нерівність трикутника), симетрична та асиметрична задачі комівояжера.

Прості методи розв'язання задачі комівояжера: повний лексичний перебір, жадібні алгоритми (метод найближчого сусіда), метод включення найближчого міста, метод найдешевшого включення, метод мінімального кістяка дерева. На практиці

застосовують різні модифікації ефективніших методів: метод гілок і меж і метод генетичних алгоритмів, а так само алгоритм мурашиної колонії.

Всі ефективні (такі, що скорочують повний перебір) методи розв'язання задачі комівояжера — евристичні. У більшості евристичних методів знаходиться не найефективніший маршрут, а наближений розв'язок. Користуються популярністю так звані any-time алгоритми, тобто алгоритми, що поступово покращують деякий поточний наближений розв'язок.

Також при розробці атласу виникали задачі пов'язані з пошуком мінімальних остовних(кістякових) дерев. Нагадаємо означення. Нехай у нас є граф: множина вершин та ребер з вагами, що зеднують вершини. Остовним(кістяковим) деревом називається така підмножина ребер графа, що можна з довільної вершини перейти в довільну вершину, використовуючи ребра з цієї множини. Тоді мінімальним остовним(кістяковим) деревом називається дерево з мінімальною вагою – сумою ваг(довжин) ребер. Для рішення цієї задачі використовувалися стандартні методи, а саме Крускала та Прима.

#### Список літератури

1. Kantorovich, L. V. (1940). "Об одном эффективном методе решения некоторых классов экстремальных проблем" . Доклады акад. наук СССР. 28: 211–214. 2. F. L. Hitchcock: The distribution of a product from several sources to numerous localities, Journal of Mathematics and Physics, 20, 1941, 224-230. 3. G.B Dantzig: Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities, 1947. Published pp. 339–347 in T.C. Koopmans (ed.):Activity Analysis of Production and Allocation, New York-London 1951 (Wiley & Chapman-Hall). 4. George B. Dantzig and Mukund N. Thapa. 1997. Linear programming 1: Introduction. Springer-Verlag. 5. George B. Dantzig and Mukund N. Thapa. 2003. Linear Programming 2: Theory and Extensions. Springer-Verlag. (Comprehensive, covering e.g. pivoting and interior-point algorithms, large-scale problems, decomposition following Dantzig-Wolfe and Benders, and introducing stochastic programming.)

**Іксанов О. М., Полоцький С. В., Голубцов О. Г. Застосування задач лінійного програмування при розробці інтерактивного атласу Києва.** У роботі коротко говориться, що таке математичне, зокрема лінійне, програмування. Незважаючи на простоту теорія, лінійне програмування має широке практичне застосування. У роботі наводиться невеликий перелік важливих задач, моделі яких є лінійними так вказується які саме використовувалися при побудові інтерактивного електронного атласу Києва.

*Ключові слова:* лінійне програмування, математичні моделі, інтерактивний атлас Києва, ГІС-технології.

**Iksanov O., Polotskyi S., Golubtsov O. The use of linear programming in developing interactive atlas Kyiv.** Nowadays, mathematical programming continues to be one of the chapters of applied mathematics that develop most rapidly. For this there are many reasons. Perhaps chief among them is the diversity of species as its application in engineering and other areas of applied mathematics. You can specify some of them: in operations research, optimization of technical and economic systems (planning, econometrics), transport problems, inventory management, etc .;

in numerical analysis, approximation, regression, solution of linear and nonlinear systems, numerical methods related to the inclusion of finite element methods, etc., in automation, detection systems, optimal control systems, filtering, production management and so on;

in technology, management and optimization of the size of structures, optimal planning of complex technical systems such as information systems, computer networks, transport and telecommunications networks, etc .;

in mathematical economics: solving large macroeconomic models (such as input-output model), microeconomic models or models of entrepreneurship, decision theory and game theory.

As we see mathematics, including linear programming has wide application in various fields of applied science. So naturally, some problems arise when building an interactive electronic atlas Kyiv were consolidated to known linear programming problems. In particular task of finding favorite places was reduced to the traveling salesman problem.

Also the development of the atlas there were tasks associated with finding the minimum spanning tree. Recall the definition of minimal spanning tree. Suppose we have a graph: the set of vertexes and edges with weights that connects them. Spanning tree is called a subset of edges of the graph, you can go from any vertex to an arbitrary vertex, using the edge of this set. At a minimum spanning tree called the tree with minimum weight - the sum of the weights (length) of edges. To solve this problem we were using standard methods, such as Kruskal and Prim.

*Keywords:* linear programming, mathematical models, interactive atlas Kyiv, GIS technology.

**Иксанов А. М., Полоцкий С. В., Голубцов А. Г. Применение задач линейного программирования при разработке интерактивного атласа Киева.** В работе кратко рассказывается о математическом, в частности линейном, программировании. Несмотря на простоту теории, линейное программирование имеет широкое практическое применение. В работе рассматриваются некоторые важные задачи с линейными моделями и говорится какие именно использовались при построении интерактивного электронного атласа города Киева.

*Ключевые слова:* линейное программирование, математические модели, интерактивный атлас Киева, ГИС-технологии.

*Надійшла до редколегії 24.11.2016*

УДК 519.8:004.4

**Иксанов О.М., Полоцкий С.В.**  
*Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка*

### **ЗАДАЧИ КЛАСТЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ У ПРОЕКТИРОВАНИИ СТРУКТУРЫ ИНТЕРАКТИВНОГО АТЛАСА КИЕВА**

*Ключові слова:* кластерна оптимізація, методи кластеризації, електронний атлас Києва, ГІС-технології

**Актуальність теми.** Кожного дня нам доводиться працювати з інформацією. Вона може бути різною: економічного, соціального, політичного характеру. Тому і за структурою може дуже відрізнятися. Важливо навчитися з нею працювати, а саме обробляти та робити висновки. На даний момент обробка інформації є дуже актуальною. Незважаючи на те, що ми живемо в еру сучасних комп'ютерів та обчислювальних систем, дуже часто їх потужностей не вистачає для розв'язання задачі в початковому вигляді (мається на увазі розв'язання задачі за обмежений час). Тому приходиться займатися попередньою обробкою інформації. В цьому пожуть нам допомогти задачі кластерної оптимізації. Цим задачам уже багато років, але зараз вони актуальні як ніколи раніше. У роботі [4] можна ознайомитися з основними методами кластеризації та умовами застосування кожного з них. У роботах [1,3] розглядаються два сучасних методи, які мають широке

практичне застосування. Нижче в роботі про це пишеться.

Кластерний аналіз або кластеризація полягає у групуванні безлічі об'єктів таким чином, що об'єкти, що знаходяться в тій же самій групі (так званий кластер) більш схожі (в тому чи іншому сенсі) один до одного, ніж в інших групах (кластери). Це основне завдання пошукового інтелектуального аналізу даних, а також загальна методика аналізу статистичних даних, використовуються в багатьох областях, в тому числі машинному навчанні, розпізнаванні образів, аналізі зображень, пошуку інформації, біоінформатики, стиснення даних та комп'ютерній графіці.

**Виклад основного матеріалу.** Під кластерним аналізом потрібно розуміти не один конкретний алгоритм, але проблему, яку потрібно вирішити. Це може бути досягнуто за допомогою різних алгоритмів, у яких істотно відрізняється поняття кластера та ефективні способи їх пошуку. Популярні