

4. «Co-opetition», Los Angeles Times, Nov 20, 1937, p. a4.
5. Dagnino G. B.; Padula G. 2002. Coopetition strategy – A new kind of interfirm dynamics for value creation, in EURAM – The European Academy of Management Second Annual Conference «Innovative Research in Management». Stockholm, 9–11 May 2002.
6. EIASM, European institute for advanced studies in management. Available from Internet: <[http://www.eiasm.org/frontoffice/event\\_announcement.asp?event\\_id=336](http://www.eiasm.org/frontoffice/event_announcement.asp?event_id=336)>.
7. Fernandez A-S, Le Roy F. (2013), «Managing coopetitive tensions through managerial innovation: The implementation of coopetitive team-projects», 7th Mid-Atlantic Strategy Colloquium, Pamplin College of Business, Virginia Tech, Blacksburg, Virginia, USA.
8. Gnywali D.; He J.; Madhavan R. 2006. Impact of Co-Opetition on Firm Competitive Behavior: An Empirical Examination, Journal of Management 32(4): 507–530.
9. Gueguen G. 2009. Coopetition and business ecosystems in the information technology sector: the example of intelligent mobile terminals, International Journal of Entrepreneurship and Small Business 8(1): 135–153.
10. Gurnani H.; Erkoç M.; Luo Y. 2006. Impact of product pricing and timing of investment decisions on supply chain coopetition, European Journal of Operational Research 180(1): 228–248.
11. Hu Y.; Houdet J.; Duong T. 2008. A multi-agent model of cooperative and competitive strategies in supply chain, Journal of Fudan University, Shanghai 9(1): 873–879.
12. Lawrence M. Fisher «Preaching Love Thy Competitor», New York Times, March 29, 1992.
13. Le Roy F. (2007), «Emergence, dynamique et déclin des stratégies collectives: une étude de cas», in Yami S. et Le Roy F. (eds.), Les stratégies collectives: rivaliser et coopérer avec ses concurrents, EMS, Caen, p. 21–100.
14. Le Roy F., Yami S. and Dagnino G. (2010), «La coopetition: une stratégie pour le vingt-et-unième siècle», in Yami S. et Le Roy F. (eds.), Les stratégies de coopetition: rivaliser et coopérer simultanément, DeBoeck, Collection Methodes et Recherches, Bruxelles, p. 17–28.
15. Lopez-Gomez, J. and Molina-Meyer. M. 2007. Modeling coopetition, Mathematics and Computers in Simulation 76(1–3): 132–140.
16. Luo Y. 2004. Coopetition in international business. 1st edition. Frederiksberg, DK: Copenhagen Business School.
17. Paul Terry Cherington, Advertising as a Business Force: A Compilation of Experience Records, Doubleday, for the Associated advertising clubs of America, 1913.
18. Porter M.E. 1985. Competitive Advantage. 1st edition. New York, NY: The Free press.
19. Song D.W. 2003. Port co-opetition in concept and practice, Maritime Policy & Management 30(1): 29–44.
20. Sun S.; Zhang J.; Lin H. 2009. Evolutionary game analysis on the effective co-opetition mechanism of partners within high quality pork supply chain, in IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, Oct. 12–15, 2008, Beijing, China.
21. Zineldin M. 2004. Co-opetition: the organisation of the future, Marketing Intelligence & Planning 22(7): 780–790.

УДК: 339.9:519.85

Л.В. БЕРЕЖНА,  
к.е.н., доцент кафедри вищої математики, Черкаський державний технологічний університет,  
О.І. СНИТЮК,  
к.е.н., доцент кафедри вищої математики, Черкаський державний технологічний університет

## Практичні аспекти використання методів математичного програмування в моделюванні зовнішньоекономічної діяльності

У статті розглянуто приклади практичного застосування моделей і методів математичного програмування, що є необхідним для здійснення належного керування зовнішньоекономічною діяльністю. У підсумку отримані результати моделювання, які надають чіткі та конкретні вказівки щодо плану дій країни у світогосподарських процесах. Також проаналізовані пакети прикладних програм для автоматизації розв'язання задач математичного програмування та надано пропозиції щодо практичних аспектів їх використання.

**Ключові слова:** математичне програмування, зовнішньоекономічна діяльність, макроекономічні показники, моделювання, задачі лінійного програмування, задачі нелінійного програмування, пакети прикладних програм.

Л.В. БЕРЕЖНАЯ,  
к.э.н., доцент кафедры высшей математики, Черкасский государственный технологический университет,  
О.И. СНИТЮК,  
к.э.н., доцент кафедры высшей математики, Черкасский государственный технологический университет

## Практические аспекты использования методов математического программирования в моделировании внешнеэкономической деятельности

В статье рассмотрены примеры практического применения моделей и методов математического программирования, что является необходимым для осуществления надлежащего управления внешнеэкономической деятельностью. В итоге получены результаты моделирования, которые предоставляют четкие и конкретные указания относительно плана действий страны в мирохозяйственных процессах. Также проанализированы пакеты прикладных программ для автоматизации решения задач математического программирования и даны предложения относительно практических аспектов их использования.

**Ключевые слова:** математическое программирование, внешнеэкономическая деятельность, макроекономические показатели, моделирование, задачи линейного программирования, задачи нелинейного программирования, пакеты прикладных программ.

## Practical aspects of using mathematical programming methods in modeling foreign activities

The article deals with practical examples and models of mathematical programming, which is necessary for the proper management of foreign economic activity. In the end, the results of modeling, which provide clear and specific guidance on the action plan of the country in global economic processes. Also analyzed software packages to automate solving mathematical programming problems and provided suggestions on practical aspects of their use.

**Keywords:** mathematical programming, foreign trade, macroeconomic indicators, simulation, linear programming problem of nonlinear programming, software packages.

**Постановка проблеми.** Як відомо, економіко–математичне моделювання є одним з ефективних методів дослідження складних соціально–економічних об'єктів і процесів. При цьому одним із розділів математики, який розробляє теорію та методи розв'язування екстремальних (оптимізаційних) задач, є математичне програмування [1].

У той же час зовнішньоекономічна діяльність (ЗЕД) – унікальна і різностороння. Під час проведення зовнішньоекономічної операції здійснюється складний процес руху значної маси грошових коштів, товарних, матеріальних засобів, обіг юридичних документів й інформаційних потоків. Світогосподарські зв'язки держави оцінюються за допомогою абсолютних і відносних показників, показників структури, інтенсивності та ефективності зовнішньоекономічної діяльності. Ці показники дають можливість проаналізувати стан таких зв'язків, фізичні обсяги, структуру, диверсифікованість, географічну концентрацію експорту (імпорту), якісні та кількісні зміни. Наявність зазначеного інструментарію є надзвичайно важливим для аналітики, оскільки в протилежному випадку не можливо належним чином оцінювати зв'язки однієї країни з іншими, робити коректні узагальнення і висновки. Також багато процесів і явищ, перш ніж увійти у практику світогосподарських зв'язків, вимагають не лише аналізу тенденцій, а й дослідження причинно–наслідкових зв'язків та прогнозування їх розвитку, розробки і впровадження стратегічних та тактичних планів. Це дозволить здійснювати належне керування економічними системами та міжнародними економічними відносинами, яке, по суті, є використанням знань про системи, здобуття нової інформації та застосування її з метою відшукування найефективніших способів досягнення заданих результатів [2].

Досягти успіху в цьому можливо, лише застосовуючи сучасний економіко–математичний апарат дослідження й моделювання. Одне з провідних місць в якому і належить математичному програмуванню (mathematical programming), що означає розроблення на основі математичних розрахунків програми дій для досягнення обраної мети [2].

**Аналіз досліджень та публікацій з проблеми.** Вивченню питань теоретичних та загальноекономічних аспектів математичного програмування значну увагу приділяли О.В. Горбунов, О.О. Карагодова, А.А. Мазаракі, С.І. Наконечний, С.С. Савіна, Ю.А. Толбатов, І.К. Федоренко, О.І. Черняк. У той же час моделювання світогосподарських процесів за допомогою лінійного програмування розглядали В.В. Вітлінський, А.П. Голиков, Л.Л. Маханець. Головна їх увага була зосереджена на дослідженні теоретичних методів оптимізації,

які рідко ілюструються розв'язуванням конкретних прикладів та задач, доведених до числових результатів, а також їх економічною інтерпретацією.

**Мета статті.** На основі викладеного можна сформулювати завдання, яке полягає у висвітленні практичного застосування теоретичних аспектів математичного програмування для моделювання ЗЕД, зокрема й можливості їх автоматизованого розв'язування за допомогою сучасного програмного забезпечення.

**Виклад основного матеріалу.** Математичне програмування – один із напрямів прикладної математики, предметом якого є задачі на знаходження екстремуму деякої функції за певних заданих умов [2].

Зазначимо, що у процесі застосування математичного моделювання в зовнішньоекономічній діяльності чітка постановка задачі та її формалізація є найскладнішим етапом дослідження, вимагає ґрунтовних знань передусім економічної суті процесів, які моделюються.

Залежно від наявності та точності вихідної інформації, мети дослідження, ступеня врахування невизначеності, специфіки застосування до конкретного процесу задачі ЗЕД можуть бути сформульовані як у вигляді статичних, детермінованих, неперервних лінійних задач, так і в складнішій постановці, де присутні параметри, які визначаються з певним рівнем імовірності та використовуються нелінійні залежності та динамічні моделі. Отже, є можливим вирішення таких основних груп завдань:

- диверсифікація й оптимізація структури експорту, імпорту, структури зовнішнього боргу країни, її золотовалютних резервів, оптимізація структури валютного портфелю суб'єкта ЗЕД;
- оптимізація видатків та прибутків суб'єктів ЗЕД від здійснення їх діяльності;
- оптимізація розвитку і територіальної організації транспортно–економічних зв'язків;
- оптимізація фінансових виплат по зовнішнім позикам, туристичних потоків, продуктів та послуг;
- визначення оптимальних маршрутів руху різних видів міжнародного транспорту, руху інноваційних технологій та оптимізація грошових потоків в умовах залучення іноземних інвестицій;
- розв'язання логістичних задач міжнародного характеру;
- визначення оптимального плану виробництва, оптимального розподілу виробничих потужностей, споживання та капіталовкладень (особливо для ТНК);
- вирішення загальних проблем планування ЗЕД;

## ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ГАЛУЗЕЙ ТА ВИДІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

– розв'язання із застосуванням теорії ігор конфліктних ситуацій, що виникають між країнами, або іншими суб'єктами ЗЕД, які спричинені посиленням боротьби країн та контрагентів за ринки збуту, джерела сировини і дешевої робочої сили.

Наведемо деякі конкретні приклади побудови лінійних оптимізаційних моделей та їх результати.

### Приклад 1

У табл. 1 наведені значення макроекономічних показників країни. Необхідно знайти оптимальні обсяги видатків на споживання ( $C$ ), валових внутрішніх інвестицій ( $Ig$ ), державних закупівель товарів та послуг ( $G$ ), експорту ( $Ex$ ) та імпорту ( $Im$ ) на 7-й рік, щоб ВВП ( $ВВП = C + Ig + G + Ex - Im$ ) досяг свого максимального значення. При цьому необхідно врахувати такі обмеження:

1) темпи приросту показників  $C$ ,  $Ig$ ,  $G$ ,  $Ex$  та ВВП мають бути не меншими, а  $Im$  не більшим, ніж середні значення їх темпів приросту за досліджуваний період спостереження (1–6 роки).

2) Обсяг імпорту для забезпечення належного рівня споживання має бути не меншим за рівень 1-го року.

Отже, побудуємо математичну модель задачі лінійного програмування.

1. Позначимо через  $x_1, x_2, x_3, x_4$  та  $x_5$  відповідно видатки на споживання ( $C$ ), валові внутрішні інвестиції ( $Ig$ ), державні закупівлі товарів та послуг ( $G$ ), експорт ( $Ex$ ) та імпорт ( $Im$ ) в млн. грн. од. Темп приросту при цьому визначається як

$$T_{np\ ij} = \frac{x_{ij}}{x_{(i-1)j}} \cdot 100 - 100 = \frac{x_{ij} - x_{(i-1)j}}{x_{(i-1)j}} \cdot 100, \text{ де } i - \text{поточний рік, } (i-1) - \text{попередній рік, } 0 - \text{базисний (1-й) рік, } j - \text{макроекономічний показник.}$$

Тоді цільова функція  $Z$  (ВВП) має вигляд:

$$Z = x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{15} \rightarrow \max,$$

за обмежень:

$$\begin{cases} \frac{x_{i1} - x_{(i-1)1}}{x_{(i-1)1}} \cdot 100 \geq \overline{T_{np\ 1}}; \\ \frac{x_{i2} - x_{(i-1)2}}{x_{(i-1)2}} \cdot 100 \geq \overline{T_{np\ 2}}; \\ \frac{x_{i3} - x_{(i-1)3}}{x_{(i-1)3}} \cdot 100 \geq \overline{T_{np\ 3}}; \\ \frac{x_{i4} - x_{(i-1)4}}{x_{(i-1)4}} \cdot 100 \geq \overline{T_{np\ 4}}; \\ \frac{x_{i5} - x_{(i-1)5}}{x_{(i-1)5}} \cdot 100 \leq \overline{T_{np\ 5}}; \\ x_{15} \geq x_{05}; \\ \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{15} - (x_{(i-1)1} + x_{(i-1)2} + x_{(i-1)3} + x_{(i-1)4} - x_{(i-1)5})}{x_{(i-1)1} + x_{(i-1)2} + x_{(i-1)3} + x_{(i-1)4} - x_{(i-1)5}} \cdot 100 \geq 26,13; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

2. Обчислимо обмеження задачі (табл. 2). Для цього визначимо середні значення темпу приросту макроекономічних показників за період 1–6 років.

Таким чином, математична модель розрахунку оптимальних обсягів макроекономічних показників, щоб ВВП набувало свого максимального розміру у 7-му році має вигляд:

Позначимо через  $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$  та  $x_{15}$  відповідно видатки на споживання ( $C$ ), валові внутрішні інвестиції ( $Ig$ ), державні закупівлі товарів та послуг ( $G$ ), експорт ( $Ex$ ) та імпорт ( $Im$ ) в млн. грн. од. у 7-му році. Тоді

$$Z = x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{15} \rightarrow \max,$$

за обмежень:

$$\begin{cases} \frac{x_{11} - 558581}{558581} \cdot 100 \geq 26,81; \\ \frac{x_{12} - 203033}{203033} \cdot 100 \geq 34,87; \\ \frac{x_{13} - 285}{285} \cdot 100 \geq 24,31; \\ \frac{x_{14} - 323205}{323205} \cdot 100 \geq 21,04; \\ \frac{x_{15} - 364373}{364373} \cdot 100 \leq 26,05; \\ x_{15} \geq 114501; \\ \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{15} - 720731}{720731} \cdot 100 \geq 26,13; \\ x_{2j} \geq 0, j = \overline{1,5}. \end{cases}$$

Використовуючи в MS Excel надбудову Поиск решения, обчислюємо значення макроекономічних показників для 7-го року.

Результати розрахунків (табл. 3) показують, що використовуючи методи математичного програмування здійснено оптимізацію значень макроекономічних показників, які забезпечують максимальне значення ВВП в країні за існуючих обмежень. Зокрема, видатки на споживання необхідно збільшити на 26,81%, валові внутрішні інвестиції – на 34,87%, державні закупівлі товарів та послуг – на 24,31%, експорт – на 21,04%, а імпорт – знизити на 68,58% порівняно із фактичними значеннями 6-го р., що дозволить підвищити обсяг ВВП до 1259248,0 млн. грн. од., тобто на 74,72%.

Необхідно наголосити, що значну роль у зростанні ВВП відіграють експорт та імпорт. Особливо імпорт, без якого неможливе забезпечення належного рівня споживання, оскільки країна не спроможна своїми зусиллями виробляти певні види продукції. Проте його рівень потрібно намагатися зменшувати. Для цього необхідно поступово відмовитись від дорогих імпортних енергоносіїв, а також розпочати випуск нових товарів та послуг (замінників імпорту), які доцільно бу-

Таблиця 1. Макроекономічні показники країни, млн. грн. од. \*

Показники	Роки					
	1	2	3	4	5	6
Видатки на споживання (C)	170325	201624	245556	337879	424906	558581
Валові внутрішні інвестиції (Ig)	45498	58736	82703	99701	134529	203033
Державні закупівлі товарів та послуг (G)	96	115	133	175	211	285
Експорт (Ex)	124392	154394	219607	227252	253707	323205
Імпорт (Im)	114501	147525	193120	223555	269200	364373
ВВП	225810	267344	354879	441452	544153	720731

\* Дані Державного комітету статистики України [3]

# ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ГАЛУЗЕЙ ТА ВИДІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

**Таблиця 2. Розрахунок темпів зростання макроекономічних показників**

Показники, млн. грн. од	Роки						Середній темп зростання, %
	1	2	3	4	5	6	
Видатки на споживання (C)	170325	201624	245556	337879	424906	558581	
Темп зростання, %	–	118,38	121,79	137,60	125,76	131,46	126,81
Валові внутрішні інвестиції (I <sub>g</sub> )	45498	58736	82703	99701	134529	203033	
Темп зростання, %	–	129,10	140,80	120,55	134,93	150,92	134,87
Державні закупівлі товарів та послуг (G)	96	115	133	175	211	285	
Темп зростання, %	–	119,79	115,65	131,58	120,57	135,07	124,31
Експорт (Ex)	124392	154394	219607	227252	253707	323205	
Темп зростання, %	–	124,12	142,24	103,48	111,64	127,39	121,04
Імпорт (Im)	114501	147525	193120	223555	269200	364373	
Темп зростання, %	–	128,84	130,91	115,76	120,42	135,35	126,05
ВВП	225810	267344	354879	441452	544153	720731	
Темп зростання, %	–	118,39	132,74	124,40	123,26	132,45	126,13

**Таблиця 3. Порівняльний аналіз отриманих результатів**

Показники	6-й рік (факт)	7-й рік (розрах.)	Відхилення (7-й розр. – 6-й факт)	
			+/-	%
Видатки на споживання (C)	558581,00	708349,70	149768,70	126,81
Темп приросту, %	31,46	26,81	-4,65	
Валові внутрішні інвестиції (I <sub>g</sub> )	203033,00	273830,30	70797,30	134,87
Темп приросту, %	50,92	34,87	-16,05	
Державні закупівлі товарів та послуг (G)	285,00	354,29	69,29	124,31
Темп приросту, %	35,07	24,31	-10,76	
Експорт (Ex)	323205,00	391214,73	68009,73	121,04
Темп приросту, %	27,39	21,04	-6,35	
Імпорт (Im)	364373,00	114501,00	-249872,00	31,42
Темп приросту, %	35,35	-68,58	-103,93	
ВВП	720731,00	1259248,0	538517,01	174,72
Темп приросту, %	32,45	74,72	42,27	

**Таблиця 4. Експорт-імпорт окремих видів готових харчових продуктів у країні за рік \***

Код товарних груп	Код та найменування продукції	Ціна експортованого товару, \$ тис./т рі	Обсяги виробництва, т ві	Норма споживання на рік, т пі	Обсяг імпорту, т кі	Обсяг фактичного експорту, т
16	1601 00. Ковбаси та аналогічні вироби з м'яса, м'ясних субпродуктів (x <sub>1</sub> )	5,29	2045,7	2420	639,2	178,4
17	1704. Кондитерські вироби з цукру (включаючи білий шоколад), без вмісту какао (x <sub>2</sub> )	1,76	105940,2	37200	9710,4	82995,7
18	1806. Шоколад та інші готові харчові продукти з вмістом какао (x <sub>3</sub> )	2,84	240125,3	113800	23588,6	154631,2
19	1905. Хлібобулочні, борошняні кондитерські вироби, з вмістом або без вмісту какао (x <sub>4</sub> )	1,56	232645,8	132590	14743,6	110727,4
20	2007. Варення, джеми, плодови желе, мармелад (x <sub>5</sub> )	2,33	10200	6234	226,6	3434,7
21	2101. Екстракти, есенції та концентрати кави, чаю або мате (x <sub>6</sub> )	6,12	5638,7	30500	28833,4	2494,4
21	2103. Продукти для приготування соусів і готові соуси (x <sub>7</sub> )	1,35	35800,8	30890	13531,9	20295,4
21	2105. Морозиво та інші види харчового льоду, що містять або не містять какао (x <sub>8</sub> )	1,89	10524,2	6970	456,0	2735,5
22	2205. Вермут та інше вино виноградне, з додаванням рослинних або ароматичних екстрактів (x <sub>9</sub> )	5,15	298,6	1720	2089,2	215,2
23	2308. Продукти рослинного походження та рослинні відходи, рослинні залишки і побічні продукти (x <sub>10</sub> )	0,22	1237,8	430	3,8	807,3
24	2402 20. Сигарети, цигарки з вмістом тютюну (т) (x <sub>11</sub> )	13,66	13778,6	0	3487,2	10291,6

\* Дані Державного комітету статистики України [4].

## ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ ГАЛУЗЕЙ ТА ВИДІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

де не лише залишати в країні для внутрішніх потреб, а й виводити на зовнішній ринок, збільшуючи тим самим експорт.

### Приклад 2

За даними, наведеними в табл. 4, необхідно визначити, за яких обсягів річного експорту готових харчових продуктів в країні дохід від експорту набудуватиме максимального значення. При цьому необхідно врахувати, що:

1) експорт продукції не перевищує обсягу її виробництва;

2) в країні має залишатися готова харчова продукція в обсязі, що відповідає нормі споживання мешканців країни на рік.

Побудуємо математичну модель задачі лінійного програмування. Нехай  $x_j, j = \overline{1,11}$  – фізичний обсяг експорту відповідних видів товарів (табл. 4), а  $v_i + k_i - x_i = n_i$  – норма споживання на рік (середнє значення за останні три роки), т.

Тоді цільова функція доходу від експорту матиме вигляд:

$$Z = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4 + p_5 \cdot x_5 + p_6 \cdot x_6 + p_7 \cdot x_7 + p_8 \cdot x_8 + p_9 \cdot x_9 + p_{10} \cdot x_{10} + p_{11} \cdot x_{11} \rightarrow \max,$$

де  $p_i$  – ціна  $i$ -ого виду готової харчової продукції \$ тис./т.

За обмежень:

$$\begin{cases} x_1 \leq 2045,7; \\ x_2 \leq 105940,2; \\ x_3 \leq 240125,3; \\ x_4 \leq 232645,8; \\ x_5 \leq 10200; \\ x_6 \leq 5638,7; \\ x_7 \leq 35800,8; \\ x_8 \leq 10524,2; \\ x_9 \leq 298,6; \\ x_{10} \leq 1237,8; \\ x_{11} \leq 13778,6; \\ 2045,7 + 639,2 - x_1 \geq 2420; \\ 105940,2 + 9710,4 - x_2 \geq 37200; \\ 240125,3 + 23588,6 - x_3 \geq 113800; \\ 232645,8 + 14743,6 - x_4 \geq 132590; \\ 10200 + 226,6 - x_5 \geq 6234; \\ 5638,7 + 28833,4 - x_6 \geq 30500; \\ 35800,8 + 13531,9 - x_7 \geq 30890; \\ 10524,2 + 456,0 - x_8 \geq 6970; \\ 298,6 + 2089,2 - x_9 \geq 1720; \\ 1237,8 + 3,8 - x_{10} \geq 430; \\ 13778,6 + 3487,2 - x_{11} \geq 0; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,11}. \end{cases}$$

Використовуючи симплекс-метод та табличний процесор Excel, в наведеній задачі лінійного програмування здійснена оптимізація обсягів експорту окремих видів готових харчових продуктів в країні в поточному році. За отриманими результатами видно (табл. 5), що за восьмима кодами товарних груп експорт необхідно збільшувати, а за трьома – навпаки, зменшувати. Так, зокрема, експорту ковбас та аналогічних виробів з м'яса, м'ясних субпродуктів необхідно зрости на 48,49%, хлібобулочних, борошняних кондитер-

ських виробів – на 3,68%; варення, джемів, плодівих желе – на 22,07%. Майже на 60% має зрости обсяг вивозу за межі України екстрактів, есенції та концентратів кави, чаю або мате. З іншого боку, для забезпечення нормального споживання продуктів населенням країни експорт продуктів для приготування соусів і готових соусів має зменшитись майже на 10%. Це дозволило б в контексті актуалізації проблеми продовольчої безпеки оптимізувати дохід від експорту готових харчових продуктів в країні до \$1000865,07 тис. шляхом підбору оптимальних обсягів експорту.

Як зазначалося раніше, одним з найважливіших етапів розв'язування задач математичного програмування є побудова економіко-математичної моделі. Однак, коли докомп'ютерна модель визначена, необхідно обрати програмне забезпечення для її реалізації. Це можуть бути прикладні програми, наприклад, табличний процесор Excel (як в наведених прикладах для лінійних задач); математичні пакети прикладних програм MATHEMATICA 9 [5], MAPLE [6], MATHCAD [7], спеціалізований пакет лінійної, нелінійної, та цілочисельної оптимізації LINGO 15,0 [8], пакет лінійної оптимізації та реалізації методів стохастичного, цілочисельного та квадратичного програмування LINDO 13,0 [9], пакет моделювання систем масового обслуговування GPSS [10], пакети для моделювання економічної динаміки IThink [11] або Powersim [12], пакети моделювання математичних та технічних систем MatLab і Simulink [13] та багато іншого. Можна застосувати універсальні мови програмування типу Pascal, C++, C#, Java, але трудомісткість програмування інтерфейсу як за правило перевищує трудомісткість програмування самої моделі в 5–10 разів.

Іноді навіть в таких спеціалізованих пакетах, як Excel, доводиться програмувати процедури, яких не вистачає. Для цього спеціалізовані пакети мають вбудовані мови програмування, зокрема, в MS Office – це Visual Basic for Application (VBA) [14], в MatLab – мова m-файлів.

Необхідно відмітити, що для організації якісного додатку в Excel економісту доводиться відволікатися від економіки і займатися серйозним програмуванням у VBA. Тому для деяких задач доречно застосувати математичний програмний інструмент MatLab. Для нього, як надбудови, розроблено багато спецдодатків для аналізу технічних систем управління. Він також надає фінансовий пакет FinancialToolbox [15], зв'язок з Excel, зв'язок з Word. Особливо цікавим є інструмент Simulink, розроблений спеціально для моделювання динамічних систем. Він містить бібліотеку графічних блоків із вбудованими математичними функціями. Іноді його називають інструментом графічного або візуального програмування.

З огляду на те, з яких розділів та тем математичного програмування передбачено розв'язок задач ЗЕД, розглянемо можливість застосування певних програмних продуктів до кожної з тем.

Зокрема, при розв'язуванні задач лінійної оптимізації можна використовувати такі програмні продукти як Gran1, Gran-2D, Gran-3D [16], MATHEMATICA, MAPLE, LINGO, LINDO, Excel та інші.

У процесі розв'язування задач цілочислового програмування можна скористатися програмними пакетами QSB [17], LINGO, LINDO та Excel.

Таблиця 5. Розрахунок оптимальних значень експорту окремих видів готових харчових продуктів в країні у поточному році

Код товарних груп	Код та найменування продукції	Ціна експортованого товару, \$ тис. /т (рї)	Обсяги виробництва, т (v)	Норма споживання на рік, т (n)	Обсяг імпорту, т (k)	Обсяг фактичного експорту, т	Обсяг розра-хункового експорту, т	Відхилення	
								+/-, т	%
16	1601 00. Ковбаси та аналогічні вироби з м'яса, м'ясних субпродуктів	5,29	2045,70	2420,00	639,23	178,42	264,93	86,51	148,49
17	1704. Кондитерські вироби з цукру (включаючи білий шоколад), без вмісту какао	1,76	105940,20	37200,00	9710,39	82995,69	78450,59	-4545,1	94,52
18	1806. Шоколад та інші готові харчові продукти з вмістом какао	2,84	240125,30	113800,00	23588,55	154631,19	149913,85	-4717,3	96,95
19	1905. Хлібобулочні, борошняні кондитерські вироби, з вмістом або без вмісту какао	1,56	232645,80	132590,00	14743,56	110727,37	114799,36	4072,0	103,68
20	2007. Варення, джеми, плодови желе, мармелад	2,33	10200,00	6234,00	226,57	3434,70	4192,57	757,87	122,07
21	2101. Екстракти, есенції та концентрати кави, чаю або мате	6,12	5638,70	30500,00	28833,45	2494,41	3972,15	1477,7	159,24
21	2103. Продукти для приготування соусів і готові соуси	1,35	35800,80	30890,00	13531,86	20295,38	18442,66	-1852,7	90,87
21	2105. Морозиво та інші види харчового льоду, що містять або не містять какао	1,89	10524,20	6970,00	456,00	2735,49	4010,20	1274,7	146,60
22	2205. Вермут та інше вино виноградне, з доданням рослинних або ароматичних екстрактів	5,15	298,60	1720,00	2089,22	215,19	298,60	83,41	138,76
23	2308. Продукти рослинного походження та рослинні відходи, рослинні залишки і побічні продукти	0,22	1237,80	430,00	3,78	807,25	811,58	4,33	100,54
24	2402 20. Сигарети, цигарки з вмістом тютюну (т)	13,66	13778,60	0,00	3487,21	10291,61	13778,60	3486,9	133,88
	Дохід від експорту	1000865,07	\$ тис.						

Для побудови оптимальних маршрутів, тобто для розв'язування задач типу «задачі комівояжера», можна окрім стандартного Excel використати програмний пакет мережевої оптимізації (Network Optimization) [18]. Пакет містить низку програм для розв'язування задачі визначення максимального потоку в мережі, потоку мінімальної вартості, знаходження найкоротшого шляху та низку інших. Інформаційна технологія розв'язування задачі комівояжера (відшукування циклу Гамільтона мінімальної вартості (довжини) – Min Cost Hamilton Cycle) дозволяє використати графічне та табличне подання початкових даних.

Для задач динамічного програмування можна застосувати зручний і простий Excel.

Для розрахунку параметрів і оптимізації мережевих графіків використовуються інформаційні технології пакету QSB (PERT–програма розрахунку проектів методами мережевого планування; CPM – програма «Мережеве планування»).

Оскільки будь-яка скінченна гра з двома особами і нульовою сумою зводиться до розв'язування задачі лінійного програмування, для розв'язування матричних ігор теж можна застосувати програму Simplex або «Лінійне програмування» з пакету QSB. Для знаходження оптимальних стратегій в іграх з природою можна використати Excel. Ця ж програма, а також пакети LINGO й LINDO, допоможуть у розв'язуванні задач нелінійного програмування та векторної оптимізації.

Широке застосування має Excel до розв'язування задач стохастичного програмування, зокрема, для визначення кількісних характеристик і функцій розподілу ймовірностей на множині значень випадкової величини, побудови графіків для нормального розподілу; формування початкових даних для детермінованого еквіваленту задачі в E–постановці; розв'язування стохастичних задач в P–постановці; розв'язування стохастичної транспортної задачі.

Аналізуючи зазначене вище, можна помітити, що практично будь-яку задачу економіко–математичного моделювання зовнішньоекономічної діяльності можна розв'язати, або частково автоматизувати її розв'язування за допомогою табличного процесора Excel. Excel належить до програмного забезпечення загального призначення, тобто його використання не потребує спеціальних знань від фахівців з міжнародної економіки. Тому використання саме табличного процесора Excel для розв'язування оптимізаційних задач може бути найбільш доцільним.

## Висновки

З наведеного вище можна зробити висновки. Для здійснення належного керування зовнішньоекономічною діяльністю необхідне застосування сучасного економіко–математичного апарату дослідження й моделювання, зокрема математичного програмування. Проте на сьогодні увага більшості науковців зосереджена на дослідженні теоретичних методів оптимізації, які рідко ілюструються розв'язуванням конкретних прикладів та задач, доведених до числових результатів, а також їх економічною інтерпретацією. Тому актуальним є висвітлення практичного застосування теоретичних аспектів математичного програмування для моделювання ЗЕД, зокрема й можливості їх автоматизованого розв'язування за допомогою сучасного програмного забезпечення.

Проведене авторами дослідження та наведені приклади оптимізації як макроекономічних показників з метою максимізації ВВП, так і обсягів річного експорту готових харчових продуктів з метою максимізації експорту, вказує на те, що результати моделювання надають чіткі й конкретні вказівки щодо плану дій країни у світогосподарських процесах. Проте необхідно наголосити, що у процесі застосування математичного моделювання в зовнішньоекономічній діяльності доцільно особливо увагу приділяти не лише вдалому створенню математичних (статичних, детермінованих, неперервних, лінійних, нелінійних, стохастичних та динамічних) оптимізаційних моделей, а також підвищенню ефективності застосування економіко–математичного апарату дослідження за допомогою технічного та спеціалізованого програмного забезпечення.

## Список використаних джерел

1. Дослідження операцій в економіці: Підручник / За ред. І.К. Федоренко, О.І. Черняка. – К.: Знання, 2007. – 558 с.
2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2005. – 452 с.
3. Макроекономічні показники країни [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>
4. Зовнішня торгівля товарами [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua>
5. Математичний пакет прикладних програм MATHEMATICA 9 [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.wolfram.com/mathematica/new-in-9/>.
6. Математичний пакет прикладних програм MAPLE [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.maplesoft.com/products/maple/>
7. Математичний пакет прикладних програм MATHCAD [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://ru.ptc.com/product/mathcad>.
8. Спеціалізований пакет оптимізації LINGO 15,0 [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.lindo.com/products/lingo/>
9. Спеціалізований пакет оптимізації LINDO 13,0 [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.lindo.com>.
10. Имитационное моделирование на языке GPSS / Сост. Алтаев А.А. – Улан-Удэ, Изд-во ВСГТУ, 2001. – 122 с. [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://ict.edu.ru/ft/004998/Mtduksi2.pdf>.
11. Пакет для моделювання економічної динаміки IThink [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.iseesystems.com/software/Business/IthinkSoftware.aspx>.
12. Пакет для моделювання економічної динаміки Powersim [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.powersim.com>.
13. Пакети моделювання математичних та технічних систем MatLab і Simulink [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://matlab.ru>
14. Visual Basic for Application (VBA) [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.excel-easy.com/vba.html>
15. Фінансовий пакет FinancialToolbox [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://matlab.ru/products/financial-toolbox>
16. Програмні продукти Gran1, Gran-2D, Gran-3D [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://www.kto.npu.edu.ua/index.php/uk/zavantazhyty/category/1-gran1>.
17. Програмний пакет QSB [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://po-teme.com.ua/informatika/lektsii-po-linejnomu-programirovaniyu/668-paket-prikladnyh-programm-qsб.html>.
18. Програмний пакет Network Optimization [Електрон. ресурс]: Режим доступу: <http://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-082j-network-optimization-fall-2010/>