

# Моделювання робочих процесів машин

УДК 621. 647.4

*В.С. Ловейкін, д.т.н., проф. (НУБПУ, Київ);  
Д.О. Міщук, асистент (КНУБА, Київ)*

## **ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ПУСКУ ВИСУВНОЇ РУКОЯТІ КРАНА–МАНІПУЛЯТОРА ПІД ЧАС ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖУ З УРАХУВАННЯМ ЙОГО КОЛИВАНЬ**

*АНОТАЦІЯ. Приведено спосіб усунення коливань вантажу на етапі пуску висувної рукояті крана-маніпулятора при шарнірному кріпленні вантажу на жорсткому підвісі. Оптимізація проводиться за допомогою варіаційного числення.*

*Ключові слова: маніпулятор, оптимізація, плавність руху.*

*АННОТАЦИЯ. Приведен способ устранения колебаний груза на этапе пуска выдвигной рукоятки крана-манипулятора при шарнирном креплении груза на жестком подвесе. Оптимизация проводится с помощью вариационного исчисления.*

*Ключевые слова: манипулятор, оптимизация, плавность движения.*

*SUMMARY. The provides a method of eliminating vibrations of the goods at the stage of starting the crane with articulated suspension of cargo on a hard link. Optimization carried out with the help of calculus of variations*

*Key words: manipulator, optimization, smoothness of motion.*

### **Постановка проблеми**

Крани-маніпулятори з гідроприводом на транспортних засобах отримали досить широкого застосування в лісопромисловому комплексі та сучасному будівництві. Застосування кранів-маніпуляторів дозволяє скоротити час простою автотранспорту та кількість автотранспортних засобів; значно скоротити, під час вантажних робіт, використання стрілових самохідних кранів; підвищити чіткість та ритмічність доставки вантажів.

При роботі кранів-маніпуляторів, за процес зміни вильоту, в їх стріловій системі виникають складні коливальні процеси, які є наслідком зміни навантажень та перерозподілу енергії під час пуску та гальмування [1, 2]. Це викликає нерівномірний рух вантажозахоплювального пристрою, виникають додаткові навантаження на силові елементи та систему приводу, створюються незручності при експлуатації.

Отже постає задача створення режимів руху крана-маніпулятора під час зміни вильоту вантажу, які будуть виключати його коливання.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Проблему усунення коливань вантажу в кранах розглядалося у роботах [3, 4], проте розв'язок даної проблеми для кранів-маніпуляторів з гідроприводом у повному обсязі не було розглянуто. Слід відмітити дослідження даної проблеми, які ґрунтуються на використанні математичних теорій оптимальних процесів [5, 6], проте такі дослідження більше проводилися для кранів із гнучким підвісом вантажу. Для систем, де підвіс вантажу є жорстке тіло, такої задачі розв'язано не було.

Один із аспектів вирішення проблеми усунення коливань в маніпуляторах із гідроприводом покладено на гідроакумуючі пристрої системи гідроприводу, які за рахунок своїх параметрів виконують роль гасителів коливань. Проте такі пристрої є недосконалими та повністю не усувають коливань, так як для них не розроблено методики розрахунку режимів руху стрілової системи маніпулятора за яких будуть відсутні коливання.

Відмітимо також те, що сучасні способи усунення коливань вантажу пропонується реалізовувати за допомогою певної керуючої дії на об'єкт керування під час переход-

них режимів його руху (розгін, гальмування).

Плавність зміни кінематичних та динамічних характеристик стріли крана-маніпулятора з вантажем із одночасним демпфіруванням коливань вантажу можна отримати за допомогою використання теорії варіаційного числення [7].

**Метою даного дослідження** є оптимізація руху висувної рукояті крана – маніпулятора з вантажем в процесі горизонтального руху під час перехідних режимів; усунення коливань вантажу закріпленого на жорсткому підвісі в кінці перехідного режиму руху.

### Виклад основного матеріалу

Розглянемо динамічну модель крана-маніпулятора (рис.1), що складається зі стійки 1, підйомної стріли 2, рукояті 3, висувної балки 4, вантажозахоплювального пристрою 5 та привідних гідроциліндрів 6, 7, 8.

Проведемо дослідження процесу зміни вильоту вантажу за рахунок горизонтального переміщення висувної балки 4. Стріла 2 та рукоять 3 при зміні вильоту, в цьому випадку, залишатимуться нерухомими. При-

ймемо також наступні припущення: підвищений захоплюючий пристрій з вантажем подібний до вільно висячого фізичного маятника; припускаємо, що поперечні коливання вантажу порівняно з повздовжніми коливаннями незначні, тому їх дію не враховуємо.

За узагальнюючі координати наведеної динамічної моделі крана-маніпулятора приймаємо координати висувної балки  $x_1$  і вантажу  $x$ .

Кінетична енергія системи, що розглядається має вигляд:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad (1)$$

де  $m_1$  – зведена маса висувної рукояті крана-маніпулятора;  $m$  – зведена маса вантажу, вантажозахоплювального пристрою та підвісу;  $J$  – зведений в точку закріплення момент інерції вантажу, вантажозахватного пристрою та підвісу.

Рівняння руху наведеної системи під час горизонтального переміщення вантажу визначатимуться з рівняння Лагранжа 2-го роду й матимуть наступний вигляд:

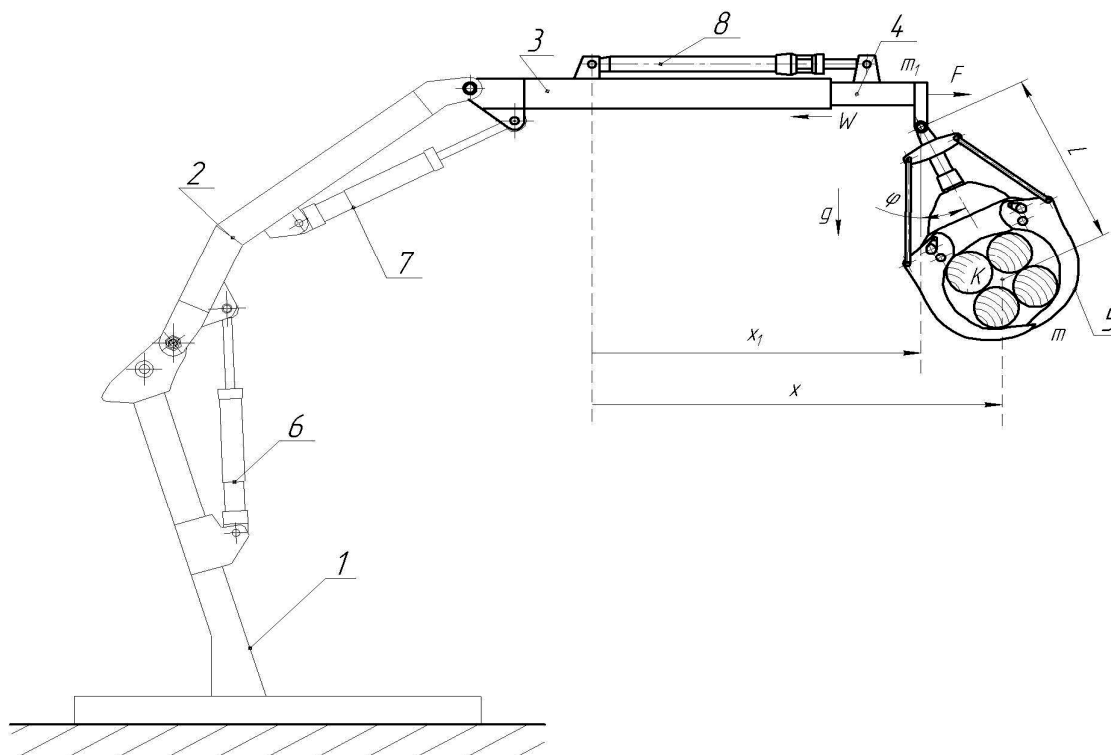


Рис. 1. Динамічна модель зміни вильоту вантажу крана-маніпулятора при горизонтальному переміщенні висувної балки

$$\begin{cases} (m_1 + \frac{J}{l^2}) \cdot \ddot{x}_1 - \frac{J}{l^2} \cdot \ddot{x} = F - W \operatorname{sign} \dot{x}_1 + mg \frac{x-x_1}{l}; \\ (m + \frac{J}{l^2}) \cdot \ddot{x} - \frac{J}{l^2} \cdot \ddot{x}_1 = -mg \frac{x-x_1}{l}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $x$  – координата центра мас вантажу під час руху;  $x_1$  – координата переміщення приведеної маси висувної балки крана-маніпулятора;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $l$  – відстань від точки кріплення вантажозахоплювального пристрою до центра ваги вантажу, вантажозахоплювального пристрою та підвісу;  $F$  – привідне зусилля в гідроциліндрі, що діє на висувну балку;  $W$  – сила опору переміщення, що діє на висувну балку.

Із рівняння (2) визначимо відхилення вантажу, яке виникає під час руху:

$$x_1 - x = \frac{l}{mg} \left( (m_2 + \frac{J}{l^2}) \ddot{x} - \frac{J}{l^2} \ddot{x}_1 \right). \quad (3)$$

Для дослідження мінімізації відхилення вантажу запишемо критерій руху у вигляді функціонала, який необхідно мінімізувати, наступним чином:

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} (x_1 - x)^2 \quad (4)$$

або

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} \left[ \frac{l}{mg} \left( (m_2 + \frac{J}{l^2}) \ddot{x} - \frac{J}{l^2} \ddot{x}_1 \right) \right]^2 dt \rightarrow \min. \quad (5)$$

Необхідно також задати крайові умови руху висувної рукояті з вантажем, які для режиму пуску будуть наступними:

$$\begin{cases} t = 0; x_1 = 0, \dot{x}_1 = 0, x = 0, \dot{x} = 0; \\ t = t_1; \dot{x}_1 = V, \ddot{x}_1 = 0, \dot{x} = V, \ddot{x} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Умовою мінімуму функціонала (5) є система рівнянь Ейлера-Пуассона [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial \ddot{x}} = 0; \\ \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial x_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial \dot{x}_1} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial(x_1-x)^2}{\partial \ddot{x}_1} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Після перетворень та спрощення система (7) переписється таким чином:

$$(m + \frac{J}{l^2}) x^{IV} - \frac{J}{l^2} x_1^{IV} = 0 \quad (8)$$

або

$$x_1^{IV} = \frac{l^2}{J} (m + \frac{J}{l^2}) x^{IV}. \quad (9)$$

Взявши інтеграл лівої та правої частин рівняння (9) та визначивши сталі інтегрування за даних крайових умов (6), отримаємо залежність зміни переміщення висувної рукояті в залежності від переміщення вантажу:

$$x_1 = (1 + \frac{ml^2}{J}) \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^2} \cdot t^3 - \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1} \cdot t^2. \quad (10)$$

Прискорення висувної рукояті маніпулятора залежно від прискорення вантажу буде:

$$\ddot{x}_1 = (1 + \frac{ml^2}{J}) \cdot \ddot{x} + 2 \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^2} \cdot t - 2 \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1}. \quad (11)$$

Підставивши в рівняння руху (2) залежності (10) та (11) після спрощень, отримаємо закон зміни вильоту вантажу, що задовольнятиме мінімум функціонала (5),

$$x = \frac{V}{3t_1^2} \cdot t^3 - \frac{V}{t_1} \cdot t^2 + \frac{2VJ}{mgl t_1^2} \cdot t - \frac{2VJ}{mgl t_1}. \quad (12)$$

Для заданих параметрів динамічної моделі ( $J = 900 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $m = 1000 \text{ кг}$ ,  $m_1 = 500 \text{ кг}$ ,  $l = 0.9 \text{ м}$ ) на ділянці пуску системи ( $t_1 = 3 \text{ с}$ ,  $V = 0.4 \text{ м/с}$ ) характеристики зміни переміщення та швидкості динамічної моделі маніпулятора, що розглядається з вантажем, які забезпечуватимуть критерій (5) зображені на рис.2 та рис.3.

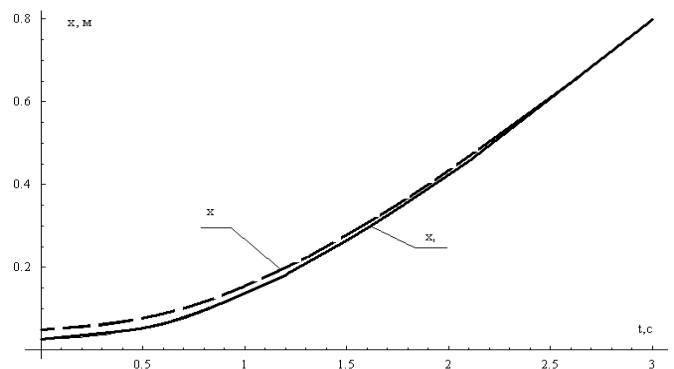


Рис.2. Залежність зміни переміщення висувної рукояті маніпулятора та вантажу

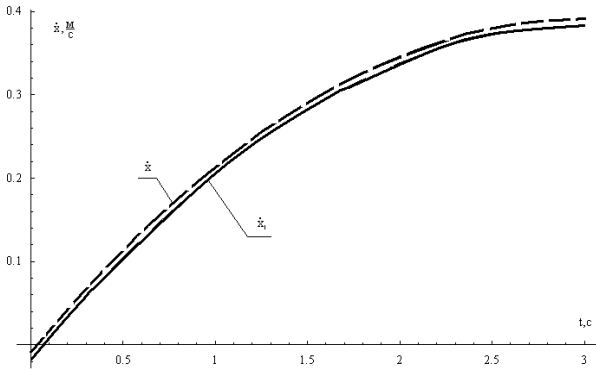


Рис.3. Залежність зміни швидкості висувної рукояті маніпулятора та вантажу

Реалізація отриманого режиму руху не можлива, що видно з графіка на рис.2. Відсутність збігу координат вантажу та привідної ланки на початку руху та їх початкові значення не дають можливості здійснити рух системи.

Розглянемо критерій, який виражається функціоналом з підінтегральною функцією у вигляді похідної від відхилення вантажу:

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} (x_1 - x)^2 dt \quad (13)$$

або

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} \left[ \frac{l}{mg} \left( \left( m_2 + \frac{J}{l^2} \right) \ddot{x} - \frac{J}{l^2} \ddot{x}_1 \right) \right]^2 dt \rightarrow \min, \quad (14)$$

за крайових умов руху висувної рукояті з вантажем:

$$\begin{cases} t=0; x_1=0, \dot{x}_1=0, \ddot{x}_1=0, x=0, \dot{x}=0, \ddot{x}=0; \\ t=t_1; \dot{x}_1=V, \ddot{x}_1=0, \ddot{x}_1=0, \dot{x}=V, \ddot{x}=0, \ddot{x}=0. \end{cases} \quad (15)$$

Умовою мінімуму функціоналу (14) є система рівнянь Ейлера-Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}} = 0; \\ \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial x_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \dot{x}_1} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}_1} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial(x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}_1} = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Після перетворень та спрощення система (16) визначиться наступним чином:

$$\left( m + \frac{J}{l^2} \right) x^{VI} - \frac{J}{l^2} x_1^{VI} = 0 \quad (17)$$

або

$$x_1^{VI} = \frac{l^2}{J} \left( m + \frac{J}{l^2} \right) x^{VI}. \quad (18)$$

Розв'язок рівняння (18) за крайових умов (15) буде мати наступний вигляд:

$$x_1 = \left( 1 + \frac{ml^2}{J} \right) \cdot x - \frac{3}{5} \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^4} \cdot t^5 + \frac{2ml^2 V}{J \cdot t_1^3} \cdot t^4 - \frac{2ml^2 V}{J \cdot t_1^2} \cdot t^3. \quad (19)$$

Прискорення висувної рукояті маніпулятора при горизонтальному переміщенні за визначеного закону руху вантажу буде мати наступну залежність

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 = & \left( 1 + \frac{ml^2}{J} \right) \cdot \ddot{x} - 12 \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^4} \cdot t^3 + \\ & + \frac{24 ml^2 V}{J \cdot t_1^3} \cdot t^2 - \frac{12 ml^2 V}{J \cdot t_1^2} \cdot t. \end{aligned} \quad (20)$$

Графічне зображення зміни переміщення та швидкості динамічної моделі маніпулятора, що розглядається з вантажем, які забезпечуватимуть критерій (13), зображені на рис.4 та рис.5.

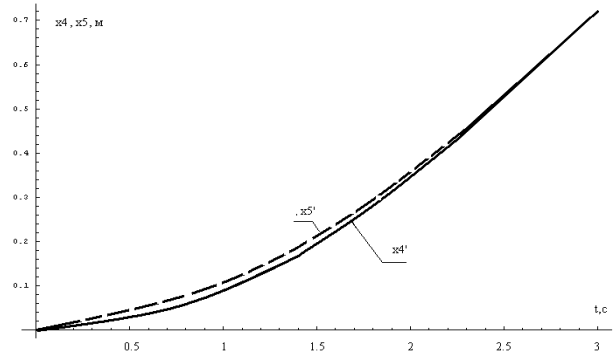


Рис.4. Залежність зміни переміщення висувної рукояті маніпулятора та вантажу

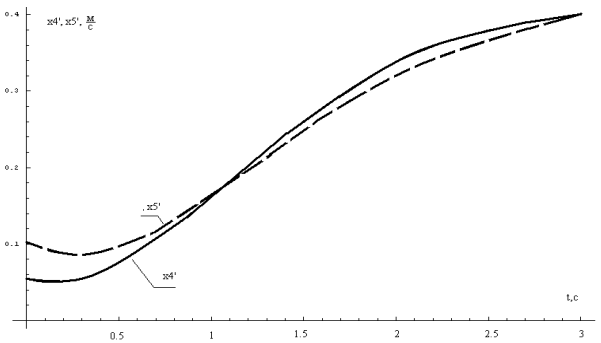


Рис.5. Залежність зміни швидкості висувної рукояті маніпулятора та вантажу

З аналізу за наведеними графіками (рис.4 та рис.5) отриманого закону руху (19) вису-

вної рукояті та вантажу при їх горизонтальному переміщенні, маємо, в початковий момент руху, відхилення швидкостей вантажу та рухомої ланки маніпулятора на фіксовану величину, що свідчить про неможливість реалізації даного режиму руху.

Дослідимо критерій оцінки руху, що виражається функціоналом з підінтегральною функцією у вигляді другої похідною від відхилення вантажу,

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} (x_1 - x)^2 dt \quad (21)$$

або

$$I_{\Delta x} = \int_0^{t_1} \left[ \frac{l}{mg} \left( \left( m_2 + \frac{J}{l^2} \right)^{IV} x - \frac{J}{l^2} x_1^{IV} \right) \right]^2 dt \rightarrow \min, \quad (22)$$

за крайових умов руху висувної рукояті з вантажем:

$$\begin{cases} t=0; x_1=0, \dot{x}_1=0, \ddot{x}_1=0, x=0, \\ \dot{x}=0, \ddot{x}=0, \ddot{\ddot{x}}=0; \\ t=t_1; \dot{x}_1=V, \ddot{x}_1=0, \ddot{\ddot{x}}_1=0, \dot{x}=V, \\ \ddot{\ddot{x}}=0, \ddot{\ddot{\ddot{x}}}=0, x=0. \end{cases} \quad (23)$$

Умовою мінімуму функціоналу (14) буде система рівнянь Ейлера-Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \ddot{\ddot{x}}} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial x^{IV}} = 0; \\ \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial x_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \dot{x}_1} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \ddot{x}_1} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial \ddot{\ddot{x}}_1} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial (x_1 - x)^2}{\partial x_1^{IV}} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Виконавши перетворення та спрощення системи (24) отримаємо

$$\left( m + \frac{J}{l^2} \right) x^{VIII} - \frac{J}{l^2} x_1^{VIII} = 0 \quad (25)$$

або

$$x_1^{VIII} = \frac{l^2}{J} \left( m + \frac{J}{l^2} \right) x^{VIII}. \quad (26)$$

Розв'язок рівняння (26) за крайових умов (23) матиме наступний вигляд

$$x_1 = \left( 1 + \frac{ml^2}{J} \right) \cdot x + \frac{10}{7} \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^6} \cdot t^7 - \frac{6ml^2 V}{J \cdot t_1^5} \cdot t^6 + \frac{9ml^2 V}{J \cdot t_1^4} \cdot t^5 - \frac{5ml^2 V}{J \cdot t_1^3} \cdot t^4. \quad (27)$$

Прискорення висувної рукояті маніпулятора при горизонтальному переміщенні за визначеного закону руху буде мати наступну залежність

$$\ddot{x}_1 = \left( 1 + \frac{ml^2}{J} \right) \cdot \ddot{x} + 60 \cdot \frac{ml^2 V}{J \cdot t_1^6} \cdot t^5 - \frac{180ml^2 V}{J \cdot t_1^5} \cdot t^4 + \frac{180ml^2 V}{J \cdot t_1^4} \cdot t^3 - \frac{60ml^2 V}{J \cdot t_1^3} \cdot t^2. \quad (28)$$

Графічне зображення зміни переміщення та швидкості динамічної моделі маніпулятора з вантажем, що розглядається, які забезпечуватимуть критерій (21), зображені на рис.6 та рис.7.

Приведені на рис.6 та рис.7 графіки руху вантажу та висувної рукояті маніпулятора, свідчать про можливість реалізації отриманого оптимального режиму переміщення вантажу з усуванням коливань вантажу після завершення циклу пуску системи.

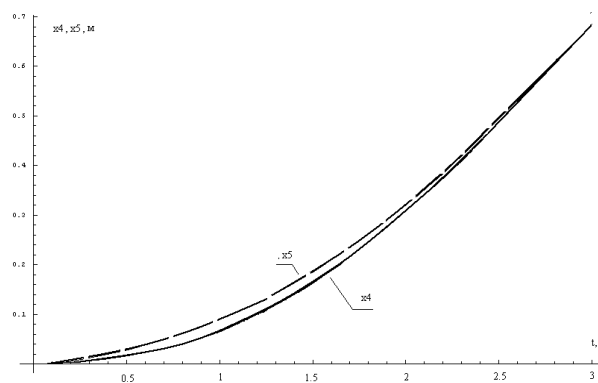


Рис.6. Залежність зміни переміщення висувної рукояті маніпулятора та вантажу

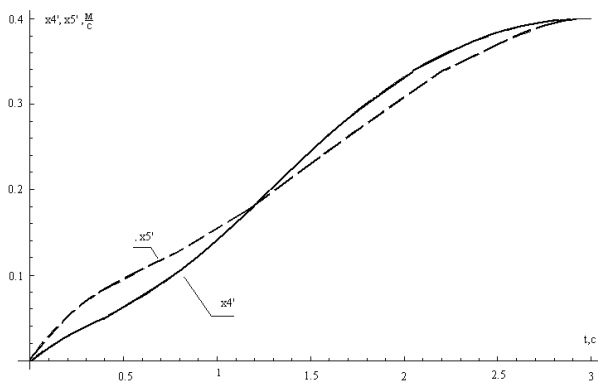


Рис.7. Залежність зміни швидкості висувної рукояті маніпулятора та вантажу

Для реалізації руху динамічної системи приведеної на рис.1 на етапі її пуску за режимом (27), визначимо привідне зусилля, яке необхідно створити привідним гідроциліндром маніпулятора. Із системи рівнянь руху (2) маємо:

$$F = m \cdot \ddot{x} + m_1 \cdot \ddot{x}_1, \quad (29)$$

де  $\ddot{x}$  та  $\ddot{x}_1$  - оптимізовані прискорення вантажу та висувної рукояті.

Закон зміни прискорення вантажу, що задовольнятиме мінімум функціонала (21), отримаємо з рівняння руху (2), підставивши в його залежності (27) та (28) та матиме наступний вид:

$$\ddot{x} = \frac{1}{7glm_1 t_1^6} (-8400Jt^3V - 420glm_1 t^5V + 15120Jt^2 t_1 V + 1260glm_1 t^4 t_1 V - 7560Jt \cdot t_1^2 V - 1260glm_1 t^3 t_1 V + 840Jt_1^3 V + 420glm_1 t^2 t_1^3 V).$$

На рис.8 зображено графічну залежність зміни привідного зусилля, яке повинен розвинути гідроциліндр приводу висувної рукояті маніпулятора.

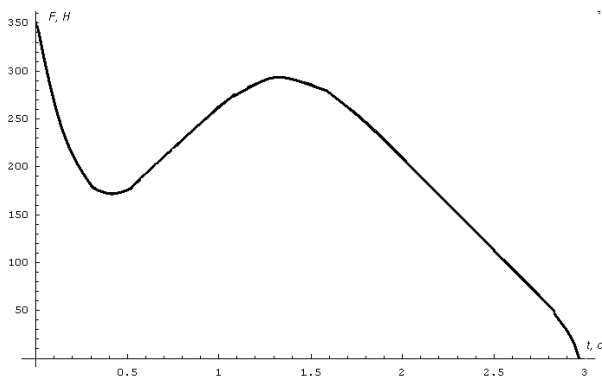


Рис.8. Зміна зусилля в привідному гідроциліндрі висувної рукояті маніпулятора

### Висновок

В роботі розглянуто методику розрахунку оптимального режиму пуску висувної рукояті маніпулятора разом із вантажем під час її горизонтального переміщення при шарнірному закріпленні вантажу на жорсткому підвісі. Визначено кінематичні характеристики руху системи та рушійна сила в

привідному механізмі за яких усувається коливання вантажу. Дану методику розрахунку треба використовувати при синтезі режимів роботи висувної рукояті маніпулятора під час її горизонтального переміщення для усунення коливання вантажу.

За результатами даного дослідження визначено, що коливання вантажу будуть усуватися якщо оптимізація режимів руху виконується за критерієм прискорення відхилення вантажу.

### Література

1. Бобринський А.Е., Степаненко Ю.А. Некоторые проблемы теории манипуляторов. В кн.: «Механика машин». М., «Наука». 1967, вып. 7 – 8, С. 4 – 23.
2. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. «Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация». – М.: Наука, 1989- 386 с.
3. Григоров О.В., Ловейкін В.С. Оптимальне керування рухом механізмів вантажопідійомних машин. Київ 1997. – 262с.
4. Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Пастушенко С.І. Моделювання динаміки механізмів вантажопідійомних машин. Київ-Миколаїв 2004. – 285с.
5. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. «Курс теоретической механики»: В 2-х т. Т.ІІ: Динамика. – М.: Наука. 1983. – 640с.
6. Моклячук М. П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Київ -. 2003. 380 с.
7. Перестюк М.О., Станжиський О.М., Капустян О.В., Ловейкін Ю.В. Варіаційне числення та методи оптимізації: Навч. посібник. – К., 2010. – 121 с.

Рецензент: І.І.Назаренко, д.т.н. проф. (КНУБА, Київ)

Отримано: 02.11.2010 р.