Моделювання робочих процесів машин

УДК 69.002.5+625.7.08

Ю.В. Човнюк, к.т.н., проф. (Міжнародна кадрова академія);
М.Г. Діктерук, к.т.н., доцент (КНУБА)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ, РАСЧЕТА И АНАЛИЗА РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ КАНАТНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПОДЪЕМА ГРУЗОВ

АНОТАЦІЯ. Реалізовано метод еквівалентних схем для динамічної оптимізації, розрахунку та аналізу режимів (а також параметрів руху), натягу канатів у підйомних механізмах кранів.
Ключові слова: еквівалентні схеми, динамічна оптимізація, режими руху, канатні механізми, підйом вантажів.

АННОТАЦИЯ. Реализован метод эквивалентных схем для динамической оптимизации, расчета и анализа режимов (а также параметров движения), натяжения канатов в подъемных механизмах кранов.
Ключевые слова: эквивалентные схемы, динамическая оптимизация, режимы движения, канатные механизмы, подъем груза.

SUMMARY. The method of equivalent charts for dynamic optimization, calculation and analysis of the modes (and also parameters of motion) is realized, pulls of ropes in lifting crane's mechanisms.
Keywords: equivalent charts, dynamic optimization, motion regimes, rope's mechanisms, load lifting.

Постановка проблемы

Известно [1 – 6], что существует три «классических» схемы канатного механизма подъема груза, соответствующие различным условиям подъема и различным жесткостям грузового каната.

Схемы на рис. 1, *а* и рис. 1, *б* соответствуют подъему груза «с веса», когда груз в момент, предшествующий началу движения (т.е. при $t=0$), висит на канате. Но в первом случае жесткость каната достаточно велика и его можно считать абсолютно жестким; во втором – жесткость каната меньше и он является упругой связью. На рис. 1, *б* изображена схема, соответствующая подъему груза «с подхватом», когда в начальный момент времени груз лежит на каком-либо основании (земле) и грузовой канат ослаблен; на эквивалентной схеме (справа) слабина каната имитируется соответствующим зазором Δ в упругой связи.

Анализ движения груза в соответствии с эквивалентными схемами для расчета его параметров и натяжения в канате подъемного механизма при подъеме груза, на взгляд авторов данной работы, проведен в недостаточной мере, в частности, с точки зрения оптимизации динамики процесса.

Целью настоящей работы является установление основных законов движения груза во всех трех «классических» схемах его подъема канатными механизмами кранов и оптимизация (с точки зрения минимизации усилий натяжения самих канатов) режимов этого движения, позволяющая повысить существенным образом надежность эксплуатации и долговечность подобных систем.

Изложение основного материала

1. <u>Расчет параметров движения/натяжения в канате подъемного механизма при подъеме груза, его динамическая оптимизация для случая подъема груза «с веса» абсолютно жестким канатом.</u>

Рассмотрим первый из указанных случаев. Применяя принцип Даламбера, составим по схеме, изображенной на рис. 1, *а*, уравнения динамики системы:

$$\begin{cases} m_1\ddot{s}=P_{\text{изб.}}+Q; \quad \dot{s}\equiv\dfrac{ds}{dt}; \;\; \ddot{s}\equiv\dfrac{d^2s}{dt^2}; \\ m_2\ddot{s}=-Q, \end{cases} \tag{1}$$

где m_1 и m_2 – приведенные массы привода и груза соответственно; s – перемещение груза; t – время: Q – вес груза; $P_{\text{изб.}}$ – избыточное усилие привода; $P_p(t)$ – усилие самого привода.

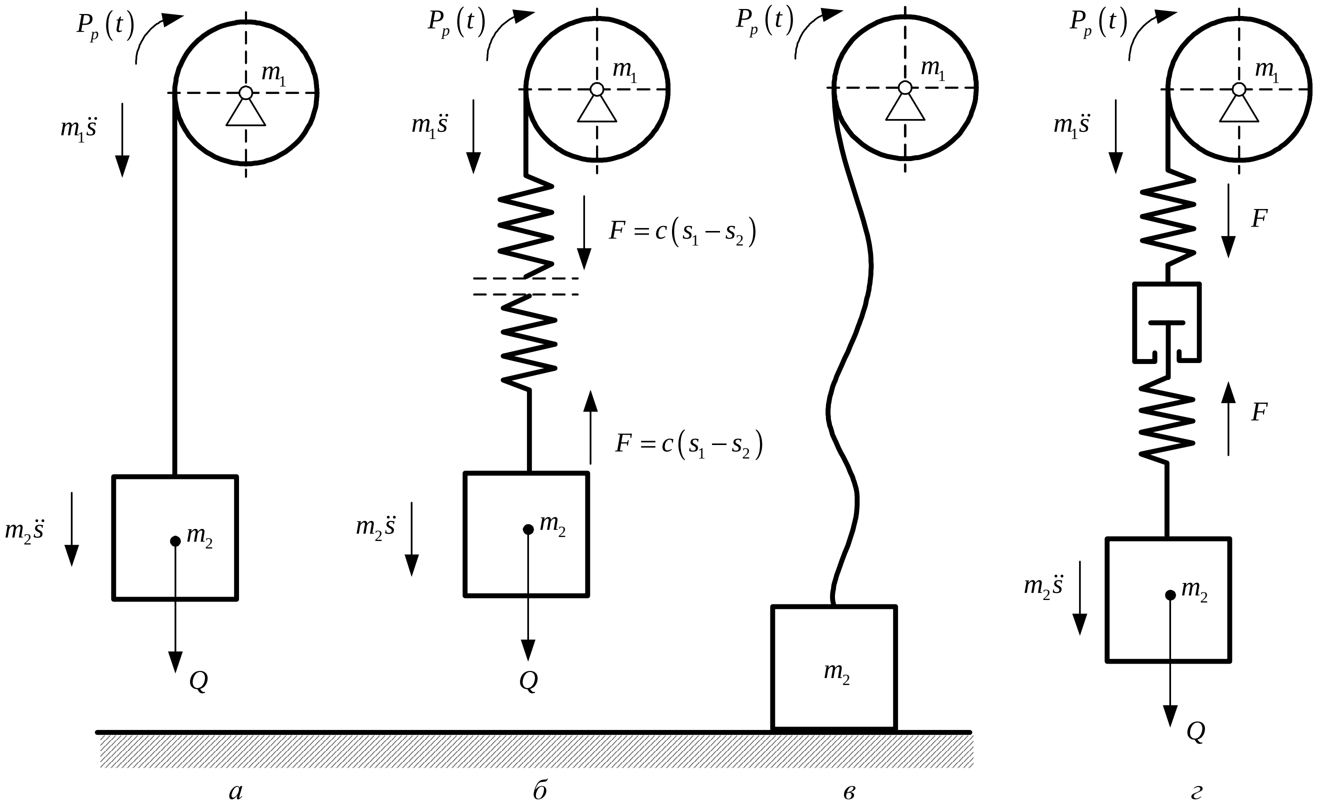

Рис. 1 Эквивалентные схемы для расчета параметров движения и натяжения в канате подъемного механизма при подъеме груза:
а – «с веса» абсолютно жестким канатом; *б* – «с веса» упругим канатом; *в, г* – «с подхватом»

После преобразования (1) получим

$$(m_1+m_2)\ddot{s}=P_{\text{изб.}}, \tag{2}$$

отсюда

$$\ddot{s}=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}=j. \tag{3}$$

По формуле (3) определяется ускорение системы (подъема груза).

Интегрируя выражение (3), найдем скорость подъема груза:

$$\dot{s}=\int\ddot{s}dt=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}\int dt=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}t+C_1, \tag{4}$$

где $C_1=\text{const}$ определяется из начальных условий. В (4) предполагается, что P_p не является функцией t.

Из начальных условий определяем постоянную интегрирования C_1:

при $t=0$, $\dot{s}=V=0$, тогда C_1=0 и

$$V(t)=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}t=j\cdot t. \tag{5}$$

Интегрируя последнее уравнение, найдем закон изменения движения груза при подъеме:

$$s=\int\dot{s}dt=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}\int tdt=\frac{P_{\text{изб.}}}{m_1+m_2}\cdot\frac{t^2}{2}+C_2. \tag{6}$$

Так как при $t=0$, найдем C_2=0. Тогда:

$$S(t)=\frac{P_{\text{изб.}}t^2}{2(m_1+m_2)}=\frac{jt^2}{2}. \tag{7}$$

Следовательно, при принятых условиях подъема груза его движение подчиняется законам равномерно-переменного движения.

Умножив ускорение груза на его массу и сложив полученную величину со статическим сопротивлением Q, найдем динамическое усилие F, действующее на канат при подъеме груза, которое выражается как:

$$F = \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{\left(m_1 + m_2\right)} + Q. \tag{8}$$

Учитывая (3), выражение (8) можно представить в виде

$$F = m_2 \ddot{s} + Q. \tag{9}$$

Рассмотрим закон движения $s(t)$, при котором выполняется критерий минимума квадрата $(F - Q)$ в процессе подъема груза, а именно

$$\int_0^{t_p} \left(F - Q\right)^2 dt \Rightarrow \min, \tag{10}$$

где t_p – время подъема груза, по истечении которого скорость подъема груза стабилизируется и становится равной V_0. Очевидно F при этом тоже будет минимальной. Используя известное уравнение Эйлера-Пуассона и соотношение (9), критерий (10) можно удовлетворить при выполнении следующего соотношения для $S(t)$:

$$S^{(IV)} = 0. \tag{11}$$

Начальные условия, которые позволяют определить константы $C_i,\ i = \overline{(1,4)}$, входящие в общую запись решения (11)

$$S(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3, \tag{12}$$

имеют вид:

$$\begin{gathered} S\big|_{t=0} = 0;\ \dot{S}(t)\big|_{t=0} = 0; \\ \dot{S}(t)\big|_{t=t_p} = V_0;\ \ddot{S}(t)\big|_{t=t_p} = 0. \end{gathered} \tag{13}$$

Можно легко получить из (12), с учетом (13), что $C_1 = C_2 = 0$, а константы C_3, C_4 удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} 2C_3 t_p + 3C_4 t_p^2 = V_0; \\ 2C_3 + 6C_4 t_p = 0. \end{cases} \tag{14}$$

Решая эту систему по правилу Крамера, получим

$$C_3 = \frac{V_0}{t_p};\ C_4 = -\frac{V_0}{3t_p^2}. \tag{15}$$

Таким образом, закон движения (12) в случае (15) будет

$$S(t) = \frac{V_0}{t_p} t^2 - \frac{V_0}{3t_p^2} t^3. \tag{16}$$

При этом динамическое усилие, действующее на канат при подъеме груза, приобретает величину:

$$F = m_2 \ddot{S} + Q = m_2 \left\{ \frac{2V_0}{t_p} - \frac{2V_0 t}{t_p^2} \right\} + Q. \tag{17}$$

При этом $F_{\max}$ приобретает в момент $t = 0$, а $F_{\min}$ – в момент $t = t_p$:

$$F_{\max} = m_2 \frac{2V_0}{t_p} + Q;\ F_{\min} = Q. \tag{18}$$

<u>2. Расчет параметров движения/натяжения в канате подъемного механизма при подъеме груза, его динамическая оптимизация для случая подъема груза «с веса» упругим канатом.</u> При учете упругости каната (рис. 1, *б*) движение механической системы описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{s}_1 + C\left(S_1 - S_2\right) = P_{\text{изб.}} + Q; \\ m_2 \ddot{s}_2 - C\left(S_1 - S_2\right) = -Q, \end{cases} \tag{19}$$

где S_1 и S_2 – независимые перемещения приведенной массы механизма m_1 и груза m_2; C – приведенная жесткость каната; $P_{\text{изб.}}$ – избыточное усилие привода.

Умножим первое уравнение системы на m_2, а второе на m_1 и из первого вычтем второе. Получим

$$\begin{gathered} m_1 m_2 \left(\ddot{S}_1 - \ddot{S}_2\right) + C\left(m_1 + m_2\right)\left(S_1 - S_2\right) = \\ + m_2 P_{\text{изб.}} + \left(m_1 + m_2\right) Q. \end{gathered} \tag{20}$$

Введя новую переменную $S = S_1 - S_2$ (и соответственно: $\ddot{S}_1 - \ddot{S}_2 = \ddot{S}$), найдем

$$\ddot{S} + k^2 S = \frac{P_{\text{изб.}}}{m_1} + \frac{\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 m_2} Q, \tag{21}$$

где $k = \sqrt{\dfrac{C\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 m_2}}$.

Решение уравнения (21) без правой части определяется выражением

$$\overline{S}_0 = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt. \tag{22}$$

Частное решение находим в виде:

$$\overline{S}_0 = A. \tag{23}$$

Подставляя это значение A и его второй производной в исходное дифференциальное уравнение, получаем:

$$Ak^2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{m_1} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} Q\ , \tag{24}$$

откуда

$$A = \frac{P_{\text{изб.}}}{m_1 k^2} + \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 k^2} Q = \\ = \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} + \frac{Q}{C}. \tag{25}$$

Общее решение уравнения (21), равное сумме однородного и частного решений, имеет вид:

$$S = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} + \frac{Q}{C}. \tag{26}$$

Тогда:

$$\dot{S} = C_1 k \cos kt - C_2 k \sin kt\ . \tag{27}$$

Из уравнений (26) и (27), задаваясь начальными условиями, получим неизвестные постоянные C_1 и C_2. Так как при $t = 0$ $s = \frac{Q}{C}$ (отношением $\frac{Q}{C}$ определяется статическая деформация каната под действием массы подвешенного груза), $\dot{s} = 0$, получаем:

$$\frac{Q}{C} = C_2 + \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} + \frac{Q}{C};\ 0 = C_1 k\ , \tag{28}$$

откуда находим:

$$C_1 = 0; C_2 = -\frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)}\ . \tag{29}$$

Общее решение уравнения (21) получим в виде:

$$S = \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} (1 - \cos kt) + \frac{Q}{C}\ . \tag{30}$$

Сила упругости или динамическое усилие, действующее на канат, равно произведению деформации S на жесткость каната:

$$F = \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} (1 - \cos kt) + Q\ . \tag{31}$$

Максимальное значение сила F имеет в момент времени, при котором $\cos kt = -1$, (т.е. при $kt = \pi$, откуда $t = \frac{\pi}{k}$):

$$F_{\max} = \frac{2P_{\text{изб.}}}{m_1 + m_2} + Q\ . \tag{32}$$

Если требуется определить параметры движения груза, можно воспользоваться известным теперь выражением для $F = C(S_1 - S_2)$ – уравнением (31) и подставить его во второе уравнение исходной системы:

$$m_2 \ddot{S}_2 - \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} (1 - \cos kt) - Q = -Q\ , \tag{33}$$

откуда:

$$\ddot{S}_2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} (1 - \cos kt)\ . \tag{34}$$

Для определения скорости перемещения груза проинтегрируем уравнение (34):

$$\dot{S}_2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \int dt - \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \int \cos kt dt = \\ = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \left(t - \frac{1}{k} \sin kt \right) + C_1\ . \tag{35}$$

При $t = 0$ $\dot{s}_2 = V = 0$ и $C_1 = 0$. Тогда:

$$V = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \left(t - \frac{1}{k} \sin kt \right). \tag{36}$$

Интегрируя уравнение (36), найдем закон изменения величины S_2 при подъеме груза:

$$S_2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \int t dt - \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2) k} \int \sin kt dt\ , \tag{37}$$

или

$$S_2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \cdot \frac{t^2}{2} + \\ + \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2) k^2} \cos kt + C_2\ . \tag{38}$$

При $t = 0$ $S_2 = 0$ и $C_2 = -\frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2) k^2}$.

Тогда:

$$S_2 = \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)} \cdot \frac{t^2}{2} - \\ - \frac{P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2) k^2} (1 - \cos kt). \tag{39}$$

Сравнивая параметры движения в период пуска привода для системы, в которой жесткость каната не учитывается, с параметрами аналогичной системы, у которой канат рассматривается как упругое звено, нетрудно видеть, что законы движения груза в обоих случаях оказываются различными. Неодинаковыми будут и динамические усилия, действующие на канат при трогании груза с места (формулы (8) и (31) или (32)).

Закон движения $S(t)$, при котором выполняется критерий (10), остается прежним, а именно (16).

При этом динамическое усилие, действующее на канат при подъеме груза, приобретает величину:

$$F = \frac{CP_{\text{изб.}}}{m_1 k^2} + Q - \frac{C\ddot{S}}{k^2} = \frac{CP_{\text{изб.}}}{m_1 k^2} + Q - \frac{C}{k^2}\left[\frac{2V_0}{t_p} - \frac{2V_0 t}{t_p^2}\right]. \tag{40}$$

При этом $F_{\max}$ приобретает в момент $t = t_p$, а $F_{\min}$ – в момент $t = 0$:

$$F_{\min} = \frac{CP_{\text{изб.}}}{m_1 k^2} + Q - \frac{2V_0 C}{k^2 t_p} = P_{\text{изб.}}\frac{m_2}{m_1 + m_2} + Q - \frac{2V_0}{t_p}\cdot\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \tag{41}$$

$$F_{\max} = \frac{CP_{\text{изб.}}}{m_1 k^2} + Q = P_{\text{изб.}}\frac{m_2}{m_1 + m_2} + Q. \tag{42}$$

Введем понятие коэффициента перегрузки каната в процессе подъема груза за время t_p:

$$k_{\text{перегрузки}} = \frac{F_{\max}}{F_{\min}}. \tag{43}$$

Тогда для первого случая имеем:

$$k^{(1)}_{\text{перегрузки}} = \frac{F^{(1)}_{\max}}{F^{(1)}_{\min}} - 1 + \frac{m_2 2V_0}{Qt_p}, \tag{44}$$

а для второго:

$$k^{(2)}_{\text{перегрузки}} = \frac{P_{\text{изб.}}\dfrac{m_2}{m_1 + m_2} + Q}{P_{\text{изб.}}\dfrac{m_2}{m_1 + m_2} + Q - \dfrac{2V_0}{t_p}\cdot\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}. \tag{45}$$

3. Расчет параметров движения/натяжения в канате подъемного механизма при подъеме груза, его динамическая оптимизация для случая подъема груза «с подхватом» упругим канатом.

Уравнения динамики, описывающие движение при подъеме груза «с подхватом» ничем не отличаются от полученных выше, в чем легко убедиться, сопоставив обе расчетные схемы (см. рис. 1). Выражения, определяющие в общем виде решение исходных уравнений для $S(t)$ и $\dot{S}(t)$, а также другие найденные соотношения для системы, изображенной на рис. 1, *б*, будут такими же, как и для системы, изображенной на рис. 1, *в*. Однако в обоих случаях начальные условия движения разные. Если при подъеме груза «с веса» канат перед началом движения уже имеет деформацию растяжения от статической нагрузки, а скорость системы равна при этом нулю, то при подъеме груза «с подхватом» в начальный момент деформация каната равна нулю (так как вес груза воспринимается основанием), но приведенная масса привода в процессе выбора слабины каната имеет скорость, равную или близкую к номинальной. Таким образом, для систем, изображенных на рис.1, *в*, *г* начальными условиями будут следующие: $t = 0\ s = 0,\ \dot{s} = V$. Подставив их в выражения для $S(t)$ и $\dot{S}(t)$, получим:

$$\begin{cases} 0 = C_2 + \dfrac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} + \dfrac{Q}{C}; \\ V = C_1 k, \end{cases} \tag{46}$$

откуда

$$C_1 = \frac{V}{k};\ C_2 = -\frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)} - \frac{Q}{C}. \tag{47}$$

Заменяя C_1 и C_2 в общем решении их значениями, находим:

$$S = \frac{V}{k}\sin kt + \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{C(m_1 + m_2)}(1 - \cos kt) + \frac{Q}{C}(1 - \cos kt). \tag{48}$$

Умножим обе части (48) уравнения на жесткость каната C, тогда получим действующее на него динамическое усилие:

$$F = \frac{CV}{k}\sin kt + \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{(m_1 + m_2)}(1 - \cos kt) + Q(1 - \cos kt). \tag{49}$$

Максимальное значение эта сила имеет в момент времени $t = \frac{\pi}{2k}$, когда $\sin kt = 1$, $\cos kt = 0$:

$$F_{\max} = \frac{CV}{k} + \frac{m_2 P_{\text{изб.}}}{m_1 + m_2} + Q. \tag{50}$$

Минимальное значение сила F (49) приобретает в момент времени $t=0$, т.е. $F_{\min}=0$. Очевидно, что для этого случая $k^{(3)}_{\text{перегрузки}} \to \infty$.

Виводы

1. Анализ режимов работы подъема грузов, параметров их движения в период пуска привода (когда канат рассматривается как упругое звено) показывает, что законы движения груза в обоих случаях (подъем «с веса» или подъем «с подхватом») различны. Неодинаковыми будут и динамические усилия, действующие на канат при трогании груза с места, коэффициенты перегрузки каната $k^{(i)}_{\text{перегрузки}}$, $i=\overline{(1,3)}$. (Подъем «с веса» рассматривается дважды для абсолютно жесткого каната и для упругого каната).
2. Для одной и той же системы усилия, действующие при переходных процессах, зависят и от условий ее движения. Если, например, при подъеме груза «с веса» динамическое усилие в канате не зависит от жесткости каната и скорости его подъема, то при подъеме «с подхватом» скорость движения и жесткость каната оказывают большое влияние на динамическое усилие.
3. Формулы (49) и (50) можно применять для расчета достаточно широкого класса механических систем, работа которых сопровождается ударами (например, взаимодействие рабочего органа машины с неподвижными препятствием, гидравлический удар и т.п.).
4. Полученные аналитические зависимости для динамических усилий в канатах при различных режимах подъема грузов могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчета грузоподъемных кранов и их канатных систем.

Литература

1. *Баловнев В.И.* Методы физического моделирования рабочих процессов дорожно-строительных машин. –М.: Машиностроение, 1974. –232 с.
2. *Комаров М.С.* Динамика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.
3. *Вайнсон А.А.* Строительные краны. – М.: Машиностроение, 1969. – 488 с.
4. *Домбровский Н.Г., Картвелишвили Ю.Л., Гальперин М.И.* Строительные машины. – М.:, Машиностроение, 1976. – 391 с.
5. *Строительные* машины. Справочник /В.А.Бауман, И.А. Васильев, В.А. Васильченко и др.; Под ред. В.А. Баумана. – М.: Машиностроение, – 1976. – Т.1. – 502 с.
6. *Теория,* конструирование и расчет строительных и дорожных машин/ Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Заленский; Под ред. Л.А. Гобермана . М.: Машиностроение, 1979. – 407 с.
7. *Ловейкін В.С.* Оптимізація режимів руху машин і механізмів // Машинознавство. – 1999. – №7 (25). – С.24-31.

Рецензент: В.С. Ловейкін, д-р т.н., проф. (КНУБА)

Отримано: 11.03.2010р.