

# Ігрова модель рівноваги Штакельберга в координації послідовної несумісної гри підприємств

У статті розглядається аналіз координації послідовної несумісної гри підприємств виробника та дилера у вертикальній мережі постачання з використанням ігрової моделі рівноваги Штакельберга. Досліджено відношення сильних рішень учасників мережі як послідовної несумісної гри лідера (роздрібний продавець (дилер)) та послідовника (виробник). Представлено функцію витрат на національну рекламу виробником продукції та функцію рівня рекламних витрат продавця за умови гри Штакельберга.

**Ключові слова:** ігрова модель рівноваги Штакельберга, гра Неша, вертикальна мережа постачання, функція рекламних витрат.

В статье рассматривается анализ координации последовательной игры предприятий производителя и дилера в вертикальной сети поставок с использованием игровой модели равновесия Штакельберга. Исследовано отношение сильных решений участников сети как последовательной несуместимой игры лидера (розничного продавца (дилера)) и последователя (производитель). Представлена функция расходов на национальную рекламу и функция уровня рекламных расходов продавца при условии игры Штакельберга.

**Ключевые слова:** игровая модель равновесия Штакельберга, игра Нэша, вертикальная сеть поставок, функция рекламных расходов.

In the article the analysis of coordination of consecutive no-cooperative game of the manufacturer and the dealer in the marketing channel of supply with use of game model of balance of Stackelberg is considered. The mechanism of interaction of the enterprises in a vertical network of the marketing channel of supply is researched. The relation of strong decisions of participants of the marketing channel, as consecutive no-cooperative game of the leader (the retail seller (the dealer)) and the follower (manufacturer) is simulated. Function of expenses on national advertising by the manufacturer of goods and function of level of advertising efforts of the seller under condition of game of Stackelberg is presented.

**Keywords:** game equilibrium model of Stackelberg, the marketing channel of supply, Nash game, vertical network, function of advertising efforts.

**Постановка проблеми.** Серйозним фактором формування ефективної конкурентної позиції на ринку для компанії виробників продуктів споживання являється створення якісної інфраструктури роздрібного продажу товару.

Оскільки потреби клієнтів збільшуються і стають більш конкретні, торгові підприємства *vs. firm* виявляти ініціативу координації гнучких відносин в каналах постачання з метою поліпшення обслуговування та зниження особистих витрат. Успішність цих відносин провокує введення комплексних конкурентних дій.

Теоретичне дослідження в області стратегії взаємодії підприємств в каналах постачання та аналіз оптимальної поведінки його учасників визнає альтернативну пропозицію відносин між незалежними підприємствами виробника та дилера.

**Аналіз досліджень та публікацій з проблеми** [4–6] показав, що координація ланцюжка такого виду зосереджується на співробітництві у вертикальній мережі.

Основним інструментом механізму координації каналу виступає вертикальна кооперативна реклама, яка формує інтерактивні відносини між підприємствами виробника та дилера. Виробник пропонує рекламу на національному ринку та інвестує частину рекламних витрат дилера. Основна місія національної реклами впливати на потенційних споживачів шляхом ознайомлення їх з брендом, вона має на меті сформулювати знання бренду та його переваг. Дилер здійснює місцеву рекламу та заохочувальні знижки, подарунки для споживачів у святкові та фестивалі дні, збільшуючи тим самим попит на локальному ринку. Метою рекламної компанії дилера є стимулювання споживчої покупки у місцях продажу.

Розуміння конкурентної ситуації на ринку приводить до співробітництва виробника та дилера; виявлення їх спільної рекламної стратегії та стратегії просування продукту призводить до підвищення попиту і, як результат, до збільшення прибутку підприємств.

Загальною рисою у моделюванні спільних рекламних програм дослідження, проблем запасу, формування ціноутворюючої стратегії управління децентралізованого каналу, або ж просто для послідовного прийняття рішень використовуються ігрові моделі Штакельберга [1, 4, 6, 7], що має практичне значення для формування партнерських відносин між ринковими суб'єктами.

**Мета статті.** Формулюючи модель інтерактивних відносин на динамічному ринку, розглядається задача, коли один із гравців, підприємство, що має домінуючу конкурентну позицію, має можливість робити перший хід із розрахунку реакції інших гравців на його поведінку. В свою чергу, інші гравці формують свій прибуток по принципу гри рівноваги Неша про незмінність поведінки інших гравців [1]. Підприємство-лідер, таким чином, формує ігрову модель Штакельберга.

## ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ГАЛУЗЕЙ ТА ВИДІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

**Виклад основного матеріалу.** Введемо позначення:  $c$  – собівартість одиниці продукції виробника,  $x_v$  – трансфертна ціна одиниці продукції виробника для продавця;  $x_R$  – ціна одиниці продукції з урахуванням вартості одиниці виробу,  $d$  – підприємства роздрібно торгівлі,  $a$  – витрат на національну рекламу виробником продукції,  $q$  – рівня рекламних витрат продавця;  $t$  – рівень спільних витрат каналу на рекламу (кооперативна реклама) [2].

Функції доходу для підприємства-виробника  $D_v$  та для підприємства роздрібно торгівлі  $D_R$  були визначені в роботі [2]:

$$D_v = (x_v - c)(\alpha - \beta x_R) \left( A - \frac{B}{a\gamma q^\delta} \right) - ta - q, \quad (1)$$

$$D_R = (x_R - x_v - d)(\alpha - \beta x_R) \left( A - \frac{B}{a\gamma q^\delta} \right) - (1 - t)a, \quad (2)$$

де  $f(x_R) = \alpha - \beta \cdot x_R$ ,  $\alpha, \beta \in R$  – лінійна функція попиту, параметри якої визначаються статистично;

$\varphi(a, q) = A - \frac{B}{a\gamma q^\delta}$ ,  $A, B > 0$ ,  $a, q > 0$ ,  $\gamma + \delta = 1$  – функція реакції рекламних асигнувань.

За умови гри Неша, припускаючи, що виробник та дилер приймають свої рішення одночасно при рівних відповідних маржах і коли функція доходу виробника та дилера залежить

від однакової кількості незалежних змінних, – отримані такі результати, якщо  $x_R = 2x_v$ ,  $x_v = \frac{1}{3}$ ,  $x_R = \frac{2}{3}$ ,  $t = 0$  [3]:

$$a = \left[ \left( \frac{\gamma}{\delta} \right)^\delta \frac{\gamma}{9} \right]^{\frac{1}{\gamma + \delta + 1}}, \quad (4)$$

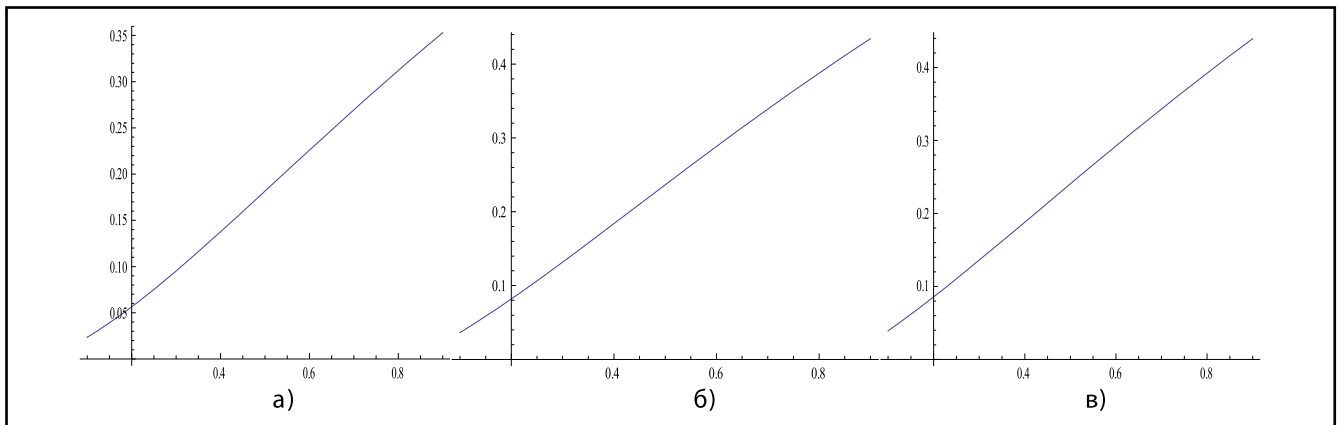
$$q = \frac{\delta}{\gamma} \cdot a. \quad (5)$$

На рис. 1 представлена функція (5) при  $\gamma = (0; 1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,9$  в)  $\delta = 0,9$ .

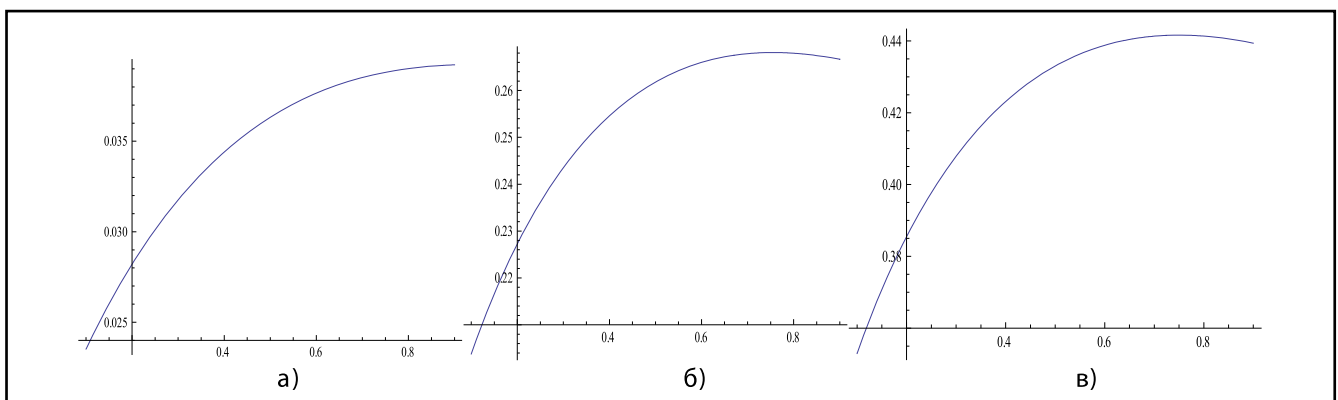
На рис. 2 представлена функція (6) при а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$ .

Слід зауважити, що рівновага Неша існує для «інших» гравців для усіх можливих ходів лідера. Вважається, що «інші» гравці обов'язково виберуть «у відповідь» на хід лідера саме рівновагу Неша.

Сукупність стратегій гравців, коли перший гравець, як лідер, з урахуванням цілей інших гравців прогнозує рівновагу Неша, яка буде складатися між ними після його ходу, і відповідної оптимізації лідером своєї стратегії, – називається рівновагою Штакельберга (Stackelberg equilibrium).



**Рисунок 1.** Функція витрат на національну рекламу виробником продукції  $a(\gamma, \delta)$  за умови гри Неша при  $\gamma = (0; 1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$



**Рисунок 2.** Функція рівня рекламних витрат продавця  $q(\gamma, \delta)$  за умови гри Неша при  $\gamma = (0; 1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$ .

Інші ж гравці як послідовники вибирають стратегію відповідно до прогнозу лідера. Рішення гри Штакельберга – лідера, оптимізує свій вигравш з урахуванням наступних ходів інших гравців, маючи вірний прогноз лідера щодо вибору концепції рішення «іншими» гравцями.

Загалом же і рівновага Штакельберга, і рішення Штакельберга має припущенням вірного моделювання поведінки інших гравців та формуванням перебігу гри, який буде мати місце після рішення лідера.

Підприємства гравці зацікавлені в максимізації обсягів продажів та збільшенні власних доходів. Метою підприємств виробників є розширення мережі та налагодження якісної системи збуту. Роздрібний продавець (дилер) зацікавлений у монопольному обслуговуванні на локальному ринку. Актуальним є витримати оптимальний рівень розвитку системи, при якому забезпечується баланс інтересів учасників ринку. Новим аспектом є координація учасників мережі з урахуванням асигнувань на рекламу.

Розглянемо аналіз координації дій. Виробник виступає в ролі продавця, зацікавлений у продажі по максимальній ціні. Дилер діє в ролі покупця і продавця, зацікавлений в покупці товару у виробника по мінімальній ціні та реалізації його на ринку по максимальній ціні. Для вирішення проблеми розробки економіко-математичної моделі представлено ланцюжок, що складається з єдиного виробника та єдиного дилера, що обумовлюється схемою внутрішнього рішення каналу (рис. 3).

Прирівнявши першу частинну похідну функції доходу для підприємства-виробника  $D_v$  по змінній  $q$  – рівня рекламних витрат продавця до нуля:

$$\frac{\partial D_v}{\partial q} = \delta x_R (1 - x_R) a^\gamma q^{\delta+1} - 1 = 0, \quad (6)$$

маємо :

$$\delta \frac{x_R}{2} (1 - x_R) a^{-\gamma} q^{-(\delta+1)} = 1.$$

Звідси знаходимо:

$$q^{(\delta+1)} = \frac{\delta x_R}{2} (1 - x_R) a^{-\gamma},$$

$$\text{або } q = \left( \frac{\delta \cdot a^{-\gamma} \cdot x_R (1 - x_R)}{2} \right)^{\frac{1}{\delta+1}}. \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (2) та маючи на увазі  $x_v = \frac{x_R}{2}$ ,  $t = 0$ , перепишемо функцію доходу для підприємства роздрівної торгівлі у вигляді:

$$D_R = \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - a^{-\gamma} \cdot \left( \frac{\delta \cdot a^{-\gamma} x_R (1 - x_R)}{2} \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) - a = \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\gamma+\frac{\gamma\delta}{\delta+1}} \left( \frac{x_R (1 - x_R)}{2} \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) - a$$

В показнику степеня  $a$ , привівши до спільного знаменника  $-\gamma + \frac{\gamma\delta}{\delta+1} = \frac{-\gamma\delta - \gamma + \gamma\delta}{\delta+1} = \frac{-\gamma}{\delta+1}$ , маємо:

$$D_R = \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) - a. \quad (8)$$

Запишемо перше рівняння необхідної умови екстремуму функції  $D_R$  по змінній  $x_R$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_R}{\partial x_R} &= \frac{1}{2} (1 - (1 - x_R) + x_R(-1)) \cdot \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) \\ &+ \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \left( -\delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}-1} \right) \\ &= \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) = 0 \end{aligned}$$

Отже,

$$\frac{\partial D_R}{\partial x_R} = \frac{1}{2} (1 - 2x_R) \left( \frac{\delta}{\delta+1} \cdot \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) = 0,$$

або

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_R}{\partial x_R} &= \frac{1}{2} (1 - 2x_R) \left( \frac{A}{B^{\gamma+\delta+1}} - \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) + \frac{1}{2} (1 - 2x_R) \left( \frac{\delta}{\delta+1} \cdot \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{-\frac{\gamma}{\delta+1}} \cdot \left( \frac{1}{2} x_R (1 - x_R) \right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

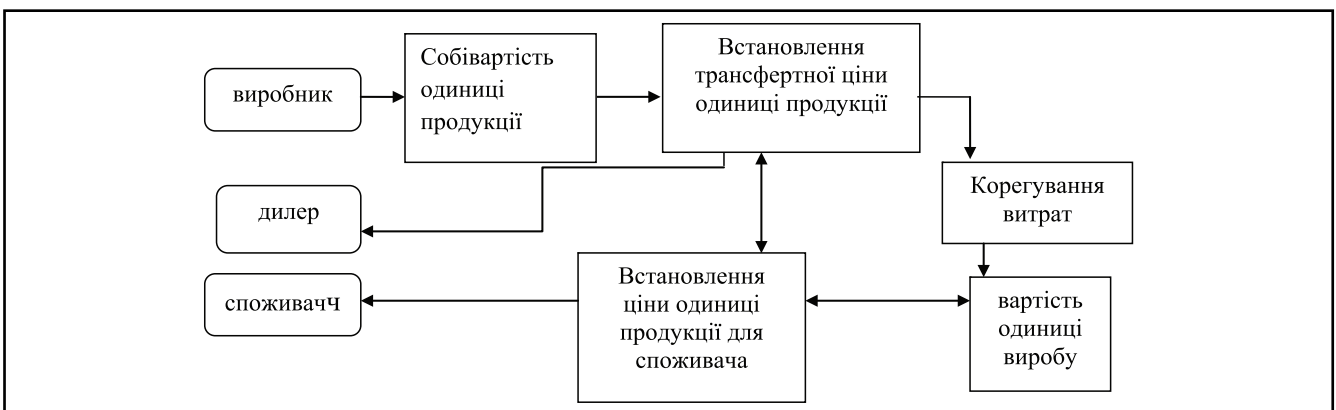


Рисунок 3. Схема внутрішнього рішення каналу

## ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ГАЛУЗЕЙ ТА ВИДІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Обидва доданки у формулі (9) – додатні, бо  $D_R > 0$  і  $x_R < 1$ . Таким чином за умови гри Штакельберга ціна одиниці продукції  $x_R$  з урахуванням вартості одиниці виробу  $d$  підприємства роздрібною торгівлі, враховуючи (9), буде дорівнювати:

$$1 - 2x_R = 0 \rightarrow x_R = \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Запишемо друге рівняння необхідної умови екстремуму функції  $D_R$  по змінній  $a$ :

$$\frac{\partial D_R}{\partial a} = \left(\frac{\gamma}{\delta+1}\right) \cdot \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{\frac{\gamma+\delta+1}{\delta+1}} \cdot \left(\frac{1}{2}x_R(1-x_R)\right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} - 1 = 0. \quad (11)$$

Враховуючи (10), рівняння (11) перепишемо у вигляді:

$$\frac{\gamma}{\delta+1} \cdot \delta^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot a^{\frac{\gamma+\delta+1}{\delta+1}} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} = 1 \rightarrow a^{\frac{\gamma+\delta+1}{\delta+1}} = \left(\frac{\delta}{8}\right)^{-\frac{\delta}{\delta+1}} \cdot \frac{\gamma}{\delta+1};$$

або

$$a = \left(\frac{\delta}{8}\right)^{-\frac{\delta}{\delta+1} \cdot \frac{\delta+1}{\gamma+\delta+1}} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta+1}\right)^{\frac{\delta+1}{\gamma+\delta+1}} \rightarrow a = \left(\left(\frac{\delta}{8}\right)^{-\delta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta+1}\right)^{\delta+1}\right)^{\frac{1}{\gamma+\delta+1}}.$$

Отже,

$$a = \left(\left(\frac{\delta}{8}\right)^{-\delta} \cdot \frac{\gamma}{\delta+1} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta+1}\right)^{\delta}\right)^{\frac{1}{\gamma+\delta+1}} \quad (12)$$

Так як  $x_R = \frac{1}{2}$ ,  $x_R = 2x_v$  то

$$x_v = \frac{1}{4}, t = 0. \quad (13)$$

Таким чином, розв'язок гри Штакельберга буде:

$$a = \left(\frac{\gamma}{\delta+1} \cdot \left(\frac{8\gamma}{\delta(\delta+1)}\right)^{\delta}\right)^{\frac{1}{\gamma+\delta+1}}, \quad (14)$$

$$q = \left(\delta \left(\frac{\gamma}{\delta+1} \cdot \left(\frac{8\gamma}{\delta(\delta+1)}\right)^{\delta}\right)^{\frac{1}{\gamma+\delta+1}} \cdot \frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{\delta+1}}, \rightarrow q = \left(\frac{\delta}{8} a^{-\gamma}\right)^{\frac{1}{\delta+1}}. \quad (15)$$

Отже, моделюючи відносини координації між виробником та дилером як послідовної несполучної гри з дилером як лідером, а виробником як послідовником, одержано рішення даної гри, яка називається рівновагою дилера Штакельберга.

На рис. 4 представлена функція (14) при  $\gamma = (0;1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$ .

На рис. 5 представлена функція (15) при  $\gamma = (0;1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$ .

Отже, дилер, як лідер, спершу декларує рівень рекламних витрат місцевої реклами, які він бажає інвестувати, та встановлює роздрібну ціну для продукту. Виробник, як послідовник, потім встановлює свій рівень національної реклами та оптову ціну.

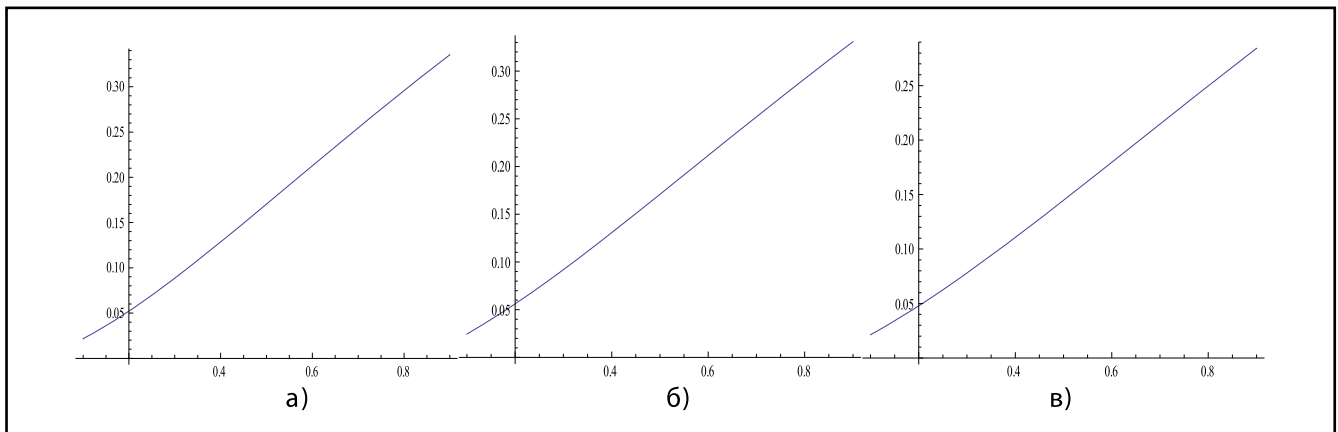


Рисунок 4. Функція витрат на національну рекламу виробником продукції  $a(\gamma, \delta)$  за умови гри Штакельберга при  $\gamma = (0;1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$

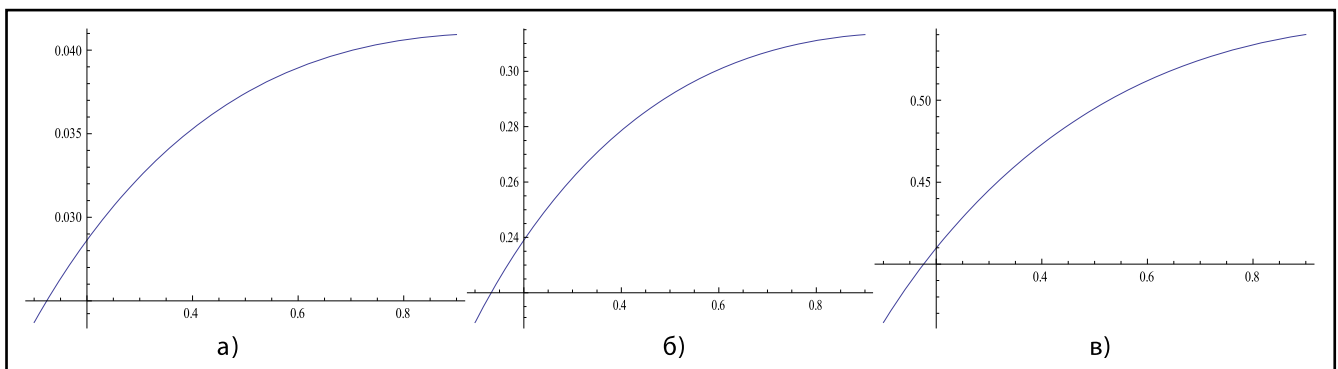


Рисунок 5. Функція рівня рекламних витрат продавця  $q(\gamma, \delta)$  за умови гри Штакельберга при  $\gamma = (0;1)$  а)  $\delta = 0,1$  б)  $\delta = 0,55$  в)  $\delta = 0,9$ .

**Висновки**

Формуючи маркетингову стратегію, підприємства мають сильні рішення для досягнення максимізації особистого доходу. Вони розгортають шлях для досягнення цілей одночасно та несумісно один від одного. Розрахунок задачі підприємства виробника та задачі підприємства роздрібною торгівлі формують одне сильне рішення – місцезнаходження структурної рівноваги гри Неша.

Модель послідовної та несумісної гри між учасниками каналу з роздрібною продавцем як лідером і виробником як послідовником вирішує: рівновагу роздрібною продавця Штакельберга, який в якості лідера декларує рівень витрат локальної реклами та роздрібну ціну продукту; проблему прийняття рішення виробника як послідовника, який погоджується на умови дилера та інвестує витрати на рекламну кампанію.

З використанням статистичних даних для розв'язку задачі впливає, що рівень роздрібною ціни в такому випадку буде досить низьким, а це приведе до зростання збуту і, як наслідок, до повторної покупки роздрібною продавця у виробника.

**Література**

1. Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г. Моделирование поведения экономических агентов в системе «производитель – посредник – конку-

рентный рынок». Алтайский государственный университет, г. Барнаул. Управление большими системами. Вып. 32. – С. 84–108.

2. Завірюха А.О. Моделивання сумісного доходу підприємства – виробника продукції та підприємства роздрібною торгівлі. Збірник наукових праць «Економіка проблеми теорії та практики». Випуск 264, том VII. – ДНУ Дніпропетровськ – 2010. – С. 1945–1951.

3. Завірюха А.О. Теоретико-ігрова модель формування доходів підприємств при умові гри Неша. Збірник наукових праць «Моделивання та інформаційні системи в економіці». Випуск 83, 2011. – С. 236.

4. Ching-Shih Tsou, Hsiao-Hua Fang, Hui-Chiung Lo, Chih-Ho Huang A Study of Cooperative Advertising in a Manufacturer-Retailer Supply Chain, International Journal of Information and Management Sciences 20 (2009), 15–26.

5. Miao-Sheng Chen, Horng-Jinh Chang, Chih-Wen Huang, Chin-Nung Liao, Channel coordination and transaction cost: A game-theoretic analysis, Industrial Marketing Management 35 (2006) 178–190.

6. Susan X. Lia, Zhimin Huang, Joe Zhu, Patrick Y.K. Chau Cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer Supply chains, The International Journal of Management Science «Omega» 30 (2002). – P. 347–357.

7. Xiuli HE, Ashutosh PRASAD, Suresh P. SETHI Genaro J. Gutierrez, A survey of Stackelberg differential game models in supply and marketing channels, J Syst Sci Syst Eng (Dec 2007) 16(4): 385–413.

З.О. АДАМАНОВА,  
д.е.н., професор, РВНЗ «КІПУ»

# Інноваційні кластери в національних економічних системах (НЕС): світовий досвід і можливості його адаптації в умовах України

Стаття присвячена дослідженню зарубіжного досвіду кластеризації економіки, виявленню особливостей функціонування інноваційних кластерів, розгляду створення регіональних кластерів України.

**Ключові слова:** кластеризація економіки, інноваційні кластери, інноваційна модель розвитку.

Статья посвящена исследованию зарубежного опыта кластеризации экономики, выявлению особенностей функционирования инновационных кластеров, рассмотрению создания региональных кластеров Украины.

**Ключевые слова:** кластеризация экономики, инновационные кластеры, инновационная модель развития.

The article is devoted to the study of foreign experience of clusterization of the economy, revealing the peculiarities of functioning of innovation clusters, the consideration of the establishment of regional clusters of Ukraine

**Keywords:** clustering of the economy, innovation clusters, innovative model of development.

**Постановка завдання.** В сучасних умовах науково-технічного прогресу і ринкових систем господарювання завоювання високих технологій у промисловості й випуск нової наукомісткої продукції є ключовими чинниками стійкого економічного зростання для більшості індустріально розвинутих країн світу. Рівень економічного розвитку країни, в тому числі малого підприємництва, в багатьох рисах визначається інтенсивністю інноваційної діяльності. На сучасному етапі розвитку світової економіки тільки на основі цілеспрямованого використання досягнень науково-технологічного процесу та інноваційних розробок можна забезпечити стабільний і конкурентний розвиток національної економіки, прогресивні структурні, техніко-технологічні та організаційні зміни в ній, а також переведення її на модель стійкого, еко-