

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ РОБОТІ ПОЛІМЕРНО-АБРАЗИВНОЇ ЩІТКИ

Григорій Мачишин, Юрій Абрашкевич, Олена Човнюк

Київський національний університет будівництва і архітектури,
03680, Повітрофлотський просп. 31, Київ, Україна, e-mail: ma4ichin@ukr.net

STUDY OF HEAT DISTRIBUTION IN POLYMER FIBERS ABRASIVE WORKING BODIES OF MANUAL MACHINES

Gregory Machyshyn, Yuri Abrashkevych, Olena Chovnjuk

Kyiv National University of Construction and Architecture,
03680, Povitroflotsky Avenue 31, Kyiv, Ukraine, e-mail: ma4ichin@ukr.net

АНОТАЦІЯ. В процесі виконання операцій по очищенню в контактній зоні відбувається виділення тепла, яке розподіляється між волокнами полімерно-абразивної щітки та поверхнею, яку обробляють. Розроблена математична модель дозволяє визначити розподіл по волокну тепла, яке значно впливає на експлуатаційні параметри щітки та ефективний вибір машин для її приводу.

Ключові слова: тепло, нагрів, волокно, температуропровідність, температурне поле.

АННОТАЦИЯ. В процессе выполнения очистных операций в контактной зоне происходит выделение тепла, которое распределяется между волокнами полимерно-абразивной щетки и обрабатываемой поверхностью. Разработанная математическая модель позволяет определить распределение тепла по волокну, которое оказывает решающее влияние на эксплуатационные параметры щетки и выбор эффективных машин для ее привода.

Ключевые слова: тепло, нагрев, волокно, температуропроводность, температурное поле.

ABSTRACT. **Purpose.** Determination of parameters that affect the thermal processes occurring in the fibers, polymer-abrasive brush. **Methodology of research.** Research conducted by creating a mathematical model of the interaction with the surface of the fiber. Further rozvyazok which to determine the thermal processes occurring in the fiber. **Findings.** As a result, the calculations revealed that the temperature increases with the radius of the fiber. The increase in the contact fibers with a surface affects the temperature rise at the ends of the fibers of the brush. **Research limitations/implications.** The resulting family of curves allows for the process of formation and propagation of elastic waves in the fiber brush and its reflection from the boundary fiber. Since the attenuation of acoustic waves in the problem is not taken into account, the amplitude of the incident and reflected waves are equal in magnitude and wave process is unlimited in time. **Originality/value.** According to the study found that the mathematical model allows us to investigate in detail the process excitation of acoustic waves in the fiber brush, depending on the pulse effect of the heat source and the thermodynamic properties of the material fibers.

Key words: heat, heating, fiber, thermal diffusivity, temperature field.

Подано 5.03.2014; прийнято 24.03.2014

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

На сьогоднішній полімерно-абразивні щітки (ПАЩ) отримують все більше поширення при виконанні операцій з очищення поверхонь і зачищення зварних швів. Разом з тим, відсутні науково-обґрунтовані рекомендації по раціональних експлуатаційних режимах роботи ПАЩ, а також вибору ручних машин для їх приводу.

Враховуючи, що вирішальний вплив на роботу абразивних інструментів мають теплові процеси, в даній роботі наведені результати аналітичних досліджень, виконаних в КНУБА, з визначення теплових режимів, що виникають при взаємодії волокон ПАЩ з поверхнею, що обробляють, з

урахуванням їхніх теплофізичних параметрів. В даний час такі дослідження відсутні, а відомі роботи [1 - 4] присвячені дослідженню кінематичних параметрів або якості поверхні, яку обробляють [5, 6].

МЕТА І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Відсутність робіт пов'язаних з вирішенням питання, щодо теплових процесів, які протікають у волокнах ПАЩ, визначають мету даної роботи, яка полягає у визначенні енергетичних параметрів, які впливають на температурні процеси, що виникають у волокнах ПАЩ при його контакті з поверхнею, яку обробляють.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ

При обертанні ПАЩ частина енергії витрачається на нагрів волокна, джерело тепла, якого знаходиться на його торцевій поверхні (рис. 1).

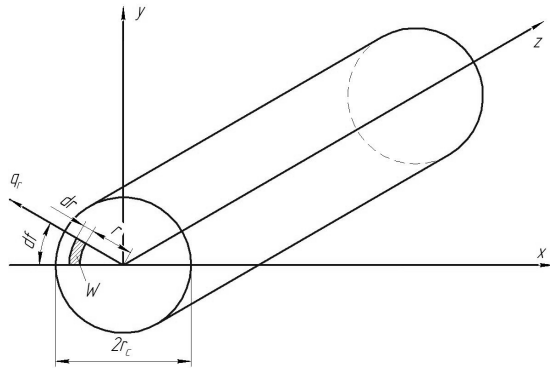


Рис. 1. Розрахункова схема для оцінки розповсюдження тепла по волокну

Fig. 1. Design model for estimation of heat distribution in the fiber

Задача полягає у розв'язку диференціального рівняння теплопровідності полімерного волокна [7, 8]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{W}{\lambda_0}, \quad (1)$$

при наступних граничних та початкових умовах:

$$\begin{cases} -\lambda_0 \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} = \alpha_1 \cdot \theta, \text{ при } r = r_c; \\ \theta = 0 \text{ при } z \rightarrow \infty \text{ й } \theta = 0 \text{ при } t = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де r_c – радіус волокна;

α_1 – коефіцієнт тепловідводу від бічної поверхні волокна;

a – коефіцієнт температуропровідності матеріалу волокна;

λ_0 – коефіцієнт теплопровідності матеріалу волокна;

W – об'ємна щільність теплового потоку, Дж/(с·м³);

q_r – щільність теплового потоку у напрямку r ($\alpha_r = \alpha_1$) (рис. 1);

θ – змінна Кірхгофа, яка визначається із співвідношення:

$$\theta = \frac{1}{\lambda_0} \int_0^T \lambda_T dT, \quad (3)$$

де $\lambda_T = \lambda(T)$ – закон зміни коефіцієнту те-

плопровідності матеріалу стрижня від температури T .

Слід зазначити, що у (1) коефіцієнт температуропровідності a визначається наступним чином:

$$a = a(T) = \frac{\lambda(T)}{[c(T)\rho(T)]}, \quad (4)$$

де $c(T)$ – закон зміни питомої теплоємності від температури T ;

$\rho(T)$ – закон зміни щільності матеріалу волокна від температури T .

Усі величини, які входять у коефіцієнт температуропровідності a залежать від температури T і, зазвичай, виникає потреба розв'язувати диференціальне рівняння зі змінним по температурі коефіцієнтом теплопровідності a . Разом з тим експериментом показано [8], що для багатьох матеріалів коефіцієнт температуропровідності a можна вважати постійним. Це означає, що $\lambda(T)$ й $c(T) \cdot \rho(T)$ зростають (спадають) зі зміною температури T у деякому інтервалі так, що величина коефіцієнта температуропровідності a залишається постійною.

Розв'язавши рівняння теплопровідності (1), розподіл температури у волокну можна отримати з (3), маючи конкретну залежність $\lambda(T)$. Наприклад, якщо $\lambda(T) = \lambda_0(1 + \xi T)$ (лінійний закон зміни λ від T , $\xi = \text{const}$), то використовуючи (3), отримуємо:

$$T = \frac{1}{\xi} (\sqrt{1 + 2\xi\theta} - 1). \quad (5)$$

Функцію об'ємної щільності теплового потоку W отримуємо у вигляді $W = Q \frac{\delta + (r - r_0)}{r} \delta_r(\varphi) \delta_z(z) \delta_t(t)$, де $\delta_r(\varphi)$, $\delta_z(z)$, $\delta_t(t)$ – асиметричні імпульсні одиничні функції, r_0 – радіус кільця з центром у початку координат, що імітує джерело тепла на торцевій поверхні волокна, яке виникає внаслідок тертя волокна об поверхню; Q – кількість теплоти, яка виділяється у місці нагріву поверхні волокна внаслідок тертя з поверхнею, яку оброблюють.

Виконуючи косинус перетворення Фур'є по координаті z та перетворення Лапласа по часу t отримуємо рівняння образу

$\bar{\theta}(\rho, \gamma)$. Потім, виконавши обернене перетворення Лапласа по ρ й обернене косинус перетворення Фур'є по γ , отримаємо

$$\theta = \frac{Q}{\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\frac{\pi a}{t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4at} - bt\right), \quad (6)$$

де $b = \frac{2\alpha_1 a}{\lambda_0 r_c}$.

На рис. 2 представлена якісна картина температурного поля $\theta(z, t)$, яке підраховане за залежністю (6) для перерізу волокна за наступних значень: $\alpha_1 = 20 \cdot 10^6 \text{ Bm/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$; $r_c = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\lambda_0 = 20 \text{ Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{C}$; $a = 4 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}$, довжина волокна $L = 21,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, а час контакту $t_1 < t_2 < t_3$.

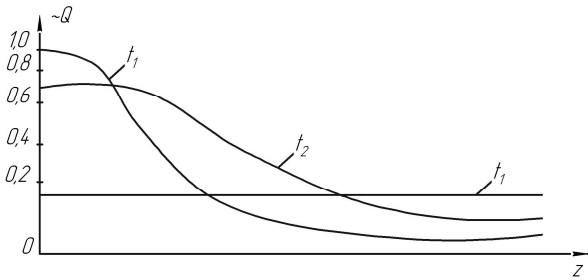


Рис. 2. Температурне поле у перерізі волокна

Fig. 2. The temperature field in the fiber cross-section.

За один дотик волокна до поверхні, що обробляється (час тривалості контакту τ), торцева поверхня (переріз) волокна ($z=0$) нагрівається до температури:

$$\theta_{\text{нагр.}}(t, z) = \frac{Q}{\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\pi a} \times \int_0^{\tau_{\text{конт.}}} \frac{\exp\left[-\frac{z^2}{4a(t-\tau)} - b(t-\tau)\right]}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad (7)$$

$0 \leq t \leq \tau_{\text{конт.}}$

Будемо вважати, що θ (або T) – це перевищення температури волокна над температурою T_0 навколишнього середовища, тобто $T = T_{\text{поточ.}} - T_0$, ($\theta = \theta_{\text{поточ.}} - \theta_0$).

Тоді $\theta_{\text{нагр.}}(t, z)$ за залежністю (7) визначає температуру торцевої поверхні ($z \geq 0$) перерізу волокна у будь-який момент часу

t .

Якщо час роботи щітки t рівнозначний часу роботи ПАЩ $t_{\text{р.щ.}}$, кутова швидкість обертання щітки ω , в залежності від матеріалу волокна буде у $\omega \cdot t_{\text{р.щ.}}/2\pi$ разів більше. Вважаючи, що за один оберт щітки температура волокна не зменшується, то можливо знайти наскільки градусів підвищується температура щітки (кожного її волокна) за весь час її роботи $t_{\text{р.щ.}}$ (для будь-якого його перерізу $z \geq 0$):

$$\theta_{\text{нагр.}}(t_{\text{р.щ.}}, z) = \frac{Q\omega t_{\text{р.щ.}}}{2\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\pi \cdot a} \times \int_0^{\tau_{\text{конт.}}} \frac{\exp\left[-\frac{z^2}{4a(t-\tau)} - b(t-\tau)\right]}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad (8)$$

$0 \leq t \leq \tau_{\text{конт.}}$.

Якщо $t \rightarrow \infty$, тобто джерело тепла діє тривалий час ($\tau_{\text{конт.}} \rightarrow \infty$) і безперервно, то вираз (8) за умов $\begin{cases} t \rightarrow \infty \\ \tau_{\text{конт.}} \rightarrow \infty \end{cases}$ набуває виду:

$$\theta_{\text{нагр.}}(t_{\text{р.щ.}}, z) = \frac{Q\omega t_{\text{р.щ.}}}{2\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \times \sqrt{\pi a} \sqrt{\pi} \frac{1}{\sqrt{b}} \exp\left(-z \sqrt{\frac{b}{a}}\right). \quad (9)$$

Зокрема, переріз $z=0$ нагрівається на:

$$\theta_{\text{нагр.}}(t_{\text{р.щ.}}, z=0) = \frac{Q\omega t_{\text{р.щ.}}}{2\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\frac{b}{a}}. \quad (10)$$

Переріз $z=1$ (край волокна протилежний вільному краю, який затиснутий між дисками) волокна нагріється на:

$$\theta_{\text{нагр.}}(t_{\text{р.щ.}}, z=1) = \frac{Q\omega t_{\text{р.щ.}}}{2\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\frac{b}{a}} \exp\left[-l \sqrt{\frac{b}{a}}\right]. \quad (11)$$

Асимптотичні формули (9), (10) та (11) з точністю до множника $\frac{\omega \cdot t_{\text{р.щ.}}}{2 \cdot \pi}$ співпадають з отриманими в [8].

З (9), (10) та (11) видно, що волокна щітки досить швидко розігріваються в залежності від:

- теплофізичних властивостей матеріалу

волокна ($a, b, \lambda_0, \alpha_1$);

- зростання швидкості обертання ПАЩ ω ;
- зростання часу роботи ПАЩ $t_{p.ш.}$;
- зростання інтенсивності теплообміну поверхні Q , що обробляється, та торцевої поверхні волокна;
- часу контакту $\tau_{вол.}$ волокна.

Отже, за меншого поперечного перерізу волокна, воно суттєвіше розігрівається.

Головним з механізмів теплового ефекту взаємодії температурного поля з волокном є термопружний механізм. Він обумовлений утворенням у зоні взаємодії області нестационарного нагріву волокна за рахунок тертя з поверхнею, у якій виникають термопружні напруження, які релаксують потім за рахунок деформації волокна й підтримуються у тілі у вигляді пружних хвиль.

Вважаємо, що теплова й динамічна задачі не взаємозв'язані, тобто температурне поле у волокні у результаті деформацій, виникаючих у ньому є незначним.

Таким чином нестационарне температурне поле [9] $T(x, t)$, яке утворюється у зоні взаємодії, може бути визначене з розв'язку теплової задачі. Визначимо розподіл виникаючих при цьому у волокні механічних напружень $\zeta(x, t)$. Оскільки взаємодія відбувається по ширині зони контакту волокна й поверхні, яку обробляють, то виникаючі термопружні напруження будуть залежати лише від однієї координати, спрямованої вздовж нормалі до поверхні волокна довжина котрого l .

Дана задача зводиться до розв'язку рівняння:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{1+v}{1-v} \rho \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial t^2} \quad (12)$$

З початковими умовами $\zeta(x, 0) = \dot{\zeta}(x, 0) = 0$ й граничними $\zeta(0, t) = \zeta(l, t) = 0$, що відображають той факт, що зовнішні границі волокна є вільними; v – коефіцієнт Пуассона для матеріалу волокна; c – швидкість розповсюдження повздовжніх пружних хвиль у волокні; ρ – щільність матеріалу волокна; (x, t) – просторова і часова координати, відповідно. (При цьому не розглядається зона кореневого закріплення воло-

кна до диску, для спрощення граничних умов для рівняння (12)).

Розв'язок задачі (12) з нульовими початковими та граничними умовами, знайдений у [8], має вид ряду Фур'є:

$$\left\{ \begin{aligned} \zeta(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{W_n} \times \\ &\times \int_0^t F_n(\tau) \sin \{W_n(t - \tau)\} d\tau \cdot \sin \frac{\pi n x}{l}; \\ F_n(\tau) &= \frac{2}{l} \int_0^l F_n(x, \tau) \sin \frac{\pi n x}{l} dx; \\ F(x, t) &= -c^2 \rho \frac{1+v}{1-v} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial t^2}; \\ W_n &= \left(\frac{\pi n c}{l} \right)^2; n \in N. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Використовуючи результати рішення задачі (13), можливо знайти розподіл температури у волокні, що утримує плоске джерело тепла на торцевій поверхні (за умови миттєвої дії джерела тепла):

$$T(x, t) = \frac{Q}{\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \cdot \sqrt{\frac{\pi a}{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at} - bt\right), \quad (14)$$

$$\text{де } b = \frac{2\alpha_1 a}{\lambda_0 r_c};$$

$a = \frac{\lambda_0}{c\rho}$ – коефіцієнт температуропровідності волокна;

c – питома теплоємність матеріалу волокна.

Кількість теплоти можливо визначити як $Q = \eta W^{(кін.)}$, де $W^{(кін.)}$ – енергія рухомого кінця волокна за зіткнення з поверхнею; η – коефіцієнт, що показує, яка частка кінетичної енергії переходить у тепло при зіткненні волокна щітки з поверхнею.

Отже, напружено-деформований стан волокна щітки визначається з (13) й (14), за умови, коли враховане виникаюче термопружне поле при контактній взаємодії волокна з поверхнею.

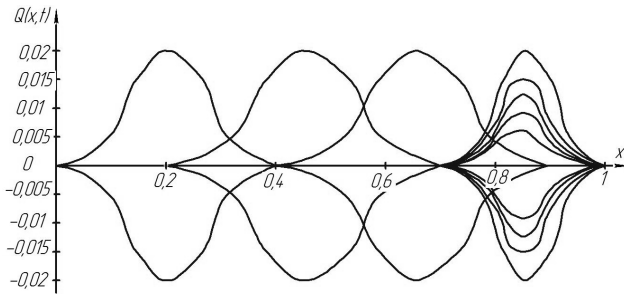


Рис. 3. Просторовий розподіл пружних напружень у волокні щітки

Fig. 3. Spatial distribution of elastic stresses in the fiber brushes

Якщо ж джерело тепла діє безперервно лише $t_{\text{конт.}}$ (часу контакту волокна щітки з поверхнею), тоді:

$$T(x,t) = \frac{q_t \sqrt{\pi a}}{\pi^2 \lambda_0 r_c^2} \times \int_0^{\tau_{\text{конт.}}} \exp\left\{-\frac{x^2}{4a(t-\tau)} - b(t-\tau)\right\} \times \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}, \quad (15)$$

де q_t – теплова потужність джерела ($dq = d\tau \cdot q_t \Rightarrow q_t = \frac{dQ}{d\tau}$, тобто кількість тепла dQ , яка введена у тіло елементарним (миттєвим) джерелом тепла на протязі елементарного (нескінченно малого) проміжку часу $d\tau$).

Якщо час контакту тривалий $t_{\text{конт.}} \rightarrow \infty$, то інтеграл у (15) може бути обчислений у вигляді:

$$T(x,t) = \frac{q_t}{\pi \lambda_0 r_c^2} \sqrt{\frac{a}{b}} \exp\left\{-x \sqrt{\frac{b}{a}}\right\}. \quad (16)$$

На рис. 3 наведений просторовий розподіл пружних напружень у волокні щітки для параметрів: $c = 1 \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $x_0 = 0,2 \text{м}$; $t_0 = 0,2 \text{с}$; $\Delta t = 0,1 \text{с}$; $\Delta \tau = 0,01 \text{с}$, де x_0 – довжина, на якій джерело тіла повністю втрачає свій вплив; t_0 – тривалість термічного контакту волокна й поверхні, яка обробляється, як слідує із отриманих

графіків при відбитті від вільної поверхні, волокно змінює знак напруження: хвиля стиснення перетворюється у хвилю розтягу.

Засобами пакету MathCAD для різних проміжків часу можна побудувати розподіл пружних напружень, які виникають у волокні. Отримане сімейство кривих дозволяє прослідкувати процес (рис. 3) формування й розповсюдження пружної хвилі у волокні щітки, а також її відбиття від границь волокна. Зокрема з рис. 3. видно, що при відбитті від вільної поверхні волокна змінюється знак напруження: хвиля стиснення перетворюється у хвилю розтягу. Відбита й падаюча хвилі компенсують одна одну на відбиваючій границі і напруження там весь час дорівнює нулю. Оскільки затухання акустичної хвилі у задачі не враховано, то амплітуда падаючої та відбитої хвиль виявляються рівними за абсолютною величиною й хвильовий процес є необмежений у часі. Побудована математична модель дозволяє детально досліджувати процес збудження акустичної хвилі у волокні щітки залежно від імпульсного впливу джерела тепла й залежно від термодинамічних властивостей матеріалу волокна.

ВИСНОВКИ

В результаті виконаних досліджень отримані аналітичні залежності, що дозволяють визначити енергетичні параметри, які впливають на температурні процеси, що виникають у волокнах ПАЩ при його контакті з поверхнею, яку обробляють. Враховуючи, що теплові процеси мають значний вплив на ресурс роботи ПАЩ то отримані залежності дозволяють вибрати оптимальні режими її експлуатації при виконанні масових трудомістких операцій по очищенню поверхонь на будівельних та монтажних майданчиках.

ЛІТЕРАТУРА

1. Абрашкевич Ю.Д., Пелевін Л.Є., Мачишин Г.М. Механізм взаємодії полімерного волокна, наповненого абразивом, з оброблюваною поверхнею. Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2011): Матеріали III Міжнародної науково-

практичної конференції. У 2-х тт. Т. 1 – Херсон: Видавництво Херсонського державного морського інституту, 2011. – 296с. с. 104-108.

2. *Абрашкевич Ю.Д., Пелевін Л.Є., Мачишин Г.М.* Вплив теплових процесів на роботоздатність полімерно-абразивної щітки. Науково виробничий журнал «Промислове будівництво та інженерні споруди» 3/2011. С. 44-47.
3. *Абрашкевич Ю.Д., Пелевін Л.Є., Мачишин Г.М.* Механізм коливання полімерно-абразивного волокна при стаціонарному обертанні щітки. Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2012): Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції. У 2-х тт. Т. 1 – Херсон: Херсонська державна морська академія, 2012. – 212с. с. 60-65.
4. *Абрашкевич Ю.Д., Пелевін Л.Є., Мачишин Г.М.* Динаміка коливання полімерно-абразивного волокна у випадку горизонтального розташування диску щітки. Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування (SEUTTOO-2012): Всеукраїнська науково-практична конференція, 10-12 жовтня 2012р – Херсон: Херсонська державна морська академія. – 280с. с. 72-75.
5. *Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технология машиностроения /Под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 4. «Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов» - Одесса: ОНПУ, 2002. -802с. Глава 6. Шлифование полимер-абразивными эластичными кругами. с. 289-328.*
6. *Попович А.Г., Гончар Н.В., Степанов Д.Н.* Расчет сил ударного воздействия эластичного волокна на деталь при финишной обработке // Научно-технический журнал “Авиационно-космическая техника и технология“, 2012, № 7 (94), С. 11-14.
7. *Гончаренко В. М.* Основы теории рівнянь з частинними похідними. — К. : Вища школа, 1995. - 353 с..
8. *Недосека А.Я.* Основы расчёта сварных конструкций. – К.: Вища школа, 1988. – 263с.
9. *Сухорольський М.А.* Нестационарне температурне поле для скінченного циліндра при поверхневому локальному нагріванні / М.А. Сухорольський, Н.М. Тимошенко, С.І. Томецька // Прикладна математика: [збірник наукових праць] / відповідальний редактор М. І. Худий. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехні-

ка", 2000. - 280 с. - (Вісник / Національного університету "Львівська політехніка"; № 407). - С. 230-232.

REFERENCES

1. *Abrashkevich Ju.D., Pelevin L.E., Machishin G.M.*, 2011. Materiali III Mizhnarodnoi nauko-vo-praktichnoi konferencii. T. 1 – Herson: Vidavnistvo Hersons'kogo derzhavnogo mors'kogo institutu, 104-108.
2. *Abrashkevich Ju.D., Pelevin L.E., Machishin G.M.*, 2011. Naukovo virobnychij zhurnal «Promislove budivnictvo ta inzhenerni sporudi» no. 3, 44-47.
3. *Abrashkevich Ju.D., Pelevin L.E., Machishin G.M.*, 2012. Suchasni informacijni ta innovacijni tehnologii na transporti (MINTT-2012): Materiali IV Mizhnarodnoi naukovo-praktichnoi konfe-rencii. T. 1 – Herson: Hersons'ka derzhavna mors'ka akademija, 60-65.
4. *Abrashkevich Ju.D., Pelevin L.E., Machishin G.M.*, 2012. Suchasni energetichni ustanovki na transporti i tehnologii ta obladnannja dlja ih obslugovuvannja (SEUTTOO-2012): Vseukraïns'ka naukovo-praktichna konferencija, 10-12 zhovtnja 2012r – Herson: Hersons'ka derzhavna mors'ka akademija, 72-75.
5. *Fiziko-matematicheskaja teorija processov obrabotki materialov i tehnologija mashinostroenija /Pod obshhej redakciej F.V. Novikova i A.V. Jakimova. V desjati tomah. – T. 4. «Teorija abrazivnoj i almazno-abrazivnoj obrabotki materialov» - Odessa: ONPU, 2002. - 802s. Glava 6. Shlifovanie polimer-abrazivnymi jelastichnymi krugami. s. 289-328.*
6. *Popovich A.G., Gonchar N.V., Stepanov D.N.*, 2012. Nauchno-tehnicheskij zhurnal “Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija“, no. 7 (94), 11-14.
7. *Goncharenko V. M.*, 1995. Osnovi teorii rivnjan' z chastinnimi pohidnimi (Fundamentals of the theory of partial differential equations.). Vishha shkola, 353.
8. *Nedoseka A.Ja.*, 1988. Osnovy raschjota svarnyh konstrukcij (Basis of calculation of welded structures.). Vishha shkola. 263.
9. *Suhorol's'kij M.A.*, 2000. Prikladna matematika. - L'viv. No. 407, 230-232.