Scientific journal
**PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION**
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА**
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

**http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/**

*Горбачев В.И. Закономерности проектирования учебных математических теорий в методологии теоретического типа мышления // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 49-60.*

*Gorbachev V.I. Patterns of design of educational mathematical theories in methodology of theoretical type of thinking // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 49-60.*

**УДК 371.24+371.212**

**В.И. Горбачев**
*Брянский государственный университет*
*имени акад. И. Г. Петровского, Россия*
*enibgu@mail.ru*

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УЧЕБНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ В МЕТОДОЛОГИИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТИПА МЫШЛЕНИЯ

В историко-математическом плане развитие базовых математических теорий числа, функций, фигур, векторов, числовых предикатов, вероятностей происходит в последовательности закономерных этапов [1, 2]:

- выделения классов абстрактных объектов, их свойств в процессе отражения содержательных свойств реального мира, познавательной, преобразующей человеческой деятельности (содержательно-абстрактный);
- логико-содержательных поиска, доказательства, систематизации абстрактных свойств классов объектов, формирования предмета теории (логико-содержательный);
- системного структурирования в аксиоматическом подходе, во взаимной связи с моделями, другими теориями, в содержании внешнего анализа (методологический).

Методическая адаптация развитой теории, осуществляемая в системе дидактических принципов, закономерностей классической методики обучения, зачастую ограничивается лишь в неполной мере завершенными содержательно-абстрактным и логико-содержательным этапами [3, 4]. Такой «знаниевый» уровень представленности теории субъекту ограничен охватом системы абстрактных классов теории, адекватных свойств, способов исследования, решения, в содержании которых не достигаются критериальные признаки компетентности (представление, рефлексия, самооценка, экспертиза), как правило, формируется эмпирический (рассудочный) тип мышления (В.В. Давыдов [5, 6]).

Субъектное становление учебной математической теории как развивающей среды деятельности учения в системе компетентностных характеристик [10] приводит к закономерности изучения ее методологического этапа – в системно-структурном теоретико-модельном представлении, в методологии присущего этапу теоретического (разумного) типа мышления с включением рефлексии, самооценки, экспертного оценивания в качестве действий деятельности представливания пространства объектов теории.

Теоретический тип мышления, как категория психолого-дидактической деятельностной теории учения (Н.И. Чуприкова [7]), определяет методологию этапа системного структурирования каждой из учебных предметных и, в частности, математических теорий, по этой причине структурирует теоретико-развивающую компетенцию в качестве общепредметной (А.В. Хуторской, Л.Н. Хуторская [8, 9]).

В условиях лишь философского, психолого-педагогического обоснования процесса становления теоретического типа мышления закономерности теории необходимо «переложить и выразить в технологии развертывания учебного материала, в способах формирования понятий у школьников, в средствах организации их собственной мыслительной деятельности» [5, с. 91].

В общепредметном содержании теоретического типа мышления системное структурирование учебных математических теорий осуществляется в существенно иных по отношению к содержательно-абстрактному и логико-содержательному этапам организационно-методических условиях [5, 6, 11]:

- его методологическую основу составляет восхождение от абстрактного к конкретному – выделение в процедуре анализа исходной содержательной абстракции, установление внутренних закономерностей исходной формальной целостности в системном представлении понятий, способов деятельности, целостного представления теории;

- исследование математической теории происходит в форме учебной деятельности – направленной на понятийное выделение и конкретизацию общего метода решения всех задач класса объектов;

- технологической процедурой формирования учебной деятельности выступает учебная задача – задача проектирования на базе закономерностей теории общего способа решения в выделенном подклассе задач в учебных действиях принятия, анализа, моделирования, конкретизации, контроля и оценки;

- развитие субъекта учебной деятельности состоит в сформированности общего способа деятельности во внешнеречевой и внутренней формах, осуществлении обобщения и абстрагирования по внутренним признакам до уровня образования системы понятий в их взаимосвязи, становлении анализа, рефлексии в процедуре взращивания внутреннего плана деятельности.

Выделенные закономерности изучения адаптированных предметных теорий в учебной математической деятельности реализуются в специфически-математической форме их выраженности:

- каждая из теорий числа, функций, фигур, векторов, предикатов, вероятностей характеризуется структурным представлением пространства абстрактных объектов, генетически исходной содержательной абстракцией, процедурой восхождения в системе теоретических закономерностей пространства объектов, образом конкретного в сочетании представлений, теории пространства и базовых видов учебной деятельности;

- учебная деятельность, направленная на становление во внутреннем плане субъекта пространственных представлений (числового пространства, функционального пространства, геометрического пространства, векторного пространства, пространства числовых предикатов, вероятностного пространства) и теории пространства, структурируется деятельностью представливания и теоретико-пространственной деятельностью, имеющими самостоятельный характер формирования;

- субъектные цели учебной математической деятельности исследования адаптированных математических теорий реализуются в спектрах учебных задач деятельности представливания, учебных задач теоретико-пространственной деятельности, учебных задач интегрального представления теории пространства;

- закономерным результатом учебной математической деятельности выступает «конкретное» – сплав целостных представлений пространства объектов, теоретического обоснования закономерностей пространства в свойствах объектов, операций, отношений на классах объектов, понятийной формы обобщенных способов деятельности в классах задач теории.

Выделяя в теории развивающего обучения в качестве ведущего принцип системной дифференциации и движения от общего к частному, Н.И. Чуприкова [7] в качестве единственной цели обучения выдвигает формирование сложных упорядоченных иерархически организованных структур репрезентации знаний, равнозначное, тождественное умственному психическому развитию. Содержание репрезентативных структур знания в каждой из адаптированных учебных математических теорий при этом определяется системной взаимосвязью деятельности представливания (И.С. Якиманская [12], Г.Д. Глейзер [14]) и теоретико-пространственной деятельности (А.Н. Колмогоров, И.М. Яглом [1]): «Поскольку в этих структурах должны быть представлены все элементы знаний, все их отношения, способы получения и изменения, все уровни их обобщения и абстракции, они в развитом виде должны вмещать в себя, содержать в себе и знания, и умения и навыки, и способности, и мыслительные операции, и общее мировоззрение» [7, с.19-20].

Взаимная связь деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности в исследовании учебных математических теорий выражается в закономерностях методологического плана.

Во-первых, общей закономерностью учебной математической деятельности выступает процесс интериоризации, первоначальной формой которой является выполнение учебных действий во внешне представленных объектах. «Овладение мыслительными действиями, - писал А.Н. Леонтьев, - лежащими в основе присвоения, «наследования» индивидом выработанных человечеством знаний, понятий необходимо требует перехода субъекта от развернутых вовне действий к действиям в вербальном плане и, наконец, постепенной интериоризации последних, в результате чего они приобретают характер свернутых умственных актов» [5, с.149].

Во-вторых, в методологии элементарной математики «развитие пространственных представлений должно при этом играть первенствующую роль» [13, с.18-19], т.е. деятельность представливания в рамках определенной теории выступает первостепенной, ведущей. Теоретико-пространственная деятельность, обладая собственной значимостью, обеспечивает целостность интегрального представления пространства объектов теории (понятийного в системе классов объектов, свойств и методов доказательства, классов задач и общих способов решения).

В-третьих, наряду с обоснованием базовых закономерностей свойств определенного математического пространства объектов, теоретико-пространственная деятельность направлена на формирование общенаучных представлений:

- о каждой конкретной теории объектов пространства в процедурах аксиоматизации, абстрактного доказательства, содержательного и логического структурирования, моделирования;

- о базовых компонентах (аксиома, определение, теорема, доказательство, задача, модель) всякой математической теории.

Деятельность представливания (способ формирования пространственных представлений по Г.Д. Глейзеру [14, с. 256] или процесс присвоения, выражающий существенные отношения индивида и общественного опыта по В.В. Давыдову [5, с. 47]), направленная на реализацию мировоззренческой, личностной, общекультурной целей общего математического образования, структурируется:

- репрезентативной деятельностью содержательного абстрагирования и идеализации, воссоздающей во внутреннем субъектном плане образы базовых объектов математического пространства;
- логико-понятийной деятельностью выделения классов идеальных математических объектов, их свойств, взаимных связей, структурного представления пространства;
- модельно-прикладной деятельностью прямого либо опосредованного исследования объектов, явлений, зависимостей реального мира понятийными средствами математического пространства;
- коммуникативной деятельностью становления понятийной, процессуальной математической речи, мышления в описании пространства объектов, его структурных, содержательных закономерностей;
- общекультурной деятельностью описания, оценки понятий, свойств классов объектов, теоретических закономерностей и фактов математического пространства в математической, общенаучной картинах мира.

Зарождаясь, выступая в качестве логико-понятийной среды деятельности представливания, теоретико-пространственная деятельность характеризует теоретическое мышление оперированием не представлениями, а собственно понятиями. Понятийная сущность мышления в содержании теоретико-пространственной деятельности выражена В.В. Давыдовым: «Понятие выступает здесь как такая форма мыслительной деятельности, посредством которой воспроизводятся идеализированный предмет и система его связей, отражающих в своем единстве всеобщность, сущность движения материального объекта. Понятие выступает и как форма отражения материального объекта и как средство его мысленного воспроизведения, построения, т. е. как особое мыслительное действие» [6, с. 63].

Становление общенаучного представления о внутреннем и внешнем содержании учебной математической теории пространства объектов осуществляется в условиях субъектной неразделенности деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности, точнее – в процессе наслоения, последующего развития понятийных образов на чувственно-абстрактные представления. На основе математико-мировоззренческих представлений пространства объектов теоретико-предикатная деятельность проектируется как учебная, в процедуре восхождения от абстрактного к конкретному, в системе имеющих специфическую форму выраженности в каждой из учебных теорий общих для них видов деятельности фундаментального плана:

- логико-содержательного анализа базовых классов пространства объектов, выделения исходной содержательной абстракции, понятийного, аксиоматического структурирования теории в процедуре восхождения;
- системного представления теории пространства в формулировках теорем о свойствах базовых классов объектов и способах их доказательства, в содержании специфических для теории классов задач с обобщенными способами исследования;

- проектирования, реализации последовательности учебных задач деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности, интегрирующих учебную математическую деятельность в содержании теории пространства;

- исследования модельных представлений пространства объектов, конкретных моделей теории, как на этапе построения теории, так и на этапе анализа ее приложений в математико-мировоззренческой деятельности;

- рефлексии учебной деятельности исследования теории пространства математических объектов в анализе базовых понятий и теорем, методов доказательства и общих способов исследования, моделей теории и ее приложений.

Становление, развитие общенаучных представлений о базовых компонентах всякой математической теории осуществляется в процедуре математико-мировоззренческого анализа общих закономерностей и специфических особенностей структур пространств каждой из теорий, фундаментальных понятий, базовых методов исследования (Таблица 1).

*Таблица 1*

| Структурные компоненты теории | Содержательно-абстрактный этап | Логико-содержательный этап | Методологический этап |
|---|---|---|---|
| Пространство объектов теории | Базовые классы абстрактных объектов, свойств в учебной математической деятельности представливания: числа, геометрические фигуры, векторы, функции, уравнения.<br>Формы представления:<br>1. «Вам хорошо известны натуральные числа: 1,2,3,4,…. Если к натуральным числам присоединить число 0 и все целые отрицательные числа, то получится множество целых чисел. Если к множеству целых чисел присоединить все дробные числа, то получится множество рациональных чисел. Если множество рациональных чисел дополнить множеством иррациональных чисел, то вместе они составляют множество действительных чисел».<br>2. «Геометрической фигурой называется любое множество точек». | Понятийно-определенная система классов абстрактных объектов с единой системой операций, отношений, устанавливаемых в деятельности представливания - процедурах конструирования, доказательства, исследования свойств понятий, их взаимных связей.<br>Формы представления:<br>1. «Геометрия – наука о свойствах фигур».<br>2. «Вы изучали алгебраические функции, т.е. функции, заданные аналитическими выражениями, в записи которых использовались алгебраические операции над числами и переменной (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение квадратного корня)».<br>3. «Мы пополнили список свойств функции, которые обычно включают в процедуру чтения графика, новым свойством – периодичностью функции - и выявили геометрическую особенность графика периодической функции». | Выделенные в деятельности представливания в качестве базовых пространство числовых систем, геометрическое пространство, трехмерное евклидово пространство, функциональное пространство, пространство числовых предикатов.<br>Представленные в понятийной форме закономерные свойства и взаимные связи пространства объектов составляют предмет математической теории – аксиоматизируемой либо базирующейся на ранее изученных.<br>В теоретико-пространственной деятельности осуществляется становление логико-содержательной, логико-символической форм представления, доказательства свойств классов объектов, целостного пространства, выделение методов доказательства, исследование моделей теории пространства. |

| Структурные компоненты теории | Содержательно-абстрактный этап | Логико-содержательный этап | Методологический этап |
|---|---|---|---|
| Аксиома пространства, теории | Утверждение, содержащееся в формулировках основных свойств простейших фигур…, не вызывающее сомнений.<br>Математическое предложение, которое принимается без доказательства в рамках данной теории. | Утверждение о справедливости определенного свойства у бесконечного класса абстрактных объектов.<br>Утверждение, выступающее содержательной основой установления истинности последующих утверждений теории. | Средство формирования образных, логико-содержательных представлений о начальном этапе систематизации, развития теории.<br>Утверждение, к которому сводится процесс установления истинности других утверждений теории.<br>Методологическое средство анализа теории в условиях ее сформированности. |
| Определение понятия теории | Дать определение чему-либо – значит объяснить, что это такое.<br>Определение понятия – логическая операция, раскрывающая основное содержание понятия или значение термина. | Структурный элемент теории, формирующий ее язык, общее представление теории в процедурах классификации, систематизации.<br>Содержательный элемент схемы «аксиомы – определения - теоремы» построения теории. | Определенная логическая структура, устанавливающая соответствие между классом абстрактных математических объектов и системой абстрактных свойств.<br>Фундаментальное средство формирования интеллектуальных способов исследования теории (анализ, синтез, обобщение, систематизация). |
| Теорема в пространстве, теории | Утверждение, которое доказывается.<br>Математическое предложение, истинность которого устанавливается с помощью доказательства в рамках данной теории. | Выраженное в системе понятий утверждение о справедливости определенного свойства у бесконечного класса абстрактных объектов пространства.<br>Утверждение, истинность которого устанавливается на основе истинности предыдущих, истинность которого используется для установления истинности последующих утверждений. | Утверждение о взаимной связи класса абстрактных объектов и абстрактных свойств теории пространства, представленное в определенной логической структуре.<br>Утверждение, предполагающее систему содержательных, интеллектуальных действий по установлению логико-содержательной структуры.<br>Средство формирования общих представлений о содержании теории пространства в схеме «аксиомы – определения - теоремы», в схеме «классы объектов - теоремы». |

| Структурные компоненты теории | Содержательно-абстрактный этап | Логико-содержательный этап | Методологический этап |
|---|---|---|---|
| Доказательство в пространстве, теории | Математический способ установления свойств абстрактных математических объектов.<br>Рассуждение, в котором устанавливается правильность утверждения о свойстве той или иной геометрической фигуры.<br>Доказательство – совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо утверждения с помощью других и связанных с данным суждений. | Система содержательных, интуитивных, логических действий установления истинности конкретных утверждений теории.<br>Последовательность предложений, являющихся либо аксиомами теории, либо истинными предложениями теории, либо построенных из аксиом и истинных предложений на базе содержательных правил построения умозаключений. | Целенаправленный процесс установления истинности предложений теории в системе логико-содержательных, конструктивных средств, обобщения последовательности умозаключений в форме метода доказательства.<br>Процесс становления логически обоснованных рассуждений, построения выводов в содержании теории, развития логико-содержательной математической речи. |
| Задача в пространстве, теории | Задание по конструированию, вычислению, доказательству, исследованию определенного подкласса, отдельного объекта на базе общих закономерностей класса объектов, пространства объектов в целом. | Способ выделения, поиска свойств класса объектов пространства в процедурах обобщения и конкретизации для установления общего способа решения.<br>Средство анализа приложений теорем, исследования связей понятий в теоретическом представлении пространства. | Базовое средство формирования субъектного представления о взаимной связи свойств пространства, его базовых классов объектов в процедурах систематизации, классификации понятий в интеграции деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности. |
| Модель теории | Способ наглядного представления теории. | Множество конкретных элементов, на котором:<br>- заданы те же операции и отношения, что и в теории;<br>- аксиомы и теоремы теории являются истинными предложениями. | Конкретное множество:<br>- выступающее наглядной интерпретацией (представлением) теории;<br>- позволяющее представить элементы, операции, отношения теории, установить их свойства;<br>- позволяющее воссоздать абстрактную математическую теорию в содержании аксиоматического подхода, логических методов доказательства;<br>- выступающее способом приложения теории. |

Закономерности учебной математической деятельности во взаимной связи деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности в каждой из теорий числа, функций, фигур, векторов, предикатов, вероятностей уточняют, технологизируют концептуальные положения теоретического типа мышления, выступают основой становления представлений базовых адаптированных математических теорий.

**Теория числовых систем.** Пространство объектов теории составляют классы натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, представленные в арифметических, геометрических, алгебраических моделях, их обобщенные образы в аксиоматизируемых абстрактных алгебраических теориях.

Теория каждой из числовых систем на теоретико-множественной основе в абстрактном алгебраическом подходе аксиоматизирует фундаментальные свойства числового пространства, в содержании как общематематических (аналитико-синтетического, от противного, конструктивного), так и пространственно-специфических (индукции, модельной представленности, предельного перехода) методов доказательства устанавливает свойства классов объектов, операций, отношений.

Исходной содержательной абстракцией выступает понятие числа – категория теории числовых систем, конкретизируемая в понятиях натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, имеющая разные образы в арифметической, геометрической, алгебраической моделях.

Учебная математическая деятельность в пространстве числовых систем структурируется деятельностью представливания с формирующимся пространственно-числовым типом мышления и теоретико-числовой деятельностью, направленной на систематизацию модельных операторных представлений, понятийное исследование свойств классов объектов, теоретическое обоснование закономерностей расширения числовых систем.

**Теория функций.** Категория функционального пространства в широком спектре функциональных моделей (пространственно-векторной, пространственно-точечной, пространственно-метрической, векторно-координатной, вероятностной, логической) позволяет установить целостную модельно-теоретическую структуру функций, выделить общую систему понятий, специфическую систему функциональных свойств моделей.

Теория функционального пространства разделяется на общую теорию функций с понятиями-категориями композиции, комбинации, обращения, свойствами конечности-бесконечности, дискретности-непрерывности и теории функциональных моделей в числовом, геометрическом, евклидовом, вероятностном пространствах.

Абстрактное теоретико-множественное понятие функции в содержании характеристических свойств функциональности, определенности выступает исходной содержательной абстракцией, определяющей универсальный метод исследования зависимостей в различных предметных теориях, систематизацию функциональных моделей.

Учебная деятельность направлена на становление теоретико-функционального мышления в интеграции абстрактного аксиоматического описания теории функций и всего спектра модельных функциональных представлений, включая числовые.

**Теория геометрических фигур.** Геометрическое пространство в совокупности объектов (геометрических фигур) отражает закономерности формы, меры, ориентации, взаимного расположения объектов реального физического пространства, его фундаментальные свойства (трехмерное евклидово, обладает арифметической моделью, инвариантное относительно преобразований движения, подобия, проектирования) проявляются в системе пространственных, метрических, конструктивных свойств классов геометрических фигур.

Исходной содержательной абстракцией в геометрическом пространстве выступает понятие геометрической фигуры, отражающее многообразие форм объектов физического пространства, формирующее в системе свойств классов геометрических фигур пространственные представления, пространственное геометрическое воображение.

Теория геометрических фигур (евклидова геометрия) в системах аксиом фиксирует пространственные, метрические, проективные свойства геометрического пространства, в теоремах о свойствах классов геометрических фигур, преобразований плоскости, пространства определяет закономерности становления пространственного мышления, в процедурах доказательства, решения задач формирует логический, символический компоненты геометрической деятельности. Деятельность представливания задается схемой «пространство физических моделей – пространство геометрических фигур – свойства геометрического пространства – свойства класса геометрических фигур», ее содержание характеризуется действиями обобщенного способа исследования геометрических фигур. Схема «абстрактное геометрическое пространство – свойства классов геометрических фигур – теория геометрического пространства» определяет состав обобщенных действий теоретико-геометрической деятельности построения евклидовой геометрии.

**Теория евклидова пространства.** Пространством объектов теории выступает геометрическое пространство, последовательно представленное как трехмерное векторное пространство с векторным методом исследования пространственных свойств геометрических фигур, как трехмерное евклидово пространство с векторно-координатным методом исследования пространственных и метрических свойств геометрических фигур, обладающее арифметической моделью с аналитическим методом исследования свойств геометрических фигур.

Теория евклидова пространства в операторно-векторном представлении задает иную, эквивалентную трактовку геометрического пространства, обосновывает аналитический метод исследования геометрических фигур.

Абстрактное понятие вектора в содержании становящегося структурного представления трехмерного евклидова пространства выступает исходной содержательной абстракцией, определяющей базовые понятия, свойства геометрического пространства, векторную форму аксиоматизации евклидовой геометрии.

Деятельность представливания направлена на векторное построение, исследование геометрического пространства в содержании аналитической формы пространственного мышления. Теоретико-геометрическая деятельность, опосредованная схемой «геометрическое пространство – трехмерное евклидово пространство – теория евклидова пространства», структурируется обобщенными действиями выделения первичных терминов, фиксации аксиом, доказательства базовых теорем евклидова пространства с позиции эквивалентности теорий.

**Теория уравнений, неравенств, систем на числовых множествах.** Пространство объектов теории составляют определенные стандартными классами функций классы уравнений, неравенств, систем (уравнений, неравенств) вместе с их расширениями на операторно-функциональной основе, образующие пространство предикатов на числовых множествах с общей системой понятий-категорий, в содержании функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования.

Теория уравнений, неравенств, систем, базирующаяся на математических теориях числовых систем, числовых элементарных функций, в целостном содержательно-теоретическом подходе направлена на формирование пространственно-предикатного типа мышления в процессе становления функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования как в обобщенной понятийной форме, так и в совокупности конкретных модификаций для каждого из подклассов.

В исследовании пространства числовых предикатов понятие решения уравнения (число, упорядоченная пара, тройка чисел), выступающее базовым средством выделения функционально-определенных равносильных преобразований уравнений, неравенств как основы становления обобщенных способов их решения - генетически исходная содержательная абстракция.

Выделение, исследование широкого спектра разнотипных функционально-определенных классов числовых предикатов с системой характеристических свойств в обобщенно-алгоритмическом и конкретно-эвристическом видах деятельности составляет закономерность деятельности представливания формирующегося пространственно-предикатного типа мышления. Закономерностью теоретико-предикатной деятельности выступает процесс становления функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования в обобщенно-теоретической деятельности.

### Список использованной литературы


1. Колмогоров А.Н., Яглом И.М. О содержании школьного курса математики // Математика в школе. – 1965. – № 4. – С. 53-61.
2. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Игошин.-2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.
3. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений /В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчищина, Н.С. Подходова, И.М. Смирнова, О.В. Холодная, И.С. Якиманская. – М.: Издательский центр “Академия”, 2003.
4. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для ВУЗов. Под ред. Н.А. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.
5. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
6. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 544 с.
7. Чуприкова Н.И. Умственное развитие и обучение (Психологические основы развивающего обучения). – М.: АО «Столетие», 1994. – 192 с.
8. Хуторской А.В. Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов // Компетенции в образовании: опыт проектирования. Сб. науч. тр./ Под ред. А.В. Хуторского. – М.: ИНЭК, 2007. – С. 18-20.
9. Хуторской А.В., Хуторская Л.Н. Компетентность как дидактическое понятие: содержание, структура и модели конструирования // Проектирование и организация самостоятельной работы студентов в контексте компетентностного

подхода: Межвузовский сборник научных трудов. / Под ред. А.А. Орлова. – Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та, 2008. – Вып. 1. – С. 117-137.
10. Горбачев В. И. Предметные компетенции общеобразовательного курса математики и их классификация // Материалы международной конференции. – Брянск: РИО БГУ, 2014. – С. 34 -43.
11. Горбачев В.И., Методология компетентностного подхода в учебной математической деятельности общего образования. Научные основы интеграции национальных образовательных стандартов общего и высшего математического образования (Россия-Беларусь-Украина): Международная коллективная монография / Антоненкова Ю.А. и др. ;под общ. ред. И. Е. Маловой. – Брянск: Изд-во ИП Огнева, 2014. – С. 32-50.
12. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. Научн. исслед. ин-т общей и пед. психологии акад. пед. наук СССР. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.
13. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х томах. Т. 1. Арифметика, Алгебра, Анализ: Пер. с нем./ Под ред. В.Г. Болтянского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 432 с.
14. Глейзер Г.Д. Психолого-математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии // В кн.: Преподавание геометрии в 9-10 классах. – М.: Просвещение, 1980. – С. 253-269.

***Анотація. Горбачев В.І. Закономірності проектування навчальних математичних теорій в методології теоретичного типу мислення.***

*У статті викладено загальний підхід до вивчення фундаментальних теорій загальноосвітнього курсу математики в сенсі теоретичного типу мислення по В.В. Давидову. Досліджується задача становлення загальнонаукових уявлень про базові компоненти навчальної математичної теорії. Закономірності теоретичного типу мислення конкретизуються в поданні базових просторів (числового, геометричного, евклидова, функціонального, предикатного), дослідженні теорії просторів. Виділена структура навчальної математичної діяльності в базових теоріях числових систем, функцій, векторів, геометричних фігур, числових предикатів.*

***Ключові слова:*** *загальна освіта, теоретичний тип мислення, навчальні математичні теорії, методика розвивального навчання математики*

***Горбачев В.И. Закономерности проектирования учебных математических теорий в методологии теоретического типа мышления.***

*В статье изложен общий подход к изучению базовых теорий общеобразовательного курса математики в содержании теоретического типа мышления по В.В. Давыдову. Исследуется задача становления общенаучных представлений о базовых компонентах учебной математической теории. Закономерности теоретического типа мышления конкретизируются в представлении базовых пространств (числового, геометрического, евклидова, функционального, предикатного), исследовании теории пространств. Выделена структура учебной математической деятельности в базовых теориях числовых систем, функций, векторов, геометрических фигур, числовых предикатов.*

***Ключевые слова****: общее образование, теоретический тип мышления, учебные математические теории, методика развивающего обучения математике*

***Abstract. Gorbachev V.I. Patterns of design of educational mathematical theories in methodology of theoretical type of thinking.***

*The article presents general approach to study core theories of general education mathematics course in content of theoretical type of thinking by V.V. Davydov. The article also analyzes the task of becoming a general scientific ideas about the basic components of educational mathematical theory. Patterns of theoretical type of thinking are specified in content of basic spaces (numeric, geometric, Euclidean, functional, predicate), study of the theory of spaces. Structure of educational mathematical activity is described in basic theories of numeric systems, functions, vectors, geometric shapes, numeric predicates.*

***Key words**: basic education, theoretical type of thinking, educational mathematical theories, methods of developmental teaching of mathematics.*