Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Чемерис О.А. Коректність формулювання умови геометричної задачі у науковій діяльності студентів // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 2(12). – С. 161-164.

Chemerys Olga. Correctness Of Formulation Of Geometrical Problem Specification Is In Scientific Activity Of Students // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 2(12). – P. 161-164.

УДК 378.514

О.А. Чемерис
Житомирський державний університет імені Івана Франка, Україна
olgachemerys@i.ua

КОРЕКТНІСТЬ ФОРМУЛЮВАННЯ УМОВИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ У НАУКОВІЙ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ

Анотація. *Стаття присвячена методичним особливостям науково-дослідницької діяльності студентів фізико-математичного факультету при написання курсових та дипломних робіт з геометрії. Наголошено на важливості пошукової діяльності, яка сприяє науковій творчості та методичній підготовці майбутніх фахівців. Велика увага приділяється принципу визначеності у геометричних задачах, який є важливим критерієм для створення авторських завдань. Наведено приклади узагальнень базових елементів в умові для обчислення та побудови різних геометричних фігур (трикутників, чотирикутників, багатокутників та багатогранників). Підібрано типові задачі на самостійне опрацювання матеріалу тем конструктивної планіметрії, з неявним заданням числових даних та не розв'язані циркулем та лінійкою. Описано зв'язок алгебраїчного методу розв'язування задач на побудову із коректністю умови. Зазначено, що принцип визначеності фігури дає змогу зрозуміти завдання, алгоритмізує наші дії при розв'язанні та дозволяє досить просто дістати відповідь на запитання.*

Ключові слова: *наукова робота, теоретичні дослідження, розв'язування геометричних задач, принцип визначеності, алгебраїчний метод; задачі на побудову.*

Постановка проблеми. Науково-дослідницька діяльність студентів є необхідною умовою формування методичної компетентності майбутніх учителів математики та їх професійного становлення. Основна мета такої діяльності: допомогти студентові визначити й розвивати наукові інтереси геометрії, поглибити фахові знання й удосконалити вміння, сформувати навички роботи з джерелами науково-методичної інформації, виявити здатність до творчої діяльності, підготувати до самостійних педагогічних досліджень, сприяти становленню високого рівня методичної компетентності.

Приклади науково-дослідницької діяльності для студентів фізико-математичного факультету: підготовка повідомлень та історичних довідок, виконання курсових робіт, індивідуальних дослідницьких завдань, виконання дипломних досліджень, участь студентів у різних науково-методичних конференціях та семінарах тощо. Такий досвід допомагає осмислити студентом необхідні теоретичні знання і перевірити рівень методичних умінь, готовність до майбутньої професії.

За навчальним планом у підготовці бакалавра за напрямом 014.04 Середня освіта (Математика) традиційним є виконання майбутніми вчителями на другому-третьому роках навчання курсової роботи з алгебри, геометрії чи математичного аналізу. Кращі студенти мають також змогу писати дипломну (бакалаврську) роботу за математичним напрямом.

При написанні теоретичних робіт головною ознакою дослідницької діяльності студентів є наукова новизна з позицій стандартних методів: своє базове означення термінів, інше обґрунтування математичного твердження, власне розв'язання задачі чи авторська задача тощо. Реалізація кожного пункту не можлива без так званих критеріїв: наприклад, щоб сформулювати означення чи теорему, слід їх формулювати через інші, введені раніше; в процесі доведення чи розв'язання слід дотримуватись логічних правил виведення та міркувань; для формулювання умови задачі користуються принципом визначеності тощо.

Аналіз актуальних досліджень. Теоретичним дослідженням наукової роботи студентів різних спеціальностей присвячені праці М. Братко, О. Колесников, А. Конверський, В. Круглик, В. Марцин, І. Рассохи, Г. Цехмістрової.

Питаннями наукової фахової підготовки майбутніх учителів математики в різні часи займалися відомі науковці та методисти: В. Бевз, Ю. Колягін, О. Мордкович, З. Слєпкань, М. Шкіль, Н. Шунда. На сучасному етапі окремі аспекти професіоналізації підготовки майбутніх учителів математики в Україні досліджують такі математики-методисти: М. Бурда, Л. Білоусова, С. Семенець, О. Скафа, Н. Тарасенкова, О. Чашечникова, В. Шарко та інші.

Мета статті: навести приклади умов задач, зокрема з конструктивної планіметрії, та проаналізувати їх з точки зору принципу визначеності; сформулювати поради для створення авторських задач на геометричні фігури.

Виклад основного матеріалу. Практична частина науково-дослідницької роботи може містити як методичні розробки, так і унікальні висновки самого автора, а також задачі, власне сформульовані дослідником. Складання задачі – це особливий творчий процес, який набагато корисніший за розв'язування готових задач із посібників. Розв'язуючи задачу учні та студенти ніколи не переймаються питанням про те, які дані мають бути в умові, щоб задача була визначеною, а це є важливе питання в математиці, зокрема, в геометрії.

Для складання геометричної задачі слід мати справу із різними співвідношеннями, комбінуючи які ми одержуємо нові, а отже й різні початкові дані для умов задач.

У ході розв'язування геометричних задач на обчислення чи побудову ми досить часто зустрічаємось із відновленням шуканих елементів за так званими *основними заданими елементами*.

Загальновідомою є теорема [1, с. 11-15], яка виражає найважливішу *<u>ознаку визначеності фігури</u>*: кожна геометрична фігура визначається заданням певного числа незалежних елементів. Тобто, будь-яку геометричну фігуру можна побудувати, якщо вибрати достатню ***N*** кількість її елементів (умова мінімальності). Для різних фігур – число ***N*** різне. Так, трикутник загального розташування задається трьома елементами серед яких мінімум один – лінійний: три сторони; дві сторони та кут; сторона та два кути; три медіани; сторона, висота та кут; два кути та радіус вписаного кола тощо. Для рівнобедреного чи прямокутного трикутників кількість незалежних елементів зменшується до 2, для рівностороннього трикутника – до одного.

При вивчення чотирикутників та їх побудові переконуємось, що квадрат визначається одним елементом; ромб і прямокутник – двома; паралелограм, прямокутна чи рівнобічна трапеції – трьома; трапеція, вписаний чи описаний чотирикутники – чотирма, а чотирикутник загального розташування – п'ятьма.

Досвід показує, що принцип визначеності геометричної фігури є ефективним засобом свідомого засвоєння основних питань шкільного курсу геометрії. Також з точки зору принципу визначеності фігури, що задаються тим самим числом ***N***, відносяться до одного класу, отже мають схожі властивості.

До питання щодо знаходження числа елементів, що визначають фігуру, підходять з конструктивного підходу. Так, для задання довільного тетраедра потрібно шість елементів (три для основи та три для визначення вершини), а для правильної трикутної піраміди потрібно лише два тощо.

Наведемо приклади узагальнень:

- довільний *n*-кутник визначається *2n-3* елементами;
- довільна *n*-кутна призма чи піраміда визначається *2n* елементами;
- довільний *n*-гранний кут визначається як *n*-кутник;
- довільний багатогранник з *n* вершинами (*n>2*) визначається *3n-6* елементами (якщо грані є трикутниками).

Для підготовки до заліку з конструктивної планіметрії пропонуємо наступне завдання, наприклад, на побудову прямокутного трикутника.

<u>Завдання.</u> *З'ясувати можливість та опрацювати самостійно побудову прямокутного трикутника (позначення: a, b – катети, c – гіпотенуза, m – медіана, h – висота, l –бісектриса, α, β – гострі кути прямокутного трикутника) за заданими елементами (див. табл. 1). Таблиця може бути доповнена Вашими варіантами.*

Свідоме засвоєння учнями, студентами принципу визначеності геометричної фігури має велике освітнє значення, адже можна самим придумувати умову задачі (наприклад, при написанні курсових та дипломних робіт для розкриття певної теми).

Цікавими є задачі без числових даних. Наприклад, *чи можна знайти кути рівнобедреного трикутника, якщо його ортоцентр належить вписаному колу?* Тобто за рівністю радіуса вписаного кола відрізкові, що з'єднує центр вписаного кола з ортоцентром, визначити кути рівнобедреного трикутника. Маємо рівність двох лінійних елементів, отже форма трикутника буде відомою, а значить і кути (сприймання задачі полегшується із знанням принципу визначеності).

Зазначений принцип тісно пов'язаний з геометричними задачами на побудову і може бути успішно застосований до складання і розв'язування багатьох типових задач.

Якщо в умові задано $\boldsymbol{m}$ елементів, то можна намагатись побудувати шукану фігуру або будувати окремі фіксовані складові частини фігури (допоміжний трикутник, допоміжне коло тощо).

Таблиця 1

Вибір початкових даних для умови задачі на побудову прямокутного трикутника

умова	*a*	*b*	c	α	β	m_a	l_b	…	h_c
a	–								
b		–							
c			–						
α				–					
β					–				
m_a						–			
l_b							–		
…									
h_c									–

Розглянемо наступну задачу: *побудувати трикутник за основою* ***a****, кутом при вершині* **α** *та висотою* $\boldsymbol{h_a}$*, проведенною до основи*. Ця задача легко розв'язується методом геометричних місць точок (шукану точку (вершину трикутника) знаходимо як перетин *ГМТ_1* (з яких відрізок видно під заданим кутом) та *ГМТ_2* (рівновіддалених на відстань висоти від заданої прямої). Якщо фіксувати основними елементами просту фігуру, яка буде допоміжною, то це – описане коло навколо шуканого трикутника.

Перегляд даних в умові для відшукання допоміжної фігури допомагає проаналізувати умову задачі з точки зору її визначеності, а отже є ключем до складання інших задач на відпрацювання конкретного методу. Наприклад, побудувати трикутник за: 1) стороною, протилежним кутом, медіаною, проведеною до цієї сторони; 2) кутом, проведеними з вершини цього кута медіаною або висотою, радіусом описанного кола тощо (у цих задачах зберігається метод розв'язання).

Слід також вміти не лише будувати ту чи іншу фігуру за даними елементами, а й знаходити інші елементи за даними. Побудова фігури за переліком допоміжних показує, як обчислити будь-який невідомий елемент фігури (наприклад, знайти висоту трапеції за даними її основами та діагоналями; визначити кут трикутника за висотою, медіаною та бісектрисою проведеним з однієї вершини тощо).

Алгебраїчний метод розв'язування геометричних задач на побудову є універсальним, хоча і не завжди простим та наочним. До цього методу можна застосувати принцип визначеності фігури, оскільки він включає в себе як складову обчислювальні моменти, тобто за заданими неосновними елементами можна знайти потрібні для базової побудови. Але застосування алгебри у задачах на побудову не завжди дає можливість розв'язати її за допомогою циркуля та лінійки. Приклади задач, які не можуть бути розв’язані циркулем та лінійкою: 1) побудувати трикутник за периметром та радіусом описанного кола (маємо рівняння четвертого степеня); 2) побудувати трикутник за трьома бісектрисами (маємо рівняння третього степеня) та інші.

Висновки. При написанні наукових робіт з геометрії, що стосуються аналізу теоретичного матеріалу, з точки зору методики геометрії корисно показувати практичне значення на прикладі розв’язання задач за темою дослідження. Складання власних задач сприяє виробленню методичного досвіду, який підвищує рівень професіоналізму майбутнього фахівця. Зокрема, принцип визначеності фігури дає змогу зрозуміти умову задачі, алгоритмізує наші дії при розв'язанні та дозволяє досить просто дістати відповідь на запитання.

Список використаних джерел

1. Людмилов Д.С. Складання і розв'язування текстових задач у середній школі / Дмитро Людмилов : Посібник для вчителів. – Київ : «Радянська школа», 1967. – 174 с.

2. Боравльов А.П. Аналіз у розв'язуванні задач на побудов / Анатолій Боравльов, Іван Ленчук : Навч. посіб. – Київ : Вища шк., 2002. – 191 с.
3. Цехмістрова Г.С. Основи наукових досліджень / Галина Цехмістрова : Навчальний посібник. – Київ: Видавничий Дім «Слово», 2004. – 240 с.

References

1. Liudmylov D.S. Skladannia i rozviazuvannia tekstovykh zadach u serednii shkoli / Dmytro Liudmylov : Posibnyk dlia vchyteliv. – Kyiv : «Radianska shkola», 1967. – 174 s.
2. Boravlov A.P. Analiz u rozviazuvanni zadach na pobudov / Anatolii Boravlov, Ivan Lenchuk : Navch. posib. – Kyiv : Vyshcha shk., 2002. – 191 s.
3. Tsekhmistrova H.S. Osnovy naukovykh doslidzhen / Halyna Tsekhmistrova : Navchalnyi posibnyk. – Kyiv: Vydavnychyi Dim «Slovo», 2004. – 240 s.

CORRECTNESS OF FORMULATION OF GEOMETRICAL PROBLEM SPECIFICATION IS IN SCIENTIFIC ACTIVITY OF STUDENTS

Olga Chemerys
Zhytomyr State University of the name of Ivan Franco, Ukraine

Abstract. *The article is devoted to the methodological peculiarities of research activities of students of physics and mathematics faculty in writing course and diploma works on geometry. Stressed the importance of search activities promotes scientific creativity and methodological training of future specialists. Great attention is paid to the principle of certainty in the geometric task, which is an important criterion for the creation of copyright problems. Examples of generalizations of the basic elements in condition for computing and plotting various geometric shapes (triangles, quadrilaterals, polygons and polyhedra). Selected sample tasks for independent study of the material the constructive planar geometry with implicit assignment of numeric data and not solved by compass and ruler. Describes the relationship of the algebraic method of solving problems on the construction with the correctness conditions. It is noted that the principle of certainty of the figure allows us to understand the problem, algorithmize our actions in the solution and makes it easy to answer the question.*

Key words: *the advanced study, theoretical researches, untiing of geometrical tasks, principle of definiteness, method of algebra; tasks are on a construction.*