

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ / Олена Семеніхіна, Марина Друшляк // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 65-72.

Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. Practice of the Use of Parametric Color in Dynamic Mathematics Software in Solving Locus Problems. // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 2 (5). – P. 65-72.

УДК 378.14:371.214.46

Олена Семеніхіна, Марина Друшляк
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ПРАКТИКА ВИКОРИСТАННЯ ПАРАМЕТРИЧНОГО КОЛЬОРУ В ПРОГРАМАХ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ НА ГМТ

Сучасні підходи до надання якісної математичної освіти ґрунтуються на різних прийомах, формах, методах і засобах навчання, серед яких сьогодні найбільш актуальними і затребуваними є інформаційні програмні засоби математичного спрямування, де розрізняють системи комп'ютерної математики (СКМ) та програми динамічної математики (ПДМ).

СКМ покликані підтримати розв'язування прикладних задач і слугують потужним інструментом для математиків, фізиків, хіміків та науковців інших галузей знань, які активно використовують математичне моделювання у власних дослідженнях. До таких програм відносять *Maple, Mathematica, Maxima, MatLab* тощо.

ПДМ у своїй основі реалізують ідею динамічного оперування математичними об'єктами, що дозволяє поряд з якісною візуалізацією математичних об'єктів організувати дослідження властивостей геометричних фігур та параметричних залежностей і при цьому швидко одержувати кількісні характеристики та потрібні метричні співвідношення. Серед таких програм в Україні затребуваними є пакет *Gran*, програми *DG, GeoGebra, The Geometer's Sketchpad* та інші. Доцільність їх упровадження у навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів та у підготовку вчителів математики підтверджена численними науково-методичними дослідженнями, авторами яких є М. І. Жалдак, С. А. Раков, Ю. В. Триус, О. П. Зеленяк, В. М. Ракута, В. Н. Дубровський та ін.

Але варто зазначити, що поряд з цим маємо обмежене застосування ПДМ у реальній практиці загальноосвітніх і вищих педагогічних навчальних закладів, тому актуальними вважаємо дослідження по вивченню як технологічних, так і методичних особливостей використання ПДМ у навчанні математики. Зокрема, нами проведено

ретроспективний аналіз розвитку таких програм [1], а також порівняльний аналіз інструментарію та описано особливості використання ПДМ при вивченні різних тем шкільного курсу математики [2-13].

Наразі зупинимося ще на одному аспекті застосування ПДМ – використанні ідеї параметризації кольорів при вивченні геометричних об'єктів.

Оскільки ПДМ по своїй суті покликані підтримати оперування геометричними об'єктами, то досить часто їх використання доцільне в задачах на ГМТ. Традиційно розв'язування задач такого типу передбачає використання інструментів *Слід* та *Локус* (особливості роботи з ними детально описані в [7]). Разом з цим трапляються випадки, коли традиційні підходи не спрацьовують. Зокрема, до таких можна віднести задачі на ГМТ, в яких опис залежності між елементами ГМТ здійснюється на основі порівняння із певною величиною. Також частими є випадки, коли учні не можуть визначити форму ГМТ або не здатні врахувати потрібні характеристики при аналітичному розв'язанні задачі. У цих випадках у нагоді вчителю математики можуть стати ПДМ та використання параметричного (динамічного) кольору в них.

Як правило, будь-який геометричний об'єкт у кожній ПДМ можна побудувати у певній кольоровій палітрі. У окремих ПДМ розробниками передбачено зміну кольору об'єкта або встановлення його через параметричну залежність, яка впливатиме не тільки на колір самого об'єкта, а і на колір його сліду. Серед таких ПДМ виділимо програми: *The Geometer's Sketchpad*, *Математический конструктор*, *GeoGebra* – у них передбачена параметризація кольору, а у ПДМ *Математический конструктор* додатково передбачено ще й параметризацію стилю.

При цьому:

– у програмі *The Geometer's Sketchpad* від параметра залежить не тільки колір об'єкта (*Вид/Цвет/Задаётся параметром*), а й колір сліду, який він буде залишати (рис.1);

– для задання параметричного кольору у програмі *Математический конструктор* потрібно у діалозі властивостей об'єкта відкрити палітру кольорів і обрати властивість *Задать параметрически*. Відкриється вікно, у якому колір задається одним з двох загальноприйнятих способів – в системі *RGB* (червоний-зелений-синій) або *HSB* (відтінок-насиченість-яскравість). При параметричному заданні використовується саме другий спосіб, а сталі значення в полях *H*, *S* та *B* можна замінити виразами (рис.2). При цьому змінюється як колір точки, так колір сліду, який вона залишає;

– у програмі *GeoGebra* можна задати умови відображення об'єкта через контекстне меню *Свойства/Дополнительно/Условия отображения объекта* (рис.3). Ці умови можна задати залежними від параметру, тобто об'єкт буде то видимий, то невидимий. Причому, коли об'єкт видимий, він залишає слід, коли невидимий – не залишає. Подібно до програми *Математический конструктор* можна задати параметричний колір об'єкта (*Свойства/Дополнительно/Динамическая окраска*);

– у програмі *Математический конструктор* стиль ліній (звичайна, пунктир, жирна тощо) можна також визначити параметром, для чого потрібно виділити поле стилю у вкладці *Свойства объекта/Стиль линии* і обрати відповідний параметр (рис.4). Ця властивість активно використовується при побудові 3D-об'єктів засобами 2D-графіки, щоб продемонструвати як видимі елементи (суцільна лінія) стають невидимими (пунктирна лінія) при зміні положення 3D-об'єкта (приклад такого використання можна знайти, зокрема, в [14]).

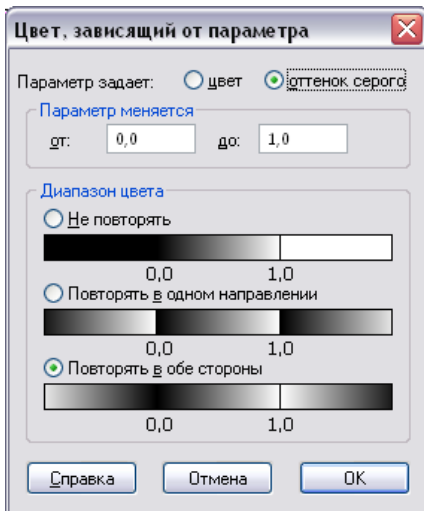


Рис.1. Параметризація кольору в програмі The Geometer's Sketchpad

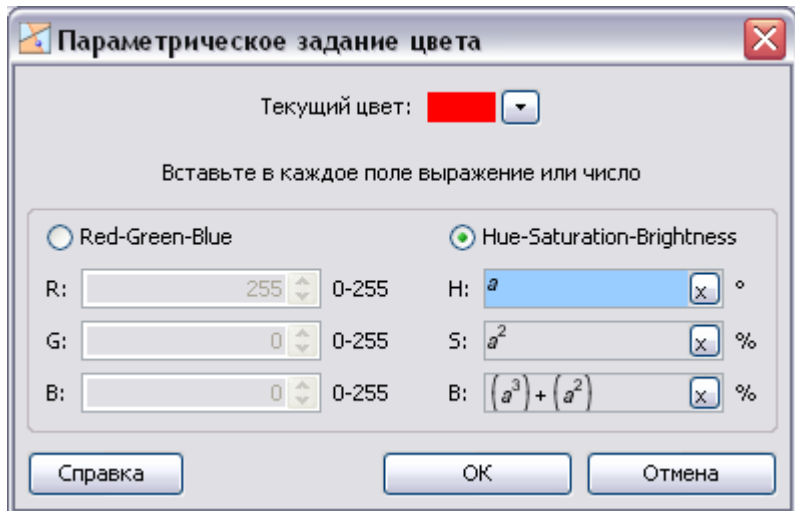


Рис.2. Параметризація кольору в програмі Математический конструктор

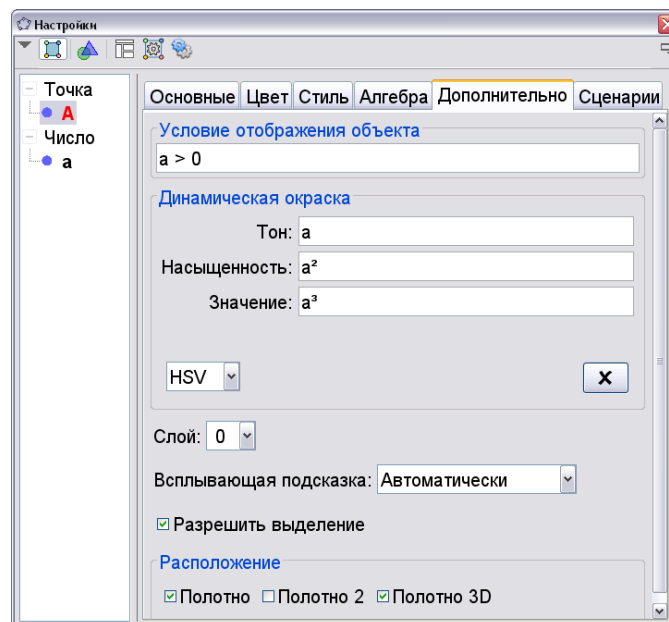


Рис.3. Параметризація кольору в програмі GeoGebra

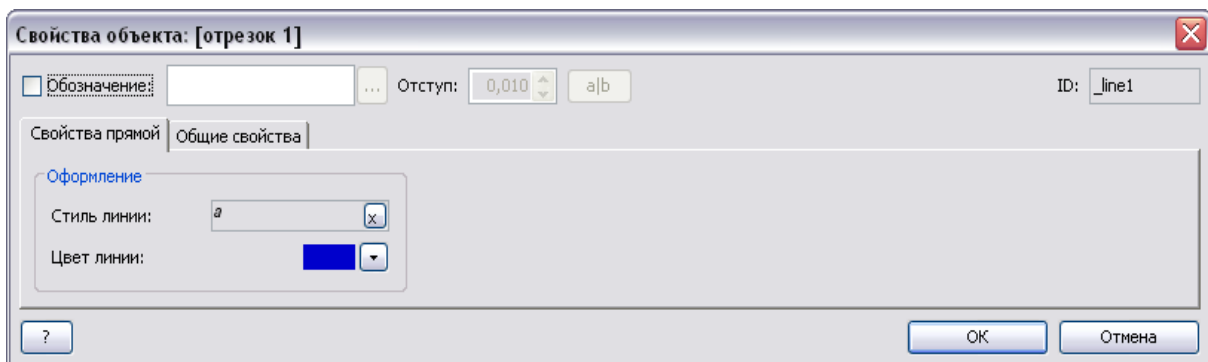


Рис.4. Параметризація стилю лінії у програмі Математический конструктор

Розглянемо використання параметричного кольору більш детально.

Приклад. (*The Geometer's Sketchpad*) Знайти геометричне місце точок, сума квадратів відстаней від яких до двох даних точок є величиною стала.

Розв'язання. Традиційний підхід до розв'язування передбачає переформулювання умови так, щоб пов'язати суму квадратів довжин відрізків з теоремою Піфагора: сума квадратів відстаней буде величиною сталою у тому випадку, коли ці відстані є катетами прямокутних трикутників, що спираються на одну гіпотенузу. Тоді вимога задачі зводиться до пошуку ГМТ вершин прямих кутів, що спираються на відрізок, який з'єднує дві дані точки таким чином, що шукане ГМТ – це коло, діаметр якого є відрізком, що з'єднує дві задані точки.

Реалізуємо цю ідею з використанням інструментів *Слід* і *Локус*.

На довільному промені з початком у точці A потрібно знайти таку точку E , що кут AEB прямий. Повертаючи промінь навколо точки A можна одержати шукане ГМТ для вершин E прямого кута трикутника AEB .

Виконаємо наступні дії. Побудуємо відрізок AB . Побудуємо коло з центром A , що проходить через довільну точку D . Побудуємо на колі довільну точку F . Проведемо промінь AF . Проведемо через точку B пряму перпендикулярно до променю AF . Побудуємо точку E перетину побудованої прямої і променю AF . Змінимо стиль допоміжних ліній у контекстному меню *Свойства*. Клацнемо правою кнопкою миші на точці E і виберемо у контекстному меню рядок *Оставлять след*. Мишею пересуваємо точку F – вона рухається лише по колу, і коли пробіжить усі точки, залежна точка E опише деяку лінію. Побудована лінія є колом з діаметром AB (рис. 5).

Використовуючи інструмент *Локус*, виберемо точку F в якості точки-водія, а точку E – в якості точки-олівця і отримаємо шукане ГМТ (рис.6).

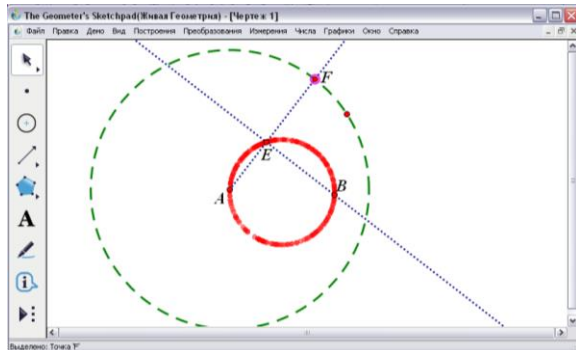


Рис.5. ГМТ побудоване за допомогою інструменту *Слід*

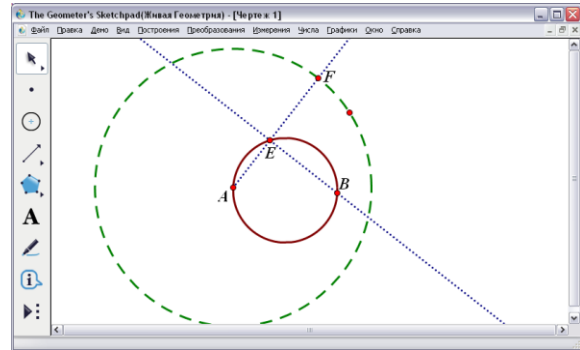


Рис.6. ГМТ побудоване за допомогою інструменту *Локус*

Тепер продемонструємо використання параметричного кольору.

Будемо вважати заданими точки A і C . ГМТ буде описувати точка B . За сталу величину візьмемо довжину відрізка c . Щоб побудови були привабливим, побудуємо горизонтальну пряму, на якій відкладемо відрізок c (пряму сховаємо). Точки A , B і C візьмемо за межами прямої.

Обчислимо довжину відрізка c , відстані між точками A та B , C та B . Для цього спочатку потрібно виділити ті об'єкти, які впливають на шукану величину (зокрема, дві A і B точки для обчислення відстані між ними), а потім за допомогою меню *Измерения/Расстояние* її визначити.

Обчислимо величину $|c - (AB^2 + CB^2)|$, яка характеризує відхилення суми квадратів відстаней від сталої величини (вкладка *Измерения/Вычислить*). Для точки B

задамо параметричний колір. Для цього виділимо точку B та параметр $|c - (AB^2 + CB^2)|$. За вкладкою *Вид/Цвет/Задаётся* параметром з'явиться вікно. Встановимо характеристики параметра, як показано на рис. 7, а, та натиснемо кнопку *Готово*.

Далі виділимо точку B і звернемося до команди *Вид/Оставляют след (точка)*. Таким чином, чим менше буде відхилення суми квадратів відстаней AB^2 та CB^2 від сталої величини c , тим чорнішим буде слід, який залишає точка B (рис. 7, б). Як видно з рис. 7, б шуканим ГМТ є коло.

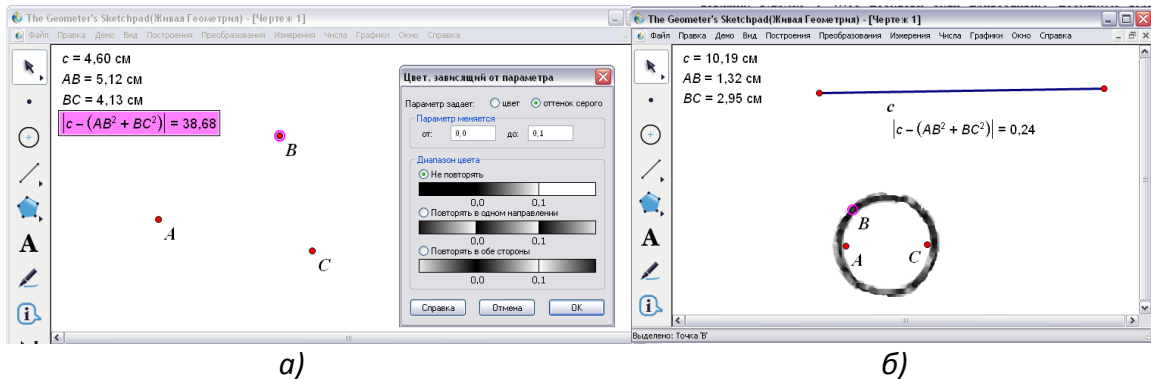


Рис.7. ГМТ побудоване з використанням параметричного кольору

Додатково пропонуємо список задач на ГМТ, які можна розв'язувати, використовуючи ідею параметризації кольору.

Задача 1. Якщо в трикутнику взяти точку P і з'єднати її з вершинами, то трикутник розіб'ється на три менших трикутника. Знайти ГМТ точок, для яких сума площ двох з цих трикутників буде дорівнювати площі третього.

Задача 2. Знайти ГМТ точок M , які лежать всередині ромба $ABCD$ і для яких сума кутів AMD і BMC дорівнює 180° .

Задача 3. Знайти геометричне місце точок, відношення відстаней від яких до двох даних точок стало і дорівнює 5.

Задача 4. Знайти геометричне місце точок, відношення відстаней яких до фіксованої точки та фіксованої прямої є величина стала і дорівнює 3.

Задача 5. Знайти геометричне місце точок, сума відстаней яких до двох прямих стала і дорівнює 2.

Задача 6. Знайти геометричне місце точок таких, що відрізки дотичних, проведені з них до даного кола, мають задану довжину.

Задача 7. Яку геометричну фігуру утворюють вершини усіх рівновеликих трикутників, які мають спільну основу.

Задача 8. Дано рівнобедрений трикутник ABC ($AC=BC$). Знайти усі точки M в середині трикутника, для яких $S_{ABM} = S_{CBM}$.

Таким чином, наш досвід роботи з ПДМ підтверджує доцільність застосування ідеї параметризації кольору і побудови геометричних об'єктів з наперед заданою властивістю за рахунок вибіркового зафарбовування точок площини.

Вивчення та детальний аналіз різних ПДМ та їх інструментарію виявив, що у контексті розв'язування задач на ГМТ з використанням параметричного кольору пріоритетним є використання програми *The Geometer's Sketchpad*.

Використання параметричного кольору доцільніше при розв'язуванні задач, в яких опис залежності між елементами ГМТ здійснюється на основі порівняння із певною величиною. Разом з цим одержаний графічний результат – це лише частина роботи, яку потрібно провести для одержання повноцінної відповіді: у такий спосіб можна лише конструктивно знайти розв'язок, який буде підказкою для одержання аналітичної відповіді. Тому активне використання комп'ютерного інструментарію при розв'язуванні задач на ГМТ потрібно поєднувати з аналітичними розрахунками та їх адекватною інтерпретацією.

Список використаних джерел

1. Семеніхіна О.В. Використання комп'ютера при вивченні математики. Програми динамічної геометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк. – Суми: СумДПУ ім. А. С. Макаренка. – 2014. – 140 с.
2. Семеніхіна О.В. Використання комп'ютерних інструментів ІГС CABRI 3D при розв'язуванні задач стереометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 4. – С. 36-41.
3. Семеніхіна О.В. Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики та методичні проблеми їх використання / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 42. – № 4. – С. 109-117.
4. Семеніхіна О.В. Про інструменти контролю в ІГС Математичний конструктор / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Науковий вісник Мелітопільського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка. – 2014. – Вип.13 (2). – С. 189-195.
5. Семеніхіна О.В. Геометричні перетворення площини і комп'ютерні інструменти їх реалізації / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2014. – №7(119). – С. 25-29.
6. Semenikhina E.V. Computer Mathematical Tools: Practical Experience of Learning to Use Them / E.V. Semenikhina, M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2014. – V.9 (3). – P. 175-183.
7. Drushlyak M.G. Computer Tools “Trace” and “Locus” in Dynamic Mathematics Software / M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2014. – V.10 (4). – P.204-214.
8. Семеніхіна О.В. Створення власних комп'ютерних інструментів в середовищах динамічної математики / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 5(53). – С. 60-69.
9. Семеніхіна О.В. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 та його використання при розв'язуванні задач стереометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 44. – № 6. – С. 124-133.
10. Семеніхіна О.В. Програми динамічної математики у контексті набуття емпіричного досвіду і формування знань (на прикладі розв'язування задач з параметрами) / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2014. – № 6. – С. 67-74.
11. Семеніхіна О.В. Про формування умінь раціонально обрати програму динамічної математики: результати педагогічних досліджень / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2015. – № 4. – С. 24-30.
12. Semenikhina O.V. Organization of Experimental Computing in Geogebra 5.0 in Solving Problems of Probability Theory / O.V. Semenikhina, M.G. Drushlyak // European Journal of Contemporary Education. – 2015. – V. 11(1). – P. 82-90.

13. Семеніхіна О.В. Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Gran1 і Geogebra: порівняльний аналіз / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Фізико-математична освіта. – 2015. – № 1(4). – С. 21-30.
14. Дубровський В.Н. Учимося працювати з «Математическим конструктором» / В.Н. Дубровський // Математика. – 2009. – №13. – С. 2-48.

Анотація. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ

В статті розглядається можливість використання параметричного кольору математичних об'єктів у програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на ГМТ. Зокрема, описуються особливості задання параметричного кольору у середовищах *The Geometer's Sketchpad*, *Математический конструктор*, *GeoGebra*. Зазначається, що у програмі *The Geometer's Sketchpad* від параметра залежить не тільки колір об'єкта, а й колір сліду, який він буде залишати; у програмі *GeoGebra* умови відображення об'єкта можна відразу встановити залежними від параметра; для задання параметричного кольору у ПДМ *Математический конструктор* використовується система *HSB*, де сталі значення в полях *H*, *S* та *B* замінюють на вирази, додатково у програмі *Математический конструктор* передбачено можливість встановлення стилю ліній через параметр.

Наводиться приклад з різними способами розв'язування задачі на ГМТ у програмі *The Geometer's Sketchpad*, у тому числі з використанням параметричного кольору. Додатково пропонується перелік задач, які можна розв'язувати, використавши описаний підхід.

Ключові слова: параметричний колір, динамічний колір, програма динамічної математики, ГМТ, задача на ГМТ, методи розв'язування задач на ГМТ.

Аннотация. Семенихина Е.В., Друшляк М.Г. Практика использования параметрического цвета в программах динамической математики при решении задач на ГМТ

В статье рассматривается возможность использования параметрического цвета при решении задач на ГМТ в программах динамической математики. Описываются особенности его установки и использования в программах *The Geometer's Sketchpad*, *Математический конструктор*, *GeoGebra*. Отмечается, что в программе " *The Geometer's Sketchpad* от параметра может зависеть не только цвет объекта, но и цвет следа, который он будет оставлять; в программе *GeoGebra* условия отображения объекта можно сразу установить зависимыми от параметра; для задания параметрического цвета в ПДМ *Математический конструктор* используется система *HSB*, где постоянные значения в полях *H*, *S* и *B* заменяют на параметрические выражения, дополнительно в программе *Математический конструктор* предусмотрена возможность установки стиля линий через параметр. Приводится пример с различными способами решения задачи на ГМТ в программе *The Geometer's Sketchpad*, в том числе с использованием параметрического цвета. Дополнительно предлагается перечень задач, которые можно решать, используя описанный подход.

Ключевые слова: параметрический цвет, динамический цвет, программа динамической математики, ГМТ, задача на ГМТ, методы решения задач на ГМТ.

Abstract. Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. Practice of the Use of Parametric Color in Dynamic Mathematics Software in Solving Locus Problems.

The article discusses the use of parametric color of mathematical objects in dynamic mathematics software in solving locus problems. In particular, the features of parametric color in software *The Geometer's Sketchpad*, *MathKit*, *GeoGebra* are described. It is noted that in the software *The Geometer's Sketchpad* not only the color of the object but also the color of the trace, which this object leaves, depends on the parameter; in the software *GeoGebra* display conditions of the object can be set directly dependent on the parameter; in dynamic mathematics software *MathKit* HSB system is used to set the parametric color, constants H , S and B is replaced by the expression, also the possibility to set the line style using the parameter can be realized in software *MathKit*. The idea of parameterization of color in the software *The Geometer's Sketchpad* is in selective shading of points of the plane, which depends on the predetermined conditions.

An example of solving locus problem in the software *The Geometer's Sketchpad* as in the traditional way with the use of computer tools *Trace* and *Locus*, and using parametric color, is given. It is noted that the idea of parameterization of color is better applied when solving problems where the evaluation of a particular dependency between the elements of the given locus is compared with a constant. A list of tasks that can be solved by using the described approach is offered.

Keywords: parametric color, dynamic color, dynamic mathematics software, locus, locus problem, methods for solving locus problems.