

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ МАСИВУ ҐРУНТУ

АНОТАЦІЯ. Проведено аналіз факторів, що впливають на процес розпушення ґрунту, на основі якого розраховані параметри оптимізації та план проведення інженерного експерименту. Розроблено математичну модель напружено-деформованого стану масиву ґрунту.

Ключові слова: в'язкопружний елемент, динамічний стан, пружне стиснення.

АННОТАЦИЯ. Проведен анализ факторов, которые влияют на процесс рыхления грунта, на основе которого рассчитаны параметры оптимизации и план проведения инженерного эксперимента. Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния массива грунта.

Ключевые слова: вязкоупругий элемент, динамическое состояние, упругое сжатие.

SUMMARY. The analysis of the factors is carried out which influence process of loosening of a ground. On the basis of this analysis the parameters of optimization and plan of realization of engineering experiment are designed. A mathematical model of the stress-strain state of the soil.

Key words: viscoelastic element, the dynamic state, the elastic compression

Вступ

Дослідження математичного моделювання процесу формування напружено-деформованого стану масиву ґрунту є актуальним на стадії розрахунку основних параметрів оптимізації на етапі проведення інженерного експерименту.

Мета статті – за результатами досліджень розробити математичну модель напружено-деформованого стану масиву ґрунту.

Виклад основного матеріалу

Після перших контактних взаємодій робочого органа з масивом ґрунту починаються деякі кінематичні переміщення його частинок. Виникають питання: як і чому відбуваються процеси зближення частинок ґрунту, яка глибина зміни напружено-деформованого стану. Аналіз робіт в області механіки ґрунтів довів, що строга математична модель зазначених досить складних процесів поки що відсутня.

Для первісних досліджень цих процесів була прийнята спрощена одномірна схематизація, відповідно до якої ґрунт був представлений у вигляді пошаровності твердих тіл, кожне з яких взаємодіє із сусіднім за допомогою пружних і фрикційних зв'язків (рис. 1).

В'язкопружний елемент, показаний на схемі у вигляді пружини, характеризується коефіцієнтом твердості c_i і коефіцієнтом дисипації енергії або коефіцієнтом важкого тертя b_i . Водночас фрикційні зв'язки, що показані у вигляді пластин, мають граничні сили зчеплення, що відповідають силам руйнування тендітних фракцій q_i .

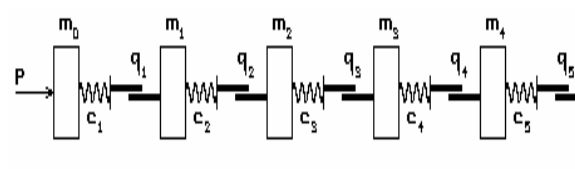


Рис. 1. Одномірна послідовність твердих тіл з пружно-фрикційними зв'язками

Відповідно до прийнятої схематизації взаємне зближення частинок ґрунту при зовнішньому силовому впливі можливо як за рахунок деформації в пружних зв'язках, так і за рахунок проковзування у фрикційних елементах.

Для побудови математичної моделі, адекватної обкресленої фізичної схематизації (рис. 1), розглянемо деякий її фрагмент і введемо відповідні позначення (рис.2). Тут x_{i-1} , x_i , x_{i+1} – абсолютні координати матеріальних точок відповідно m_{i-1} , m_i , m_{i+1} в деякій інерційній одномірній

системі координат x . Величини $l_i + h_i$ є поточними відстанями між масами m_i й m_{i-1} , за якої l_i залежить від величин пружних деформацій, а h_i – від динамічних релаксаційних зрушень. Якщо за допомогою символів l_{0i} і h_{0i} позначити первісні значення відповідно параметрів l_i і h_i , тоді $h_i = h_{0i} - \xi_i$, де ξ_i – величина динамічного релаксаційного зрушення, то неважко за допомогою схеми (рис. 2) установити, що $l_{0i} - l_i = l_{0i} - (x_i - x_{i-1}) + (h_{0i} - \xi_i) = -(x_i - x_{i-1}) - \xi_i + (h_{0i} + l_{0i})$ (1)

є величина деформації пружного зв'язку в даний момент часу t . Отже, сила, що діє на i -ту масу ліворуч, і викликана деформацією пружних зв'язків, є $P_i^{ypp} = c_i [(x_{i-1} - x_i) + (h_{0i} + l_{0i}) - \xi_i]$ (2) і це має місце для всіх $i = 1, 2, \dots, n+1$.

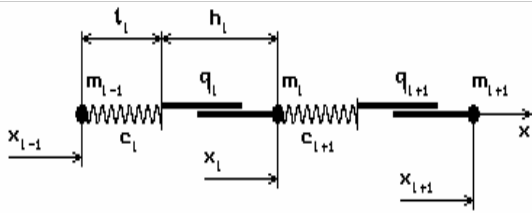


Рис. 2. Основні геометричні позначення

Завдяки обставинам, за яких пружний елемент фактично є в'язкопружним (як це прийнято й зображено на рис. 2) у якому під час руху виникає також сила грузлого тертя, пропорційна першій похідній за часом від відносного переміщення (1), якщо додержуватися гіпотези внутрішнього тертя в рамках концепції Релея, тобто

$$P_i^{взз} = b_i \left[\frac{d x_{i-1}}{dt} - \frac{d x_i}{dt} \right]. \quad (3)$$

Позначимо, що при диференціюванні (1) вважається, що динамічне релаксаційне зрушення ξ_i є стала завбільшки проміжку часу, у якому відбувається деформація в'язкопружного елемента.

Таким чином, сумарне зусилля, що діє на i -ту масу ліворуч, завдяки співвідношенням (2) і (3), запишеться формулою

$$P_i = P_i^{ypp} + P_i^{взз} = c_i [(x_{i-1} - x_i) + (h_{0i} + l_{0i}) - \xi_i] + b_i \left[\frac{d x_{i-1}}{dt} - \frac{d x_i}{dt} \right]. \quad (4)$$

Зусилля, обумовлені співвідношеннями (4), негативні при розтяганні й позитивні при стисненні, і ця обставина приймається до уваги надалі при порівнянні P_i з параметрами q_i , що означають зусилля руйнування тендітних фракцій, що відбувається, зрозуміло, при $P_i > 0$.

При $i = 1$ у виразах (1) і (2) з'являється величина x_0 , яка приймається як координата маси m_0 , що рухається за заданим законом $x_0 = x_0(t)$. Другий граничний випадок при $i = n+1$ приводить до необхідності задавання координати x_{n+1} , що, судячи зі схеми рис. 1, є граничною координатою розглянутої одновірної послідовності трикомпонентних ланок, і тому її варто вважати заданою й незмінною в часі, тобто

$$x_{n+1} = \sum_{i=1}^{n+1} (l_{0i} + h_{0i}) = l = const, \quad (5)$$

водночас довжина l не пов'язана з числом n , тому що загальна кількість трикомпонентних ланок може бути довільною за тим самим l .

У позначеннях (4) диференціальне рівняння динамічного стану маси m_i запишеться у вигляді

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} - P_i + P_{i+1} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (6)$$

Якщо в розглянутій системі була відсутня можливість реалізації динамічних релаксаційних явищ, то сукупність рівнянь (6) уявляла із себе звичайне хвильове рівняння, записане у вигляді методу кінцевих елементів. Однак, у реальній системі (у рамках прийнятої схематизації) рівняння (6) залишаються хвильовими до того часу, коли будь-яке із $P_i > 0$ у фазі пружного стис-

нення не буде дорівнювати за величиною параметру q_i , тобто дорівнювати «критичному» зусиллю руйнування тендітної фракції даної трикомпонентної ланки з присвоєним йому номером i . Із цього моменту часу починається фаза ковзання або процес руйнування тендітної фракції, коли динамічне релаксаційне зміщення ξ_i в співвідношеннях (1), (2) і (4) збільшується (тобто інтервал h_i зменшується), що веде до незворотного зближення мас m_i і m_{i-1} (незворотність обумовлена об'єктивною принциповою неможливістю відновлення зв'язків, що руйнуються).

Процес збільшення ξ_i регулюється за способом взаємного співвідношення швидкостей мас m_i і m_{i-1} . Якщо в момент часу $t = t_{i1}$ виявилось, що $P_i = q_i$, то ця рівність надалі зберігається аж до моменту $t = t_{i2}$, тобто сила P_i в інтервалі $t \in [t_{i1}, t_{i2}]$ не змінюється. Тоді з очевидних рівностей

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{dq_i}{dt} = 0, \quad t \in [t_{i1}, t_{i2}]$$

і виразу (5) знаходимо

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_i}{dt} &= \frac{dx_{i-1}}{dt} - \frac{dx_i}{dt} + \\ &+ \frac{b_i}{c_i} \left[\frac{d^2x_{i-1}}{dt^2} - \frac{d^2x_i}{dt^2} \right], \quad t \in [t_{i1}, t_{i2}], \end{aligned} \quad (7)$$

які є фактичним диференціальним рівнянням першого порядку щодо функцій $\xi_i(t)$ з початковими умовами. $\xi_i(t_{i1}) = 0$

Умова необоротності зближення мас m_i і m_{i-1} приводить до того, що процес, описаний рівняннями (5), буде тривати доти, доки не виконається рівність $d\xi_i/dt = 0$, що відповідає рівнянню

$$\frac{dx_{i-1}}{dt} - \frac{dx_i}{dt} + \frac{b_i}{c_i} \left[\frac{d^2x_{i-1}}{dt^2} - \frac{d^2x_i}{dt^2} \right] = 0, \quad (8)$$

за допомогою якого визначається момент часу t_{i2} . Вираз (6) являє собою рівність нулю швидкості ковзання, коли локальне руйнування крихких фракцій тимчасово припиняється.

Отже, у диференційному рівнянні (4) для всіх $i = 1, 2, \dots, n$

$$P_i = \begin{cases} c_i [(x_{i-1} - x_i) + (h_{0i} + l_{0i}) - \xi_i] & \text{при } 0 \leq t < t_{i1}, \\ b_i \left[\frac{dx_{i-1}}{dt} - \frac{dx_i}{dt} \right] & \text{при } t_{i1} \leq t < t_{i2}, \end{cases} \quad (9)$$

причому при $t \geq t_{i2}$ знову настає фаза пружного стиску, потім фаза ковзання й т.д. Чергування в часі й у просторі (у цьому випадку – одномірному) фаз стиску й ковзання обумовлює визначений характер процесу деформації ґрунту, тобто деформація супроводжується поглинанням енергії зовнішнього джерела, що забезпечує рух за заданим законом (5).

Процес руйнування крихких фракцій, що приводить до поступового зближення мас m_i і m_{i-1} , припиняється при виконанні рівності $\xi_i = h_{0i}$, після чого в цьому місці ґрунту настає стадія ідеального пружного стиску. У цьому разі зусилля P_i так само, як (9), є нелінійною функцією, але визначається наступним чином:

$$P_i = \begin{cases} c_i [(x_{i-1} - x_i) + (h_{0i} + l_{0i}) - h_{0i}] & \text{при } t_{i2} \leq t < t_{i3}, \\ b_i \left[\frac{dx_{i-1}}{dt} - \frac{dx_i}{dt} \right] & \text{при } t_{i3} \leq t < t_{i4}. \end{cases} \quad (10)$$

Тут t_{i3}, t_{i4} – моменти часу як два послідовних корені рівняння

$$(x_{i-1} - x_i) + (h_{0i} + l_{0i}) - h_{0i} + \frac{b_i}{c_i} \left[\frac{dx_{i-1}}{dt} - \frac{dx_i}{dt} \right] = 0, \quad (11)$$

тобто інтервал $[t_{i3}, t_{i4}]$ позначає проміжок часу, у якому вираз у лівій частині менше нуля, тому й сила P_i в цьому інтервалі дорівнює нулю, тому що при зруйнованих тендітних зв'язках не йдеться мова про роз-

тягання ґрунту в цьому місці, хоча це твердження не можна вважати беззаперечним і воно не є винятковим.

Висновки

1. На основі проведених аналізів факторів, що впливають на процес розпушення ґрунту, розраховані параметри оптимізації та план проведення інженерного експерименту.

2. За результатами досліджень розроблена математична модель напружено-деформованого стану масиву ґрунту.

Література

1. *Ковшов В.Н.* Постановка інженерного експеримента. -Донецьк. Вища школа, 1982. -118 с.
2. *Чеботарь Л., Кравцов В.* Исследование работы комбинированной металлической винтовой сваи (Научно: технический семинар "Прогрессивные конструкции фундаментов в грунтовых условиях Беларуси"). – <http://www.oblick.su>, 2009.
3. *Пинчук В.А., Белицкий Д.Г.* Способ выемки прочного грунта ковшом грейфера. Патент Украины UA №75788,Е 02 F 1/00. Бюл. № 5, 2006.
4. *Блохин А.В.* Теория эксперимента: Курс лекций в двух частях: Часть 2. – Мн.: БГУ, 2002. – 67 с.
5. *Пенчук В.А., Белицкий Д.Г.* Ресурсосберегающие технологии стабилизации рабочих процессов машин, взаимодействующих с грунтом // Сб. науч.тр.: Интенсификация рабочих процессов строительных и дорожных машин; – Днск: ПГСИА, 2008. – С. 47-55.
6. *Определение усилий при черпании материала ковшом захватным органом погрузчика / К.А. Артемьев, С.В. Абрамов, В.И. Мещеряков, В.А. Ротачев // Исследования и испытания дорожных и строительных машин / НИСИ. - Новосибирск, 1977. - С. 13-17.*
7. *Васильченко В.А.* Гидравлическое оборудование мобильных машин. Справочник. – М.: Машиностроение, 1983.- 562 С.

Рецензент: А. Т. Свідерський, к.т.н., доцент (КНУБА, Київ).

Отримано: 26.09.2011 р.