

Scientific journal  
**PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION**  
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)  
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал  
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА**  
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

*Івченко В.В. Вивчення ефектів, пов'язаних з неоднорідністю поля, як ефективний засіб поглиблення знань студентів-фізиків про силове поле. Фізико-математична освіта. 2019. Випуск 1(19). С. 68-74.*

*Ivchenko V. Study Of The Inhomogeneity Field Effects As An Effective Tool For The Deepening The Knowledge Of Physics Students About The Force Field. Physical and Mathematical Education. 2019. Issue 1(19). P. 68-74.*

DOI 10.31110/2413-1571-2019-019-1-011  
УДК 378.147:53

**В.В. Івченко**  
Херсонська державна морська академія, Україна  
reterty@gmail.com  
ORCID: 0000-0001-7367-3669

### ВИВЧЕННЯ ЕФЕКТІВ, ПОВ'ЯЗАНИХ З НЕОДНОРІДНІСТЮ ПОЛЯ, ЯК ЕФЕКТИВНИЙ ЗАСІБ ПОГЛИБЛЕННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ-ФІЗИКІВ ПРО СИЛОВОЕ ПОЛЕ

#### АНОТАЦІЯ

**Формулювання проблеми.** У шкільному курсі фізики кількісні розрахунки робляться переважно для однорідних силових полів (рух тіл в однорідному гравітаційному полі Землі; використання моделі однорідного електростатичного поля плоского конденсатора для розрахунку руху зарядів та його електричних характеристик тощо). Проте, варто пам'ятати, що однорідне силове поле, є моделлю граничного переходу і реальні силові поля є суттєво неоднорідними.

**Матеріали і методи.** Узагальнення та системний аналіз літературних першоджерел з даної тематики; технологія задачного підходу у процесі вивчення фізики; методи математичного аналізу, системний підхід.

**Результати.** Ефекти, пов'язані з неоднорідністю силового поля, є дуже різноманітними і проявляються як у макро-, так й у мікросвіті. Наближення однорідного поля, зазвичай, є граничним випадком неоднорідного поля. Воно застосовується для малих областей простору. Проте, навіть, у цьому випадку існують ефекти, які неможливо пояснити в межах моделі однорідного поля. Такі ефекти становлять не лише фундаментальний інтерес, але й мають важливий прикладний характер.

**Висновки.** Проведене у даній роботі дослідження дозволило виокремити низку фізичних проблем, що виникають завдяки саме неоднорідного характеру силового фізичного поля. Така система фізичних задач дозволяє всебічно висвітлити реальну структуру різного роду полів і може бути з успіхом впроваджена в навчальний процес у вивченні відповідних тем студентами-фізиками.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** вишівський курс фізики, силове поле, неоднорідне поле, задачний підхід.

#### ВСТУП

**Постановка проблеми.** Поняття поля є одним із найфундаментальніших понять фізики на її сучасному етапі розвитку. Фізичні поля поділяють на поля переносу та силові поля. Поля переносу виникають завдяки наявності просторових градієнтів певних параметрів середовища. У цьому випадку виникають просторово залежні (польові) потоки енергії, заряду або частинок, що намагаються усунути цю нерівномірність. Під силовим полем розуміють просторово-розподілений вид матерії, що є «посередником» взаємодії (притягання або відштовхування) між розміщеними на певній відстані мікро- або макрооб'єктами.

У шкільному курсі фізики кількісні розрахунки робляться переважно для однорідних силових полів (рух тіл в однорідному гравітаційному полі Землі; використання моделі однорідного електростатичного поля плоского конденсатора для розрахунку руху зарядів та його електричних характеристик та тощо). Проте, варто пам'ятати, що однорідне силове поле є моделлю граничного переходу (Івченко, 2018), і реальні силові поля є суттєво неоднорідними.

**Аналіз актуальних досліджень.** Розвитку модельних уявлень в учнів про силове поле присвячено дослідження Д. А. Зулумханова, Л. М. Артюшкіної, С. Е. Каменецького, В. Ф. Ефіменко, А. В. Севрюк та ін. У цих роботах розроблено методику вивчення силового поля як наскрізного поняття навчального матеріалу та виділено етапи формування цього поняття. Слід відзначити, що проблема формування поняття про силове поле як модель із розподіленими параметрами, зокрема у студентів фізичних спеціальностей, зовсім не розглянута.

**Мета статті.** З огляду на вищевикладене, метою статті є презентація та аналіз низки фізичних проблем, в яких проявляється неоднорідність силового (гравітаційного, електричного чи магнітного) поля.

**МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

Узагальнення та системний аналіз літературних першоджерел з обраної тематики; технологія задачного підходу у процесі вивчення фізики; методи математичного аналізу, системний підхід.

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

**Гравітаційне поле.** Модель однорідного гравітаційного поля переважно використовується для розв’язання різноманітних задач, пов’язаних з описом динаміки руху тіл поблизу земної поверхні. Насправді, поле земної кулі є неоднорідним і центральносиметричним. Виникають питання: «За яких умов можна знехтувати неоднорідністю такого поля?», «Які поправки можна внести в першому наближенні до відомих шкільних формул, щоб врахувати його неоднорідність?». Як відомо, точні формули для розрахунку потенціальної енергії та напруженості для тіла масою  $m$ , що знаходиться на висоті  $h$  над поверхнею однорідної кулі масою  $M$  та радіусом  $R$ , мають наступний вигляд:

$$W_p = -G \frac{Mm}{R+h}, \quad g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

Розкладаючи ці функції в ряд Тейлора за ступенями  $h$  та обмежуючись першими двома доданками, отримуємо:

$$W_p \approx m g_0 h, \quad g \approx g_0 \left( 1 - 2 \frac{h}{R} \right).$$

Тут ми позначили через  $g_0 = GM/R^2$  напруженість поля (прискорення вільного падіння) на поверхні тіла та здійснили «зсув» відліку потенціальної енергії на сталу величину  $GM/R$ . Таким чином, при  $h \ll R$  розглянуті величини лінійно змінюються разом зі зміною висоти.

Якщо вважати, що прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі є сталим, то легко отримати вирази для кінцевої швидкості  $v$  та часу падіння  $t$  тіла, що падає без початкової швидкості з висоти  $H$ :

$$v_h = \sqrt{2g_0 H}, \quad t_h = \sqrt{2H/g_0}. \tag{1}$$

Становить певний інтерес простежити, за яких умов співвідношення (1) лишаються справедливими для реальної ситуації, коли сила тяжіння змінюється з висотою. Для знаходження кінцевої швидкості вільно падаючого тіла в неоднорідному полі тяжіння сферичного небесного тіла, позбавленого (для спрощення) атмосфери, скористуємося законом збереження механічної енергії:

$$-G \frac{Mm}{R+H} = -G \frac{Mm}{R} + \frac{mv^2}{2}.$$

Звідси

$$v = v_h \sqrt{\frac{R}{R+H}}. \tag{2}$$

При  $H \gg R$   $v \approx \sqrt{2g_0 R} = \text{const}$ , тобто кінцева швидкість не залежить від висоти падіння. Ця швидкість дорівнює другій космічній швидкості. Оскільки  $v = -dh/dt$  то

$$t = -\int_H^0 \frac{dh}{v(h)} = \frac{1}{\sqrt{2g_0 R}} \int_0^H \sqrt{\frac{h+R}{h}} dh = \frac{t_h}{2\sqrt{HR}} \left( R \ln \sqrt{\frac{R+2H+2\sqrt{H(H+R)}}{R}} + \sqrt{H(H+R)} \right). \tag{3}$$

Через те, що прискорення вільного падіння змінюється з висотою, важливою характеристикою руху є ривок  $j$  (Ивченко 2017):

$$j = \frac{dg}{dt} = \frac{dg}{dh} \frac{dh}{dt} = -v \frac{dg}{dh} = \frac{2\sqrt{2} g_0^{3/2} R^3}{(R+h)^{7/2}} \sqrt{\frac{H-h}{R+H}}.$$

Таким чином, на відміну від прискорення вільного падіння, для даного випадку ривок не є однозначною функцією від точки простору і залежить додатково від швидкості падіння (обертається в нуль якщо  $v = 0$ ).

На рис. 1, 2 наведено результати числових розрахунків залежностей відносних похибок  $\delta_v = (v_h - v)/v$ ,  $\delta_t = (t - t_h)/t$  від відносної висоти  $H/R$ , що виникають при нехтуванні неоднорідністю гравітаційного поля. Зрозуміло, що для довільного випадку  $v < v_h$ ,  $t > t_h$ . Виразно видно, що  $\delta_v$  не перевищує 5%, якщо висота  $H$  приблизно є на порядок меншою, ніж радіус  $R$ , тоді як  $\delta_t$  не перевищує 5%, якщо  $H$  приблизно є на півпорядки меншою за  $R$ .

Для того, щоб у студентів не виникло хибне уявлення про те, що однорідне гравітаційне поле завжди являє собою певну апроксимацію, справедливу лише поблизу поверхні однорідних сферичних тіл, можна запропонувати розв’язати разом із студентами наступну задачу (Савченко 1988; задача 6.2.13).

Припустимо, що ми маємо однорідну кулю з густиною  $\rho$  та центром в точці  $O$ , всередині якої знаходиться сферична порожнина з центром в точці  $O'$  (рис. 3). Необхідно знайти напруженість поля  $\vec{g}_p$  в довільній точці  $P$  порожнини. Користуючись теоремою Гауса для довільної точки всередині суцільної кулі, дістанемо:  $\vec{g}_0 = -(4\pi/3)G\rho\vec{r}_0$ , де  $\vec{r}_0$  – радіус-вектор досліджуваної точки відносно центра  $O$ . Для знаходження результуючого поля слід відняти від цієї величини напруженість поля  $\vec{g}'$  всередині порожнини, заповненої речовиною з тією самою густиною  $\rho$ :  $\vec{g}' = -(4\pi/3)G\rho\vec{r}'$  (тут  $\vec{r}'$  – радіус-вектор досліджуваної точки відносно центра порожнини  $O'$ ). Маємо:  $\vec{g}_p = \vec{g}_0 - \vec{g}' = -(4\pi/3)G\rho\vec{OO}'$ . Через те, що вектор  $\vec{OO}'$  є сталим, з останнього виразу бачимо, що напруженість поля скрізь всередині порожнини, має однаковий напрям і модуль. Таким чином, гравітаційне поле в порожнині є однорідним

за будь-якого положення її центру та величини радіусу (цей радіус, зазвичай, повинен бути меншим за радіус кулі). Напрямок цього поля співпадає з напрямом вектора, що сполучає центри порожнини й кулі.

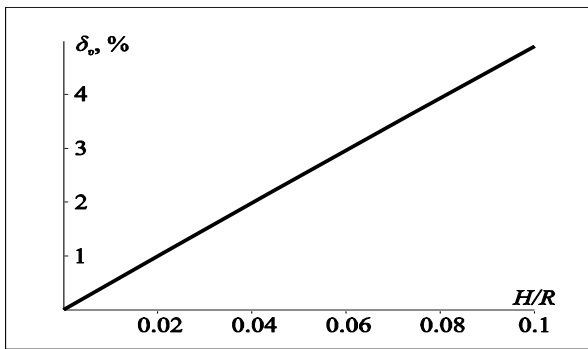


Рис. 1. Залежність відносної похибки  $\delta_v = (v_b - v)/v$  від відносної висоти  $H/R$

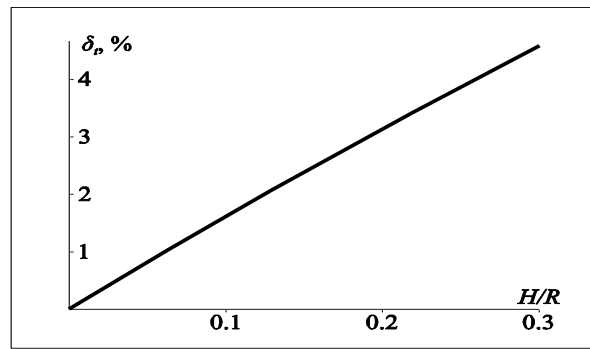


Рис. 2. Залежність відносної похибки  $\delta_t = (t - t_b)/t$  від відносної висоти  $H/R$

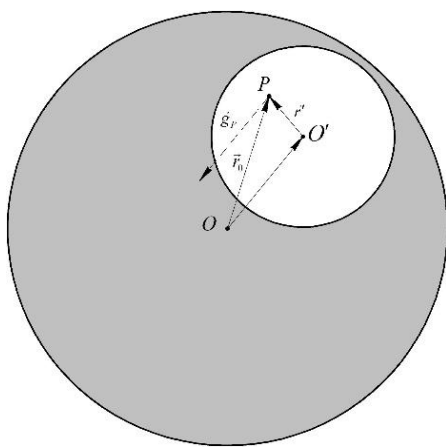


Рис. 3. До задачі про визначення гравітаційного поля всередині сферичної порожнини

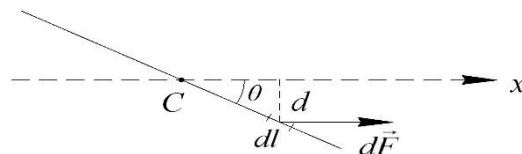


Рис. 4. До задачі про коливання супутника на орбіті

Розглянемо тепер два ефекти, що виникають у наслідок неоднорідності гравітаційного поля небесних тіл. Припустимо, що супутник (природний або штучний) планети, яка має масу  $M$ , є стрижнем довжиною  $l$  з лінійною густиною  $\tau$ , а центр мас стрижня знаходиться на відстані  $R_0 \gg l$  від центра мас планети. Позначимо через  $\theta$  миттєвий кут нахилу осі стрижня до лінії, що сполучає центри мас планети та стрижня (рис. 4). Перш за все знайдемо силу  $d\vec{F}$ , що діє на елемент довжини стрижня  $dl$ . У системі відліку, пов'язаною з центром мас стрижня, модуль цієї сили буде дорівнювати різниці поміж модулями відцентрової сили інерції  $d\vec{F}_{\text{відц}}$  та гравітаційної сили  $d\vec{F}_{\text{грав}}$ . Маємо:

$$dF_{\text{грав}} = G \frac{M\tau dx}{R^2 \cos\theta}, \text{ де } R = R_0 + x \text{ (} -l \cos\theta/2 \leq x \leq l \cos\theta/2 \text{, див. рис. 4). Але } GM/R_0^2 = g \text{, де } g \text{ – прискорення вільного падіння центру мас стрижня, тому } dF_{\text{грав}} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{\tau dx}{\cos\theta} g.$$

Відцентрове прискорення цього елемента довжини дорівнює  $\omega^2 R$ , де  $\omega$  – кутова швидкість обертання радіус-вектора центра мас стрижня. З іншого боку  $\omega^2 R_0 = g$ . Тоді отримуємо:  $dF_{\text{відц}} = \left(\frac{R}{R_0}\right) \frac{\tau dx}{\cos\theta} g$ . Враховуючи умову  $x \ll R_0$ , остаточно отримуємо:

$$dF = dF_{\text{відц}} - dF_{\text{грав}} \approx \frac{3\tau x dx}{R_0 \cos\theta} g.$$

Момент цієї сили відносно осі обертання, що проходить через центр мас, і є перпендикулярною до площини рис. 4 та дорівнює добутку сили  $dF$  на її плече  $d$ , рівне  $x \tan\theta$ . Тоді сумарний момент сили, що діє на стрижень

$$M = \int dM \approx \frac{3\tau g \tan\theta}{R_0 \cos\theta} \int_{-l \cos\theta/2}^{l \cos\theta/2} x^2 dx \approx \frac{mgl^2 \sin\theta \cos\theta}{4R_0},$$

де  $m = \tau l$  – маса стрижня. Вважаючи кут відхилення стрижня  $\theta$  малим, отримуємо:  $M \approx mgl^2 \theta / 4R_0$ .

Запишемо тепер основне рівняння динаміки обертального руху для стрижня:  $\ddot{\theta} + (mgl^2/4JR_0)\theta = 0$ , де  $J = ml^2/12$  – момент інерції стрижня для даного випадку. Це рівняння є рівнянням гармонічних коливань з циклічною частотою  $\omega = \sqrt{3g/R_0}$ . Тоді період коливань  $T = 2\pi\sqrt{R_0/3g}$ . Таким чином, супутник повинен здійснювати коливання («хитатися») на орбіті з періодом в  $\sqrt{3}$  разів меншим за період його обертання навколо планети. Для оцінки його величини прийемо:  $R_0 = 6400$  км,  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. Тоді  $T = 84$  хв.

Як відомо, земні припливи та відпливи виникають завдяки неоднорідності гравітаційного поля Місяця (Кучерук та ін. 1999; стор. 128). Зробимо оцінку величини висоти земних припливів, виходячи зі статичної теорії Ньютона. Уздовж вільної поверхні рідини потенціальна енергія всіх діючих на її частинки сил повинна лишатися сталою. У системі відліку, пов'язаною із Землею на частинки води в океані, діють сили всесвітнього тяжіння з боку Землі й Місяця та сили інерції, пов'язані із поступальним прискоренням рухом Землі відносно Місяця, завдяки дії сили всесвітнього тяжіння з боку нього. У гравітаційному полі Землі потенціальна енергія елемента води масою  $m$  дорівнює  $-GM_3m/r$ , потенціальна енергія в гравітаційному полі Місяця  $-GM_Mm/r_M$ , де  $M_3$  та  $M_M$  – маса Землі й Місяця;  $r_M$  – відстань від Місяця до елемента води.

Для знаходження потенціальної енергії, пов'язаної зі силою інерції, знайдемо спочатку вираз для неї. У випадку поступального руху з прискоренням  $\vec{a}_{ин}$  сила інерції  $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_{ин}$ . Застосувавши другий закон Ньютона та закон всесвітнього тяжіння для модуля прискорення, якого набуває Земля, внаслідок притягання до Місяця, отримуємо  $a_{ин} = GM_M/r_0^2$ , де  $r_0$  – відстань між Землею та Місяцем. Спрямуємо від центра мас Землі до Місяця вісь  $Ox$  (рис. 5).

Проекція сили інерції на цю вісь  $F_{ин,x} = -ma_{ин}$ . Елементарна робота  $dA$  сили інерції при проходженні елементом води відстані  $dx$  дорівнюватиме  $F_{ин,x}dx = -ma_{ин}dx$ . Але, оскільки сила інерції є потенціальною, то  $dA = -dW_{пін}$ , де  $W_{пін}$  – потенціальна енергія, пов'язана із силою інерції, і  $dW_{пін} = ma_{ин}dx$ . Інтегруючи останню рівність, дістанемо  $W_{пін} = ma_{ин}x$  (сталу інтегрування в даному випадку можна покласти рівною нулю). Якщо позначити через  $\vec{r}$  радіус-вектор, проведений із центра мас Землі до точки знаходження елемента води, то  $x = r\cos\theta$ , де  $\theta$  – кут між  $\vec{r}$  і віссю  $Ox$ . Тоді  $W_{пін} = ma_{ин}r\cos\theta = GM_Mmrcos\theta/r_0^2$ .

За умови сталості щодо сумарної потенціальної енергії вздовж вільної поверхні рідини, остання повинна бути однаковою для точок  $A$  ( $\theta = 0$ ) і  $D$  ( $\theta = \pi/2$ ) (див. рис. 5), різниця відстаней  $r + h$  та  $r$ , від яких до центра Землі, визначає висоту припливу  $h$ . Тоді з урахуванням виразів для різних компонентів потенціальної енергії, наведених вище, матимемо:

$$-G \frac{M_3m}{r+h} - G \frac{M_Mm}{r_0 - (r+h)} + G \frac{M_Mm(r+h)}{r_0^2} = -G \frac{M_3m}{r} - G \frac{M_Mm}{\sqrt{r_0^2 + r^2}},$$

або

$$M_3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r+h} \right) = M_M \left( \frac{1}{r_0 - (r+h)} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} - \frac{r+h}{r_0^2} \right).$$

Для наближеного знаходження величини  $h$  з останнього рівняння, прийmemo до уваги, що  $h \ll r \ll r_0$ . У такому разі  $(1/r) - (1/(r+h)) = h/(r(r+h)) \approx h/r^2$ . Щоб обчислити різницю дробів, що фігурують у правій частині отриманого рівняння, знехтуємо в них скрізь висотою  $h$  і застосуємо формулу  $(1+x)^a \approx 1+ax$  ( $x \ll 1$ ) для знаходження наближеного виразу для дробу  $(r_0^2 + r^2)^{-1/2}$ . Маємо:

$$(r_0^2 + r^2)^{-1/2} = r_0^{-1} \left( 1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{-1/2} \approx r_0^{-1} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{r_0^2} \right) = \frac{2r_0^2 - r^2}{2r_0^3}.$$

Тоді

$$\frac{1}{r_0 - r} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} \approx \frac{1}{r_0 - r} - \frac{2r_0^2 - r^2}{2r_0^3} = \frac{2r_0^2r + r_0r^2 - r^3}{2r_0^3(r_0 - r)} \approx \frac{2r_0^2r + r_0r^2}{2r_0^3(r_0 - r)}$$

і

$$\frac{1}{r_0 - (r+h)} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + r^2}} - \frac{r}{r_0^2} \approx \frac{2r_0^2r + r_0r^2}{2r_0^3(r_0 - r)} - \frac{r}{r_0^2} = \frac{3}{2} \frac{r^2}{r_0^2(r_0 - r)} \approx \frac{3}{2} \frac{r^2}{r_0^3}.$$

Тому

$$M_3 \frac{h}{r^2} = \frac{3}{2} M_M \frac{r^2}{r_0^3}.$$

Якщо покласти  $r \approx R_3$ , то остаточно отримуємо:

$$h \approx \frac{3}{2} \frac{M_M}{M_3} \left( \frac{R_3}{r_0} \right)^3 R_3.$$

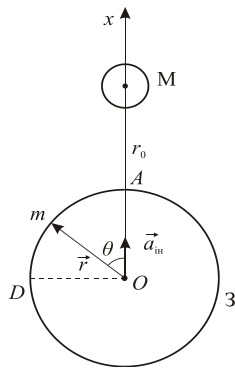


Рис. 5. До задачі про визначення висоти земних припливів

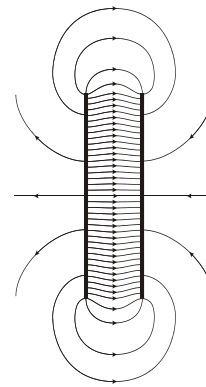


Рис. 6. Хід силових ліній у випадку плоского конденсатора

Оскільки  $M_M/M_3 = 1/81$ ,  $R_3/r_0 = 1/60$ , то  $h = 0,55$  м. На відкритих островах в океані амплітуда припливу в повний і новий місяці, зазвичай, становить порядку 1 м. Ця величина узгоджується з тим, що дає статична теорія припливів. У берегів океанів амплітуда припливів складає приблизно 2 м. Місць з амплітудою 3 м – не багато, а з амплітудою 6 м – дуже мало. Усі вони знаходяться або у вузьких протоках, або в глибині довгих заток.

**Електричне поле.** Як відомо, у неоднорідному електричному полі на диполь, крім орієнтувального моменту пари сил, діє ще сила за напрямом зростання напруженості поля, що прагне втягнути диполь в область сильнішого поля. Наявність цих сил пояснюється, наприклад, притягання до наелектризованих тіл дрібних предметів. Під дією електростатичного поля наелектризованого тіла на предметах виникають індуквані заряди, які наближено можна вважати диполями. Оскільки поле наелектризованого тіла неоднорідне, то дрібні предмети-диполі переміщуються за напрямом зростання напруженості поля, тобто притягаються до наелектризованого тіла.

Розглянемо електричний диполь, що знаходиться в неоднорідному електричному полі. Нехай  $\vec{l}$  – радіус-вектор, проведений від негативного заряду до позитивного. Результуюча сила, що діє на цю систему  $\vec{F} = q\vec{E}_+ + (-q)\vec{E}_- = q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-)$ , де  $\vec{E}_+$  та  $\vec{E}_-$  – напруженості електричного поля в місцях, де розташовані центри позитивного та негативного зарядів. Для точкового ( $l \rightarrow 0$ ) диполя  $\vec{E}_+ - \vec{E}_- \approx (\vec{l}, \nabla)\vec{E}$ , де через  $(\vec{l}, \nabla)$  позначено скалярний добуток вектора  $\vec{l}$  на оператор набла. Тоді  $\vec{F} \approx (\vec{p}, \nabla)\vec{E}$ , де  $\vec{p} = q\vec{l}$  – дипольний момент. Таким чином, така сила є не нульовою лише у випадку неоднорідного поля. Якщо електричне поле створює, наприклад, точковий заряд  $q_0$  і диполь розташований вздовж однієї з його ліній напруженості, то  $F = 2kq_0p/r^3$ .

Однією з основних моделей в курсі електрики та магнетизму є ідеальний плоский конденсатор. Його «ідеальність» обумовлена тим, що поле всередині нього вважається скрізь однорідним. Насправді біля країв такого конденсатора силові лінії зазнають вигину (рис. 6). Неоднорідністю електричного поля поблизу країв конденсатора пояснюється втягування діелектрика всередину нього. Дійсно, нехай діелектрична пластина з проникністю  $\epsilon$  всунута в простір між обкладинками повітряного ( $\epsilon = 1$ ) плоского конденсатора на величину  $x$ . Такий конденсатор з частково всунутою пластиною можна розглядати як два паралельно з'єднаних конденсатори, один з яких заповнено діелектриком, а інший – ні. Електроємність такої системи:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon a x}{d} + \frac{\epsilon_0 a (b - x)}{d} = \frac{\epsilon_0 a}{d} [(\epsilon - 1)x + b],$$

де  $\epsilon_0$  – діелектрична стала;  $d$  – відстань між обкладинками конденсатора;  $a$  – розмір обкладинки в поперечному до  $x$  напрямку;  $b$  – розмір обкладинки в напрямку паралельному до  $x$ . Останній вираз, отриманий в припущенні, що  $x \gg d$  і  $b - x \gg d$ . Це пов'язано з тим, що коли кінець пластини, який втягується, є близьким до одного з країв конденсатора, ми не можемо використовувати відому формулу для розрахунку ємності плоского конденсатора.

Якщо конденсатор приєднано до джерела сталої напруги ( $U = \text{const}$ ), то енергія такої системи

$$W = \frac{\epsilon_0 a}{2d} [(\epsilon - 1)x + b] U^2.$$

Тоді шукана сила втягування пластини в конденсатор знайдеться як:

$$F = \frac{dW}{dx} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) a U^2}{2d}. \quad (6)$$

Розглянута сила відноситься до класу пондеромоторних сил і в загальному випадку є пропорційною  $\nabla \vec{E}^2$  (Сивухин 2004; стор. 138). Для демонстрації наявності цього ефекту під час лекційного заняття можна скористатися високовольтним джерелом сталої напруги, скляною кюветою з касторовим маслом, плоским конденсатором, освітлювачем та екраном. За відсутності напруги на конденсаторі рівень масла всюди в кюветі з вертикально розташованими обкладинками конденсатора є однаковим. Якщо подати на нього напругу, то рідина втягується всередину конденсатора, і рівень масла між обкладинками підвищується на величину  $h$ , що можна спостерігати при проектуванні устаткування на екран. Відзначимо, що тіло з діелектричною проникністю, меншою за діелектричну проникність середовища, буде навпаки

виштовхуватися в область більш слабкого електричного поля. Демонстрація такого ефекту описана в (Сивухин 2004; стор. 131).

Розглянутий ефект можна використовувати для визначення діелектричної проникності рідкого діелектрика. В описаному вище досліді стан рівноваги рідини настане, коли  $F = mg = \rho ahdg$ , де  $\rho$  – густина рідини. Скориставшись цією умовою та рівністю (6), матимемо:

$$\varepsilon = 1 + \frac{\rho h d^2 g}{\varepsilon_0 U^2}.$$

В ізоляційних матеріалах (наприклад, в керамічних пластинах, що використовуються у вузлах високовольтних ліній електропередачі), однорідне електричне поле може бути порушено невеликими домішками (наприклад, повітряними бульбашками або частинками стороннього матеріалу з іншою діелектричною проникністю). У багатьох випадках електричних пробій є обумовленим саме такою неоднорідністю поля.

**Магнітне поле.** Ефекти, що виникають в магнітному полі є аналогічними тим, що були розглянуті вище для неоднорідного електричного поля. Парамагнітні частинки або тіла втягуються в область більш сильного магнітного поля, тоді як діаманетики, навпаки, виштовхуються з неї. Розглянемо, наприклад, шар рідини, розташований в вертикальному неоднорідному магнітному полі (припустимо також, що це поле збільшується вгору). Тоді в рідкому кисні (парамагнетик) бульбашки будуть спливати вгору. Натомість, в рідкому азоті (діаманетик) бульбашки будуть рухатися донизу.

Наявність сили, що діє в неоднорідному магнітному полі, використовується при визначенні магнітної сприйнятливості  $\chi$  експериментальних зразків. Значення цієї сили може бути знайдене за формулою (припускаємо, що статичне магнітне поле змінюється лише вздовж вертикальної осі  $z$ ):

$$F = \frac{\mu_0 \chi m H}{\rho} \frac{dH}{dz},$$

де  $\mu_0$  – магнітна стала;  $m$  – маса зразка;  $\rho$  – його густина;  $H(z)$  – модуль напруженості магнітного поля вздовж зразка, розташованого паралельно до осі  $z$ . Якщо магнітне поле змінюється так, що  $HdH/dz = \text{const}$ , то  $F = \text{const}$  і, розділивши змінні в останньому рівнянні та інтегруючи отриманий вираз, дістанемо

$$\chi = \frac{2F\rho}{\mu_0 m(H_2^2 - H_1^2)},$$

де  $H_1$  ( $H_2$ ) – напруженість магнітного поля біля нижнього (верхнього) кінця зразка. Таким чином, визначивши силу, що діє на зразок з боку відомого неоднорідного поля, можна визначити магнітну сприйнятливість речовини, з якої він зроблений. Цей метод дістав назву метода Гюї.

Відзначимо, що сила з боку неоднорідного магнітного поля діє на магнітні моменти навіть електрично нейтральних об'єктів. Це дає змогу визначити величину таких моментів. У зв'язку з цим дуже показовим є дослід Штерна і Герлаха (Сивухин 2004). За допомогою цього досліді вдалося переконливо довести наявність в електронах власного магнітного моменту, а, отже, і спіну.

Зауважимо, що створення однорідного магнітного поля в скінченій області простору є складною фізико-технічною задачею. Одним із засобів для реалізації такого поля є кільця Гельмгольца – дві співвісні однакові радіальні котушки, відстань між центрами яких, дорівнює їх середньому радіусу. У центрі системи, як показують розрахунки, існує зона однорідного магнітного поля. Кільця Гельмгольца використовуються для отримання постійного, змінного або імпульсного магнітного поля з зоною однорідності, що, зазвичай, використовується в експериментах, а також для калібрування датчиків магнітної індукції, намагнічування і розмагнічування постійних магнітів, розмагнічуванні сталевих заготовок, деталей та інструментів.

## ОБГОВОРЕННЯ

Як бачимо, ефекти, пов'язані з неоднорідністю силового поля, є дуже різноманітними і проявляються як у макро-, так - й у мікросвіті. Наближення однорідного поля, зазвичай, є граничним випадком неоднорідного поля. Воно застосовується для малих областей простору. Проте, навіть, у цьому випадку існують ефекти, які неможливо пояснити в межах моделі однорідного поля. Такі ефекти становлять не лише фундаментальний інтерес, але й мають важливий прикладний характер.

## ВИСНОВКИ

Дослідження дозволило виокремити низку фізичних проблем, що виникають завдяки саме неоднорідного характеру силового фізичного поля. Така система фізичних задач дозволяє всебічно висвітлити реальну структуру різного роду полів і може бути з успіхом впроваджена в навчальний процес у вивченні відповідних тем студентами-фізиками.

### Список використаних джерел

1. Івченко В. В. Про різні типи класифікації наукових навчальних моделей у курсі фізики вищого закладу освіти. *Фізико-математична освіта*. 2018. 3(17) С. 40-45.
2. Івченко В. В. За пределами равномерного и равноускоренного движения: рывок. *Физическое образование в Вузах*. 2017. 23(3) С. 38-45.
3. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. К.: Техніка, 1999. 536 с.
4. Савченко О. Я. Задачи по физике: Учебное пособие. М.: «Наука», 1988. 416 с.
5. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Учеб. пособие: Для вузов. Т. 3 Электричество. М.: «Физматлит», 2005. 656 с.

## References

1. Ivchenko V.V. (2018). Pro rizni typy klasyfikatsiyi naukovykh navchalnykh modelej u kursi fizyky vyshhogo zakladu osvity y [On Different Types Of Classification Of The Scientific Models In University Physics Education]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 3(17), 40-45. DOI 10.31110/2413-1571-2018-017-3-007 [in Ukraine].
2. Ivchenko V.V. (2017). Za predelami ravnornogo i ravnouskorenogo dvizheniya: ryivok [Beyond Uniform and Uniformly Accelerated Motion: Jerk]. *Fizicheskoe obrazovanie v Vuzah – Physics in Higher Education*, 23(3), 38-45 [in Russian].
3. Kucheruk I. M., Gorbachuk I. T. & Lucyk P. P. (1999). Zagalnyj kurs fizyky. T. 1: Mexanika. Molekulyarna fizyka i termodynamika [General course of physics. Vol. 1: Mechanics. Molecular physics and thermodynamics]. K.: Texnika [in Ukraine].
4. Savchenko O. Ya. (1988). Zadachi po fizike: Uchebnoe posobie [Problems in Physics: Tutorial]. M.: «Nauka» [in Russian].
5. Sivuhin D. V. (2005). Obschij kurs fiziki. Ucheb. posobie: Dlya vuzov. T. 3 Elektrichestvo [General course of physics. For universities. Vol. 3 Electricity]. M.: «Fizmatlit» [in Russian].

**STUDY OF THE INHOMOGENEITY FIELD EFFECTS AS AN EFFECTIVE TOOL  
FOR THE DEEPENING THE KNOWLEDGE OF PHYSICS STUDENTS ABOUT THE FORCE FIELD**

**Vladimir Ivchenko**

*Kherson State Maritime Academy, Ukraine*

**Abstract.**

**Formulation of the problem.** *In the school course of physics, quantitative calculations are made mainly for homogeneous force fields (motion of bodies in a homogeneous gravitational field of the Earth; using of the model of a homogeneous electrostatic field of a plane capacitor for calculating the charge motion and its electrical characteristics, etc.). Nevertheless, the problem of forming the concept of a force field as a model with distributed parameters, in particular, for students of physical specialties is not considered at all.*

**Materials and methods.** *Generalization and systematic analysis of literary primary sources on selected topics; the problem solving approach; the methods of mathematical analysis, system approach.*

**Results.** *The effects associated with the non-uniformity of the force field are very diverse and manifest both in macro and in the micro world. The approximation of a uniform field is usually a limiting case of a non-uniform field and is applicable to the relatively small areas of space. There are always effects that, even qualitatively, can not be explained within the model of a uniform field. Such effects are not only of fundamental interest but also of an important applied nature.*

**Conclusions.** *The physical problems analyzed in this paper allow to comprehensively highlight the spatially distributed character of real force fields and can be successfully introduced into the educational process when studying the corresponding topics by physics students.*

**Key words:** *university physics education, the force field, the non-uniform field, the problem solving.*