

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Друшляк М.Г., Шкарупа О.О. Особливості вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 2(12). – С. 61-66.

Drushlyak M.G., Shkarupa O.O. The Features Of Studying The Topic «The Combination Of Solids» // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 2(12). – P. 61-66.

УДК 378.14:371.214.46:[004.78:51]

М.Г. Друшляк, О.О. Шкарупа

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна
marydru@mail.ru

ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «КОМБІНАЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ»

Анотація. У статті висвітлено проблему вивчення комбінацій геометричних тіл, яка є однією з найважчих в шкільному курсі геометрії, оскільки є певним узагальненням усіх знань, вмінь і навичок з планіметрії, стереометрії та тригонометрії. Вчитель при традиційному навчанні геометрії не має достатнього резерву часу для формування в учнів умінь і навичок, необхідних для їх розв'язування задач на комбінації геометричних тіл, бо ця тема припадає на завершальний етап вивчення стереометрії, коли в школах починається активна підготовка учнів до ЗНО. Автори виділяють деякі особливості вивчення теми «Комбінації геометричних тіл», а саме: вміння правильно оформлювати рисунки до задач (наведені правила побудови певних комбінацій геометричних тіл); обґрунтування взаємного розміщення елементів тіл, що входять до комбінацій; наявність сформованих умінь і навичок щодо розв'язання задач із стереометрії та напрацювання певної бази задач на комбінації геометричних тіл. Складність виконання рисунка і обґрунтування розв'язання задачі на комбінацію геометричних тіл призводять до того, що процес її розв'язання займає багато часу на уроці, тому кількість задач, які розглянуті у класі у повній мірі незначна. Таким чином, на практиці виявляється, що перша і друга особливості йдуть у конфронтації із третьою. Це протиріччя можна усунути за рахунок інтенсифікацією навчального процесу через використання сучасних інформаційних технологій, що виділено у четверту особливість вивчення теми. В якості таких технологій автори обирають програми динамічної математики, які підтримують операції над тривимірними об'єктами – Cabri3D та GeoGebra 5.0. Кожна з особливостей проілюстрована прикладами.

Ключові слова: стереометрія, геометричне тіло, комбінація геометричних тіл, інформаційні технології, програми динамічної математики.

Постановка проблеми. Повсякденне життя людини, побут, професійна діяльність і вся навколишня природа пов'язані з просторовими об'єктами, ідеальними образами яких є геометричні тіла: призми, піраміди, конуси, циліндри, кулі тощо. Часто виникає практична необхідність визначати об'єм і площу поверхні об'єктів природи, побуту, виробництва, досліджувати їх розміри, взаємне розташування тощо. З погляду на це процес вивчення стереометрії, зокрема, вивчення комбінацій геометричних тіл, потрібно найперше розглядати як надбання учнями необхідних ключових компетентностей, загальнолюдських знань і цінностей.

Традиційно однією з найважчих в шкільному курсі геометрії вважається тема «Комбінації геометричних тіл», що вивчається наприкінці курсу геометрії. Для того щоб успішно розв'язувати задачі цієї теми, учень повинен: мати розвинене просторове мислення; знати основні факти, методи, формули шкільної геометрії; мати уявлення про методи зображення геометричних тіл в паралельній проекції і досвід побудови таких зображень; вміти лаконічно, але в той же час правильно і послідовно, обґрунтовувати хід запропонованого розв'язання. Дана тема є певним узагальненням усіх знань, вмінь і навичок з планіметрії, стереометрії та тригонометрії і є кульмінацією вивчення геометрії в школі.

Актуальність проблеми вивчення комбінацій геометричних тіл зумовлена реальним станом вивчення теми "Многогранники. Тіла обертання" учнями старшої школи. Більшість учнів не можуть застосувати набуті знання та вміння під час розв'язування нових, нестандартних задач, припускаються помилок у побудові рисунків геометричних тіл, виділенні істотних властивостей, що визначають вид геометричного тіла. Це зумовлено тим, що навчання розв'язуванню завдань на комбінації тіл в основному припадає на завершальний етап вивчення стереометрії, коли в школах починається активна підготовка учнів до державної підсумкової атестації та ЗНО, вчитель при традиційному навчанні геометрії не має достатнього резерву часу для формування в учнів умінь і навичок, необхідних для їх розв'язання.

Всі ці недоліки зумовлюють необхідність побудови оновленої методичної системи вивчення геометричних тіл.

Аналіз. Різні аспекти проблеми вивчення геометричних тіл знайшли відображення в історії розвитку передових ідей у методиці геометрії (М.В. Остроградський, А.Ю. Давидов, О.М. Астряб, О.С. Дубинчук, І.Є. Шиманський, І.Ф. Тесленко та ін.). Зміст, форми і методи навчання геометрії, зокрема стереометрії, досліджували О.Д. Александров, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, А.П. Кисельов, І.Г. Ленчук, О.В. Погорелов, Г.І. Саранцев, З.І. Слєпкань, Л.Г. Філон та ін. Науково-методичне забезпечення процесу навчання стереометрії розробляли Л.С. Атанасян, В.Г. Бевз, М.І. Бурда, Г.М. Литвиненко, З.А. Скопєць, Н.А. Тарасєнкова та ін.

Методи розв'язування стереометричних задач та особливості їх вивчення у школі розглядалися у роботах В.Г. Бевз, Г.П. Бевза, А.В. Грохольської, Я.М. Жовніра, І.А. Кушніра, Л.М. Лоповка, О.І. Скафи, В.О. Швеця та ін. Питанням використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні геометрії присвячені роботи О.В. Вітюка, В.П. Гороха, М.І. Жалдака, Н.О. Кушнір, Н.В. Морзе, Н.Н. Орлової [1] та ін.

Метою даної статті є виділення особливостей вивчення теми «Комбінації геометричних тіл».

Виклад основного матеріалу. Майже всі автори підкреслюють, що графічна візуалізація інформації, що міститься в умові геометричної задачі, часто відіграє визначальну роль в процесі пошуку її розв'язання. При цьому основні труднощі учнів у розв'язуванні задач на комбінації геометричних тіл вони, в першу чергу, пов'язують з несформованістю просторової уяви і мислення. Проблемою їх формування займався багато математиків-методистів і психологів (Н.М. Бєскін, Г.Д. Глейзер, І.В. Гордієнко [2], І.Я. Каплунович, В.Н. Костіцин, А.Я. Цукар, Н.Ф. Четверухін [3], Ф.Н. Шемякин [4], І.С. Якиманська [5] та ін.). У методиці навчання математики описані різні способи і прийоми формування просторового мислення в традиційному процесі навчання геометрії (використання різноманітних матеріальних моделей тіл і їх комбінацій, готових креслень, спеціально підібраних завдань і вправ тощо) та з використанням інформаційних комп'ютерних засобів, зокрема у [6-9].

З проблемою недостатньої сформованості просторового мислення тісно пов'язана проблема несформованості навиків графічних побудов, недбалого оформлення рисунків, намагання розв'язувати задачі на ненаочних та неправильних рисунках, невміння переходити від графічного зображення до вербального опису і навпаки.

У зв'язку з цим виділимо **першу особливість** вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» – *учні повинні вміти правильно оформлювати рисунки до задач*. Сформулюємо основні правила побудови стереометричних рисунків, оскільки у підручниках вони практично не обговорюються.

За М.Ф. Четверухіним [3] рисунки повинні задовольняти наступні вимоги. Зображення повинне бути: правильним, тобто бути однією з можливих проєкцій геометричного тіла; наочним; простим для виконання. Вчитель повинен пояснити правила побудови рисунка до кожної з комбінацій геометричних тіл окремо. Сформулюємо деякі з них.

Правило побудови многогранника вписаного в циліндр: побудувати зображення циліндра: в еліпс, що є зображенням основи циліндра, вписати відповідний многокутник – зображення основи призми. Через вершини цього многокутника провести прямолінійні відрізки, які зображають твірні циліндра і є бічними ребрами вписаної призми. Кінці цих відрізків, які належать еліпсу, що є зображенням другої основи циліндра, є зображенням решти вершин вписаної призми (рис.1).

Правило побудови піраміди, вписаної в кулю: провести обрис кулі й зображення кола перерізу кулі площиною основи піраміди. У побудований еліпс вписати відповідний многокутник – зображення основи піраміди – і визначити положення зображення вершини піраміди (рис.2). У випадку правильної піраміди її вершину й коло, описане навколо многокутника основи, можна розглядати відповідно як полюс і паралель поверхні кулі. Висота, очевидно, проходить через центр кулі.

До того ж вчитель повинен наголосити учням, що рисунок до задачі зі стереометрії повинен займати 1/3 довжини аркуша зошита.

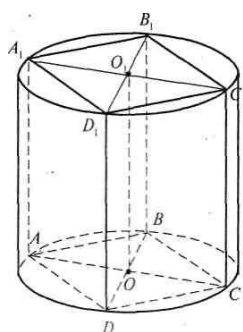


Рис. 1. Призма вписана в циліндр

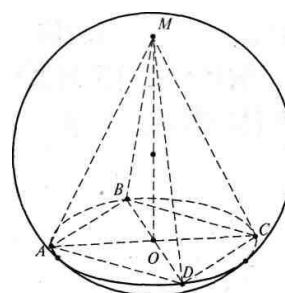


Рис. 2. Піраміда вписана в кулю

Задачі на комбінації тіл – це особливий тип стереометричних задач. Складність їх розв’язування полягає в поясненні взаємного розміщення елементів тіл, що входять у комбінації: висот, ребер, центра вписаного та описаного кіл тощо. Інколи такі пояснення бувають доволі громіздкими. Пояснюючи хід розв’язування таких задач, потрібно спиратися на означення, які дано у підручнику, і можна не пояснювати факти, які є очевидними їх наслідками. Наприклад, очевидним є і те, що радіус вписаного в основу піраміди кола перпендикулярний до стороні многокутника, який лежить в основі піраміди, і є проекцією твірної конуса на площину основи.

Значні труднощі виникають у процесі розв’язування задач на комбінацію кулі з многогранниками (призма, піраміда) і тілами обертання (циліндр, конус). У підручнику наведено лише означення многогранника, описаного навколо кулі (кулі, вписаної в многогранник), і многогранника, вписаного в кулю (кулі, описаної навколо многогранника). Ці означення слід доповнити наступними фактами. Під час розв’язування задач на вписану й описану кулі потрібно пояснити, де знаходиться її центр. Важливу роль у поясненні відіграє очевидний факт, який впливає з означень: центр кулі, вписаної в многогранник, рівновіддалений від усіх граней, тобто є точкою перетину півплощин, проведених через ребра двогранного кута, утвореного двома суміжними гранями, які ділять цей кут навпіл; центр кулі, описаної навколо многогранника, рівновіддалений від усіх його вершин, тобто є точкою перетину площин, проведених через середини ребер, перпендикулярно до них.

Сформулюємо **другу особливість** вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» – *учні повинні вміти додатково пояснювати взаємне розміщення елементів тіл, що входять у комбінації.*

Приклад 1. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом β при вершині. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом γ . Визначити об’єм піраміди, якщо радіус описаної навколо неї кулі дорівнює R (рис.3).

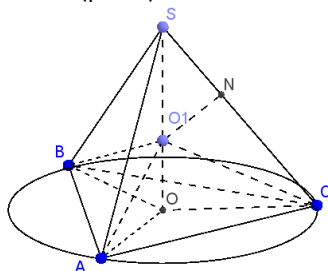


Рис. 3.

Ми не будемо наводити повне розв’язання даної задачі, акцентуємо увагу лише на фрагменті, а саме, на обґрунтуванні розташування центра кулі, описаної навколо піраміди.

Нехай $SABC$ – задана піраміда. Проведемо висоту SO піраміди. Тоді AO, OB, OC – проекції бічних ребер на площину основи. За умовою задачі $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \gamma$. Нехай O_1 – центр кулі, описаної навколо піраміди.

Покажемо, що центр кулі лежить на прямій SO . Для цього спочатку розглянемо прямокутні трикутники ASO, BCO, CSO . Вони мають спільний катет SO і рівні гострі кути. Тому $\triangle ASO = \triangle BSO = \triangle CSO$, звідки випливає, що $OA = OB = OC$, тобто точка O є центром кола, описаного навколо трикутника ABC . Оскільки $O_1A = O_1B = O_1C = R$, то проекції похилих O_1A, O_1B і O_1C на площину ABC рівні між собою. Це означає, що проекція точки O_1 на площину ABC рівновіддалена від точок A, B, C , тобто цією проекцією є точка O . Оскільки проекціями точок S і O_1 на площину ABC є одна і та ж точка O , то $O_1 \in SO$. Відстані від точки O_1 до кінців ребер піраміди рівні між собою. Тому центр кулі, описаної навколо заданої піраміди, є точкою перетину прямої, що містить висоту піраміди, з площиною, яка перпендикулярна до одного з бічних ребер і проходить через його середину.

При розв’язуванні геометричних задач, як правило, алгоритмів немає, і вибрати найбільш відповідну до даного випадку теорему з великої кількості теорем не просто. А ще це пов’язано з тим, що рідко яка задача з геометрії може бути розв’язана з використанням певної формули. При розв’язуванні більшості задач не обійтися без залучення різноманітних фактів теорії, доведення тих чи інших тверджень, справедливих лише при певному розташуванні елементів фігур. Але і при гарному знанні теорії набути

навички у розв'язуванні задач можна лише розв'язавши досить багато задач, починаючи від простих і переходячи до більш складних, а найголовніше, володіючи різними методами розв'язання задач.

При розв'язанні задач на комбінації тіл до труднощів слід додати відсутність в довготривалій пам'яті учня деякого базового набору образів типових комбінацій тіл і їх зображень; навичок роботи з задачами на комбінації тіл, для розв'язання яких зовсім не потрібно мати в наявності повного проекційного креслення, в них потрібно «побачити», що для отримання відповіді на питання задачі можна обійтися зображенням певного перетину даної комбінації або її проекції на деяку площину; учень повинен набути досвіду впізнавання подібних задач, «бачення» потрібних перетинів і проекцій.

Виділимо **третью особливість** вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» – *учні повинні напрацювати «базу» задач на основні комбінації геометричних тіл.*

Приклад 2. У конус вписано кулю, об'єм якої в два рази менший за об'єм конуса. Радіус основи конуса дорівнює R . Знайти радіус кулі і висоту конуса.

Розв'язання

На рисунку 4 зображено осьовий переріз конуса, описаного навколо кулі. Цього зображення буде достатньо для розв'язання задачі, тому не потрібно зображувати всю стереометричну комбінацію.

Позначимо радіус кулі і висоту конуса через r і h . Тоді за умовою $\frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{8}{3}\pi r^3$, звідки $R^2 h = 8r^3$.

Можна скласти ще одне рівняння, що містить невідомі r та h , але простіше застосувати спосіб введення допоміжного кута.

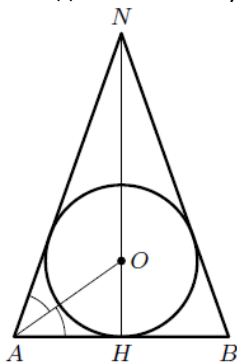


Рис. 4.

Позначимо кут $\angle HAN$ нахилу твірної конуса до площини основи через 2α , тоді $\angle HAO = \alpha$. Виразимо через r і α радіус OH кулі і висоту NH конуса. З прямокутних трикутників AOH та ANH маємо: $r = R \operatorname{tg} \alpha$, $h = R \operatorname{tg} 2\alpha$.

Підставивши значення r і h у рівність $R^2 h = 8r^3$, отримаємо рівняння:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 8 \operatorname{tg}^3 \alpha, \quad 0^\circ < \alpha < 45^\circ.$$

Оскільки $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$, $\operatorname{tg} \alpha \neq 0$ та $\operatorname{tg} \alpha \neq 1$, то рівняння після спрощення матиме вигляд:

$$4 \operatorname{tg}^4 \alpha - 4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = 0, \text{ або } (2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)^2 = 0.$$

$$\text{Звідси } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Далі знаходимо: } \operatorname{tg} 2\alpha = 2\sqrt{2}, \text{ і звідси } r = \frac{\sqrt{2}}{2} R, \quad h = 2R\sqrt{2}.$$

$$\text{Відповідь. } r = \frac{\sqrt{2}}{2} R, \quad h = 2R\sqrt{2}.$$

Складність виконання рисунка і обґрунтування розв'язання задачі на комбінацію геометричних тіл призводять до того, що процес її розв'язання займає багато часу на уроці, тому кількість задач, які розглянуті у класі у повній мірі незначна. Таким чином, на практиці виявляється, що перша і друга особливості йдуть у конфронтації із третьою.

Це протиріччя можна усунути за рахунок інтенсифікацією навчального процесу. Зазвичай пропонується використання в навчанні матеріальних моделей, готових рисунків, шаблонів для побудови рисунків геометричних тіл та їх комбінацій, виділення опорних задач і конфігурацій. Наприклад, раніше вчителі використовували моделі, але виробити колекцію для всіх можливих комбінацій із заданими властивостями проблематично, до того ж втрачається можливість продемонструвати поетапність побудови. Якщо ж будувати рисунок на дошці, то на це витрачається багато часу. Якщо побудувати на дошці лише виносний рисунок, то учням зі слабо розвинутою просторовою уявою важко уявити всю просторову конфігурацію. До того ж учні й самі повинні бути задіяні до побудови, щоб їх конструктивні вміння формувалися в повній мірі.

Уникнути всіх цих недоліків допоможе використання інформаційних технологій. Інформаційні технології дозволяють розширити і збагатити прийоми інтенсифікації навчання стереометрії, реалізувати їх на якісно більш високому методичному і технологічному рівнях, зокрема, значно модернізувати процес навчання учнів розв'язанню задач на комбінації тіл. По-перше, комп'ютер й інтерактивна дошка відкривають нові можливості для створення та подання навчальних матеріалів. При цьому віртуальні моделі набагато гнучкіші і різноманітні, вигідно відрізняються від матеріальних при доопрацюванні та зберіганні. По-друге, інформаційні технології істотно розширюють спектр використовуваних в навчанні форм навчальної взаємодії і видів самостійної діяльності учнів. Наприклад, застосування інтерактивної дошки при фронтальній роботі на уроках геометрії дозволяє вчителю використовувати заздалегідь підготовлені рисунки фігур і їх комбінацій, в короткий проміжок часу обговорювати і проводити додаткові побудови на кресленнях до досліджуваних завдань, зберігати виконані побудови, колективно обговорювати план розв'язання тощо; тим самим максимально ефективно витрачати час уроку.

Сформулюємо *четверту особливість* вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» – використання інформаційних технологій, зокрема, програм динамічної математики дозволяє інтенсифікувати вивчення комбінацій геометричних тіл.

Серед програм, які можна використовувати при вивченні стереометрії, виділимо програми динамічної математики. Вони дозволяють спостерігати фігури і їх комбінації в різних ракурсах, знаходити такі положення, в яких можна було б «побачити», як відшукати співвідношення між елементами фігури, необхідні для розв'язання задачі; дозволяє у динаміці дослідити певні характеристики комбінацій геометричних тіл; дозволяють продемонструвати з точки зору візуалізації складні, або навіть неможливі з використанням традиційних засобів, конфігурації.

Найпоширеніші у світі програми динамічної математики, які підтримують операції над тривимірними об'єктами, – це програми *Cabri3D* (Франція, 2000 р., автор: Jean-Marie Laborde) та *GeoGebra 5.0* (Австрія, 2001 р., автор: Markus Hohenwarter). Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики (як приклад візьмемо програму *GeoGebra 5.0*) дозволяють зосередитись на оптимальному положенні тіла (інструмент *Обертання 3D графіки*), ракурсу і проєкції (властивість полотна *Налаштування/Проекція*), числі ліній, які візуалізують математичний об'єкт (можливість приховати допоміжні побудови), особливості побудови перерізів і проєкцій на площину (інструмент *Створити 2D вид на α* та динамічний зв'язок 2D та 3D полотен).

Приклад 3. Кулю вписано в конус. Радіус основи конуса дорівнює 4, висота 5. Знайти об'єм кулі (рис. 5).

Задача вимагає від учнів розвинутої просторової уяви і бачення складної тривимірної конструкції, тому доцільним є застосування прийому «відхід на площину», який із залученням програми *GeoGebra 5.0* є результативним завдяки передбаченій розробниками одночасній демонстрації тривимірних об'єктів та їх плоского перерізу площиною.

Потрібно побудувати конус та вписати в нього кулю. Побудувати площину, що проходить через вісь конуса, лінію перетину кулі і цієї площини, твірні конуса. У властивостях побудованої площини обрати *Створити 2D вид на α* , автоматично на полотні 2D з'явиться виносний рисунок – зображення перерізу комбінації геометричних тіл площиною.

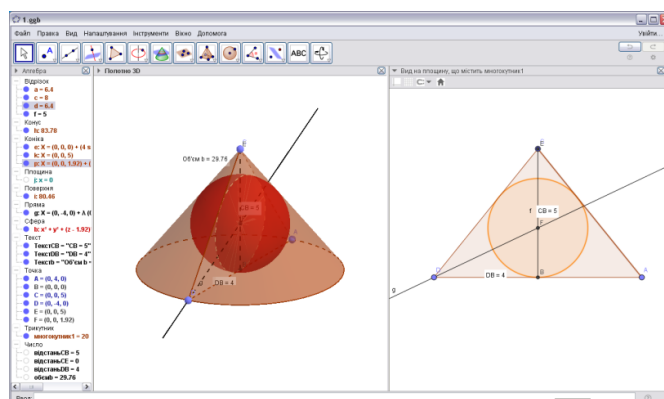


Рис. 5.

Сформулюємо *четверту особливість* вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» – використання інформаційних технологій, зокрема, програм динамічної математики дозволяє інтенсифікувати вивчення комбінацій геометричних тіл.

Висновки. Згадані методичні особливості вивчення теми «Комбінації геометричних тіл» не вичерпують весь спектр особливостей, ми зупинилися лише на основних, які, на нашу думку, «лежать на поверхні», але кожен вчитель-практик може якісно продовжити цей список, поділитися своїм досвідом. В той же час акцентування уваги майбутніх вчителів математики на зазначених особливостях дає впевненість у тому, що вони будуть враховані у їх майбутній професійній діяльності.

Список використаних джерел

1. Орлова Н. Н. Обучение решению задач на комбинации геометрических тел с использованием мультимедийных технологий: автореф. дис...канд. пед. наук: спец. 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Н.Н.Орлова – М., 2011. – 23с.
2. Гордієнко І.В. Формування просторових уявлень в учнів під час навчання стереометрії / І.В. Гордієнко // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 10. – С. 7-12.
3. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур / М.Ф. Четверухін. – К.: Рад. шк., 1953. – 188 с.
4. Шемякин Ф.Н. Некоторые теоретические проблемы исследования пространственных восприятий и представлений / Ф.Н.Шемякин // Вопросы психологии. – 1968. – №4. – С. 1-28.

5. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.
6. Семеніхіна О. В. Професійна готовність майбутнього вчителя математики до використання програм динамічної математики: теоретико-методичні аспекти : монографія / О. В. Семеніхіна. – Суми : Вид-во „Мрія”, 2016. – 268 с.
7. Семеніхіна О. В. Використання комп'ютерних інструментів IRC Cabri 3D при розв'язуванні задач стереометрії / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах : наук.-метод. журн. – 2014. – № 4(52). – С. 36 – 41.
8. Семеніхіна О. В. Інструментарій програми GeoGebra 5.0 і його використання для розв'язування задач стереометрії [Електронний ресурс] / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2014. – Т. 44, № 6. – С. 124 – 133.
9. Semenikhina O. To the Issue of Critical Choise While Using the DMS in Mathematics Education [Електронний ресурс] / Olena V. Semenikhina // Zhurnal ministerstva narodnogo prosveshcheniya. – 2015. – Vol. 3. – № 1. – P. 20 – 28. – Режим доступу до журн. : http://ejournal18.com/journals_n/1427798529.pdf

References

1. Orlova N. N. Learning to solve problems on the combination of solids with the use of multimedia technologies: avtoref. dis...kand.ped. nauk: spets. 13.00.02 – teoriya i metodika obucheniya i vospitaniya (matematika) / N.N.Orlova – М., 2011. – 23s
2. Hordiienko I.V. Formation of spatial representations of students in teaching solid geometry / I.V. Hordiienko // Matematyka v suchasni shkoli. – 2013. – № 10. – S. 7-12.
3. Chetverukhin M.F. Drawings of space figures / M.F. Chetverukhin. – K.: Rad. shk., 1953. – 188 s.
4. Shemyakin F.N. Some theoretical problems of the study of spatial perceptions and representations / F.N.Shemyakin // Voprosy psihologii. – 1968. – №4. – S. 1-28.
5. Yakimanskaya I. S. The development of spatial thinking of students / I. S. Yakimanskaya. – М.: Pedagogika, 1980. – 240 s.
6. Semenikhina O. V. Profesiyna hotovnist' maybutn'oho vchytelya matematyky do vykorystannya prohran dynamichnoyi matematyky: teoretyko-metodychni aspekty : monohrafiya / O. V. Semenikhina. – Sumy : Vyd-vo „Mriya”, 2016. – 268 s.
7. Semenikhina O. V. Vykorystannya komp'yuternykh instrumentiv IRC Cabri 3D pry rozv'yazuvanni zadach stereometriyi / O. V. Semenikhina, M. H. Drushlyak // Informatyka ta informatsiyi tekhnolohiyi v navchal'nykh zakladakh : nauk.-metod. zhurn. – 2014. – № 4(52). – S. 36 – 41.
8. Semenikhina O. V. Instrumentariy prohramy GeoGebra 5.0 i yoho vykorystannya dlya rozv'yazuvannya zadach stereometriyi [Elektronnyy resurs] / O. V. Semenikhina, M. H. Drushlyak // Informatsiyi tekhnolohiyi i zasoby navchannya. – 2014. – Т. 44, №6. – С. 124 – 133.
9. Semenikhina O. To the Issue of Critical Choise While Using the DMS in Mathematics Education [Електронний ресурс] / Olena V. Semenikhina // Zhurnal ministerstva narodnogo prosveshcheniya. – 2015. – Vol. 3. – № 1. – P. 20 – 28. – Режим доступу до журн. : http://ejournal18.com/journals_n/1427798529.pdf

THE FEATURES OF STUDYING THE TOPIC «THE COMBINATION OF SOLIDS»

M.G. Drushlyak, O.O. Shkarupa

Makarenko Sumy State Pedagogical University, Ukraine

Abstract. *In the article the problem of studying combinations of geometric bodies, which is one of the most difficult in the school course of geometry, because it is a certain synthesis of all the knowledge, abilities and skills of plane geometry, solid geometry and trigonometry. Teacher at traditional learning geometry does not have sufficient time to develop skills required to solve problems on the combination of geometrical bodies, because this issue falls on the final stage of the study of solid geometry, when the school started preparing students for the exam. The authors identify some features of studying the topic "combination of geometric bodies", namely the ability to issue drawings to the task (given the rules for constructing certain combinations of geometric bodies) justification of the mutual arrangement of the elements of bodies entering into combination; the presence of formed skills and problem-solving skills with solid geometry and developments of a certain base the task on the combination of the solids. the complexity of the pattern and rationale of solving the problem on a combination of geometric shapes lead to the fact that the process takes a lot of time in the classroom, therefore the number of tasks, which are discussed in class to fully negligible. Thus, in practice it turns out that the first and second features are in confrontation with the third. This contradiction can be eliminated at the expense of intensification of educational process through the use of modern information technology, dedicated to the fourth feature of the study topics. As such technologies, the authors choose a dynamic mathematics program that support operations on three-dimensional objects - Cabri3D and GeoGebra 5.0. Each of the features illustrated by the examples.*

Keywords: *solid geometry, solid, the combination of solids, information technologies, dynamic mathematics software.*