

## ЕНЕРГОСИЛОВИЙ КРИТЕРІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ РУХУ МОСТОВИХ КРАНІВ ПРИ ЇХ ПУСКУ ТА ГАЛЬМУВАННІ

Юрій Човнюк<sup>1</sup>, Михайло Діктерук<sup>2</sup>, Костянтин Почка<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна  
<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна,

## POWER CRITERION OF OPTIMIZATION OF MODES OF MOVEMENT OF BRIDGE CRANES AT THEIR START-UP AND BRAKING

Yuriy Chovnyuk<sup>1</sup>, Mykhaylo Dykteruk<sup>2</sup>, Konstantin Pochka<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroyiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine  
<sup>2</sup> Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotsky Prospect, 31, Kyiv, Ukraine

**АНОТАЦІЯ.** Запропоновано новий енергосиловий критерій оптимізації режимів руху мостових кранів за процес їх пуску та гальмування. Встановлені основні кінематичні та динамічні характеристики такого руху, які залежать від співвідношення тривалості перехідного процесу (пуску чи гальмування) до періоду коливань власне кранової системи, що відповідає частоті власних маятникових коливань вантажу відносно крана за період розгону/гальмування.

**Ключові слова:** енергосиловий критерій, оптимізація, режими руху, мостові крани, пуск, гальмування.

**АННОТАЦИЯ.** Предложен новый энергосиловой критерий оптимизации режимов движения мостовых кранов в процессах их пуска и торможения. Установлены основные кинематические и динамические характеристики такого движения, которые зависят от соотношения длительности переходного процесса (пуска или торможения) к периоду колебаний собственно крановой системы, который соответствует частоте собственных маятниковых колебаний груза относительно крана в период разгона/торможения.

**Ключевые слова:** энергосиловой критерий, оптимизация, режимы движения, мостовые краны, пуск, торможение.

**ABSTRACT. Purpose.** Consists in justification of power power criterion of optimization of modes of movement of bridge cranes at their start-up/braking which provides high quality of such movements. **Methodology/approach.** Researches in this work are of analytical character. **Findings.** The new power criterion of optimization of modes of movement of bridge cranes in processes of their start-up and braking is offered. The main kinematic and dynamic characteristics of such movement which depend on a ratio of duration of transient by the period of fluctuations of actually crane system which corresponds to the frequency of own pendular fluctuations of freight concerning the crane during dispersal/braking are established. **Research limitations/implications.** The received results can be further useful to specification and improvement of existing engineering methods of calculation of modes of movement of bridge cranes at processes to their start-up and braking. **Originality/value.** The work has scientific and practical interest.

**Key words:** power criterion, optimization, movement modes, bridge cranes, start-up, braking.

Подано 14.01.2014; прийнято 26.05.2014

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Під час роботи мостових кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, які викликають нерівномірний рух кранів або їхніх вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності при їхній експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів.

Існуючі методи розрахунку маятникових коливань вантажу на канатах, які виконуються за найпростішою схемою двомасової системи, вимагають подальшого уточнення та вдосконалення (особливо у напрямку оптимізації енергосилових характеристик) руху кранів при їхньому пуску/гальмуванні та підвищення якості таких рухів (мінімізації їхніх енергетичних, кінематичних та ди-

намічних параметрів для виходу на штатний режим функціонування чи виходу зі штатного режиму функціонування до повної зупинки).

### ОГЛЯД ПУБЛІКАЦІЙ

Розрахунок маятникових коливань вантажу зазвичай проводять за найпростішою схемою двомасової системи [1-5], вважаючи при цьому, що кут відхилення канатів від вертикалі не перевищує  $10^0 \dots 12^0$  (малі коливання). В такому разі вважають також, що період маятникових коливань вантажу на гнучких канатах більше ніж за одного порядку з періодом розгону (гальмування) крана, а рушійне зусилля привідного двигуна механізму пересування постійне й до-

рівнює середньому пусковому (гальмівному) значенню [5].

Для обґрунтування енергосилового критерію якості руху мостового крана у режимах пуску/гальмування застосовано підхід авторів [6].

Результати робіт [5, 6] використані у даному дослідженні.

### МЕТА РОБОТИ

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні енергосилового критерію оптимізації режимів руху мостових кранів за їх пуску/гальмуванні, який забезпечує високу якість таких рухів (мінімізує їхні енергетичні, кінематичні та динамічні характеристики).

### ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Рух мостового крана з гнучко підвішеним вантажем у період його розгону розглянутий у [5]. На думку автора вказаної роботи, завдяки тому, що період маятникових коливань вантажу ( $T$ ) більше одного порядку за тривалість розгону крана ( $t_p$ ), можна прийняти рушійне зусилля привідного двигуна постійним і таким, що дорівнює середньому пусковому значенню. Систему диференціальних рівнянь для горизонтального переміщення маси  $m_1$  (вантажного візка) –  $x_1$  та маси  $m_2$  (вантаж на канаті) –  $x_2$  можна звести до одного диференціального рівняння другого порядку відносно різниці переміщень мас  $x = x_1 - x_2$  тобто:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{(P - W)}{m_1}, \quad (1)$$

де  $x$  – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу;  $\omega$  – частота власних маятникових коливань вантажу відносно крана в період розгону:

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 \cdot H}}; \quad (2)$$

$H$  – довжина виска канатів;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння;  $P$  – сумарне тягове/гальмівне зусилля привідних ко-

ліс крана чи візка;  $W$  – сила опору пересуванню крана чи візка. У найбільш загальному випадку:

$$\frac{(P - W)}{m_1} = \frac{F(t)}{m_1}, \quad (3)$$

де  $t$  – час.

Визначено, що у моделі кранової системи (1) не враховані реально існуючі дисипативні процеси.

Враховуючи (3), можемо подати вираз (1) у вигляді, зручному для подальшого аналізу за методом, що розглядається у [6]:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{F(t)}{m_1}. \quad (4)$$

У подальшому позначатимемо  $m_1 \equiv m$ , а середня енергія ( $\bar{E}$ ) кранової системи, яка здійснює вимушені коливання і отримує цю енергію за рахунок джерела зовнішньої сили  $F(t)$ , визначається наступним чином:

$$\bar{E} = \frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} \left( \frac{m}{2} \right) (\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) dt. \quad (5)$$

Для оптимізації енергетичних показників режиму пуску крана (мінімізації  $\bar{E}$ ) необхідно задовольнити критерію:

$$\bar{E} = \frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} \left( \frac{m}{2} \right) (\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) dt \Rightarrow \min. \quad (6)$$

Аналогічно, середнє значення квадрата вимушеної сили  $\overline{F^2}$  повинно задовольняти критерію оптимізації (мінімізації  $\overline{F^2}$ ) силового параметра (динамічного показника) режиму пуску мостового крана:

$$\overline{F^2} = \frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} m^2 (\ddot{x} + \omega^2 x)^2 dt \Rightarrow \min. \quad (7)$$

Комплексний енергосиловий критерій якості руху мостового крана у режимі його пуску (за умови рівної ваги енергетичного та динамічного критеріїв якості руху) можна подати у наступному вигляді:

$$I = \left[ \frac{m^2}{t_n^3} \int_0^{t_n} (\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) dt + \frac{m^2}{t_n} \int_0^{t_n} (\ddot{x} + \omega^2 x)^2 dt \right] \Rightarrow \min. \quad (8)$$

У критерії якості руху кранової системи (8) складові мають однакову розмірність:  $[I] = H^2$ .

Необхідна умова реалізації критерію (8) є рівняння Ейлера-Пуассона виду:

$$x^{(IV)} + \left(2 \cdot \omega^2 - \frac{1}{t_n^2}\right) \ddot{x} + \left(\omega^4 + \frac{\omega^2}{t_n^2}\right) x = 0. \quad (9)$$

Характеристичне рівняння для (9) має наступний вигляд:

$$\lambda^4 + \left(2\omega^2 - \frac{1}{t_n^2}\right) \lambda^2 + \left(\omega^4 + \frac{\omega^2}{t_n^2}\right) = 0. \quad (10)$$

Корені рівняння (10)

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{1,2}^2 &= -\left(\omega^2 - \frac{1}{2 \cdot t_n^2}\right) + \\ &+ \sqrt{\left(\omega^2 - \frac{1}{2 \cdot t_n^2}\right)^2 - \left(\omega^4 + \frac{\omega^2}{t_n^2}\right)}; \\ \lambda_{3,4}^2 &= -\left(\omega^2 - \frac{1}{2 \cdot t_n^2}\right) - \\ &- \sqrt{\left(\omega^2 - \frac{1}{2 \cdot t_n^2}\right)^2 - \left(\omega^4 + \frac{\omega^2}{t_n^2}\right)}. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Інакше (11) можна подати наступним чином:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm \left[ \left( \frac{1}{2 \cdot t_n^2} - \omega^2 \right) + \left( \frac{1}{4 \cdot t_n^2} - \frac{2 \cdot \omega^2}{t_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \lambda_{3,4} &= \pm \left[ \left( \frac{1}{2 \cdot t_n^2} - \omega^2 \right) - \left( \frac{1}{4 \cdot t_n^2} - \frac{2 \cdot \omega^2}{t_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Дослідимо типи коренів, які виникають з (12) за різних співвідношень  $\omega \cdot t_n$ .

$$\underline{A.} \quad \omega < \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot t_n}, \quad (13)$$

тоді усі корені  $\lambda_i$ ,  $i = \overline{(1,4)}$  дійсні і розв'язок (9) має вигляд:

$$x(t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t) + C_3 \exp(\lambda_3 t) + C_4 \exp(\lambda_4 t). \quad (14)$$

За умовою умові (13) вираз (14) описує аперіодичний режим руху кранової системи. Тут і надалі  $C_i$ ,  $i = \overline{(1,4)}$ , є константами, що визначаються з певних початкових умов (наданих далі).

$$\underline{B.} \quad \omega = \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot t_n}, \quad (15)$$

тоді корені  $\lambda_1 = \lambda_3$  та  $\lambda_2 = \lambda_4$ , тобто стають двократно виродженими. Розв'язок (9) має вигляд:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t) \exp(\bar{\lambda}_1 t) + (C_3 + C_4 t) \exp(\bar{\lambda}_2 t), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad \bar{\lambda}_1 &= + \left( \frac{1}{2t_n^2} - \omega^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{1}{2t_n^2} - \frac{1}{8t_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left( \frac{3}{8t_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{t_n} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}t_n}, \quad \bar{\lambda}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}t_n}. \end{aligned}$$

За умови (15) вираз (16) описує аперіодичний (особливий) режим руху.

$$\underline{B.} \quad \omega > \frac{1}{2\sqrt{2}t_n}, \quad (17)$$

тоді корені  $\lambda_i$ ,  $i = \overline{(1,4)}$  стають комплексними:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm \left[ \left( \frac{1}{2 \cdot t_n^2} - \omega^2 \right) + j\Omega^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \lambda_{3,4} &= \pm \left[ \left( \frac{1}{2 \cdot t_n^2} - \omega^2 \right) - j\Omega^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \right. \quad (18)$$

$$\text{де } \Omega^2 = \left( \frac{2 \cdot \omega^2}{t_n^2} - \frac{1}{4 \cdot t_n^4} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad j^2 = -1.$$

За умови (17) розв'язок (9) приймає вигляд:

$$x(t) = C_1 e^{\gamma t} \cdot \sin \omega t + C_2 e^{\gamma t} \cdot \cos \omega t + C_3 e^{-\gamma t} \cdot \sin \omega t + C_4 e^{-\gamma t} \cdot \cos \omega t, \quad (19)$$

де:

$$\begin{aligned} \gamma &= \left[ \left( \frac{1}{2t_n^2} - \omega^2 \right)^2 + \Omega^4 \right]^{\frac{1}{4}} \times \\ &\times \cos \left[ \frac{1}{2} \arctg \left[ \frac{\Omega^2}{\left( \frac{1}{2t_n^2} - \omega^2 \right)} \right] \right]; \\ w &= \left[ \left( \frac{1}{2t_n^2} - \omega^2 \right)^2 + \Omega^4 \right]^{\frac{1}{4}} \times \\ &\times \sin \left[ \frac{1}{2} \arctg \left[ \frac{\Omega^2}{\left( \frac{1}{2t_n^2} - \omega^2 \right)} \right] \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Отже, за умови (17) виникає коливний рух з модульованою амплітудою (за часом).

Слід зазначити, що за  $\omega \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}t_n}$

$(\gamma, w) \rightarrow \frac{\Omega}{\sqrt{2}}$ . За  $\omega > \frac{1}{\sqrt{2}t_n}$   $\gamma$  зростає і стає

більшою за  $\Omega/\sqrt{2}$ , а  $w$  змінює свій знак на протилежний, тобто:

$$\text{sign} \left( w \Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}t_n}-0} \right) = -\text{sign} \left( w \Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}t_n}+0} \right), \quad (21)$$

а

$$\begin{aligned} \gamma \Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}t_n}-0} &= \gamma \Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}t_n}+0}, \\ \min \gamma &= \gamma \Big|_{\omega=\frac{1}{\sqrt{2}t_n}} = \frac{\Omega}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Отже, за досягнення умови:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}t_n}, \quad (23)$$

характер руху змінюється, тобто у  $x(t)$  в (19) фаза коливань змінюється на  $\pi/2$ . Цю зміну можна визначити як своєрідну біфуркацію характеру руху/коливань кранової системи, яка відбувається стрибком за зміною  $\omega$  чи  $t_n$ .

Константи  $C_i$ ,  $i = \overline{1,4}$  знаходимо з початкових (крайових) умов задачі:

$$\begin{aligned} x \Big|_{t=0} &= 0; & \dot{x} \Big|_{t=0} &= 0; \\ \ddot{x} \Big|_{t=0} &= \ddot{x}_0; & \dot{x} \Big|_{t=t_n} &= v_0, \end{aligned} \quad (24)$$

де  $\ddot{x}_0$  – горизонтальне прискорення вантажу відносно рухомої точки підвісу за момент часу  $t=0$  (тобто за момент пуску);  $v_0$  – горизонтальна швидкість переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу за момент  $t=t_n$  (завершення перехідного процесу).

Аналогічні (13)-(23) співвідношення можна записати і для процесу гальмування мостового крана до його повної зупинки (тривалість такого процесу гальмування –  $t_r$ ). В цьому разі у (13)-(23) треба здійснити заміну  $t_n \rightarrow t_r$ . Крайові умови для режиму гальмування будуть відмінні від (24):

$$\begin{aligned} x \Big|_{t=0} &= x_1; & \dot{x} \Big|_{t=0} &= v_1; \\ \ddot{x} \Big|_{t=0} &= \ddot{x}_{0r}; & \dot{x} \Big|_{t=t_r} &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

де  $x_1$  – початкове значення горизонтального переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу у момент  $t=0$  (початок гальмування),  $x_1 \neq 0$ ,  $x_1 > 0$ ;  $v_1$  – горизонтальна швидкість переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу в момент початку гальмування,  $v_1 \neq 0$ ,  $v_1 > 0$ ;  $\ddot{x}_{0r}$  – початкове значення прискорення гальмування кранової системи відносно рухомої точки підвісу в момент  $t=0$  ( $\ddot{x}_{0r} < 0$ ,  $\ddot{x}_{0r} \neq 0$ ). Таким чином, характер оптимального (з точки зору критерію (8)) за енергосиловими показниками руху, змінюється кардинальним чином при:

$$\frac{t_n}{T} = \frac{t_r}{T} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \approx 0,0563. \quad (26)$$

Враховуючи (2), співвідношення (26) можна подати у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \omega t_n = \omega t_r &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{g}{H}} t_n = \\ &= \sqrt{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \frac{g}{H}} t_r = \frac{1}{2\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Для кожного заданого значення  $t_n(t_r)$ ,  $m_2/m_1$  існує таке значення  $H$  (довжини каната), за якого змінюється характер руху системи “вантажний візок – канат – ван-

таж” мостового крана, тобто відбувається якісний “стрибок” (біфуркація) у характері цього руху.

У табл. 1 наведені значення  $H^*$  для різних  $m_2/m_1$  та  $t_n(t_r)$ , за яких відбувається біфуркація характеру руху кранової системи:

$$H^* = 8gt_n^2 \cdot \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right). \quad (28)$$

Аналіз результатів розрахунку  $H^*$ , поданих у табл. 1, показує збільшення тривалості перехідного періоду ( $t_n(t_r)$ ) у 2 рази за той самої величини відношення  $m_2/m_1$  збільшує  $H^*$  приблизно у 4 рази. У той самий час, для заданого значення  $t_n(t_r)$  збільшення  $m_2/m_1$  у 3 рази – збільшує  $H^*$  приблизно вдвічі.

**Таблиця 1.** Значення  $H^*$ ,  $m$  для різних  $m_2/m_1$  та  $t_n(t_r)$ ,  $c$ , за яких відбувається біфуркація характеру руху кранової системи

**Table 1.** Values  $H^*$ ,  $m$  for the different  $m_2/m_1$  and  $t_n(t_r)$ ,  $c$ , at which there is a bifurcation of nature of movement of crane system

$m_2/m_1$	$t_n(t_r), c$		
	0,2	0,3	0,4
1	6,2784	14,1264	25,1136
2	9,4176	21,1896	37,6704
3	12,5568	28,2528	50,2272

Для мостових кранів з довжиною прольоту  $l \geq 28m$  величини  $H^*$  цілком реальні і можуть існувати у практиці підйому/опускання вантажів на канатах.

“Фазова” біфуркація характеру руху системи виникає за умови (23) або:

$$\frac{t_n}{T} = \frac{t_r}{T} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \approx 0,1125. \quad (29)$$

У табл. 2 наведені значення  $H^{**}$  для різних  $m_2/m_1$  та  $t_n(t_r)$ , за яких відбувається

“фазова” біфуркація характеру руху кранової системи:

$$H^{**} = 2gt_n^2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right). \quad (30)$$

Аналіз результатів, представлених у табл. 2, дозволяє стверджувати наступне: а) при зміні  $t_n(t_r)$  у три рази (за однакового значення відношення  $m_2/m_1$ )  $H^{**}$  зростає приблизно у 10 разів; б) при зміні  $m_2/m_1$  у 3 рази (за однакового значення  $t_n(t_r)$ )  $H^{**}$  зростає у 2 рази.

**Таблиця 2.** Значення  $H^{**}$ ,  $m$  для різних  $m_2/m_1$  та  $t_n(t_r)$ ,  $c$ , за яких відбувається “фазова” біфуркація характеру руху кранової системи

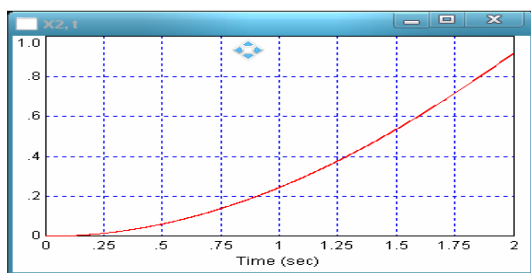
**Table 2.** Values  $H^{**}$ ,  $m$  for the different  $m_2/m_1$  and  $t_n(t_r)$ ,  $c$ , at which there is a bifurcation “the phase” of nature of movement of crane system

$m_2/m_1$	$t_n(t_r), c$				
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	1,5696	3,5316	6,2784	9,8100	14,1264
2	2,3544	5,2974	9,4176	14,715	21,1896
3	3,1392	7,0632	12,5568	19,6200	28,2528

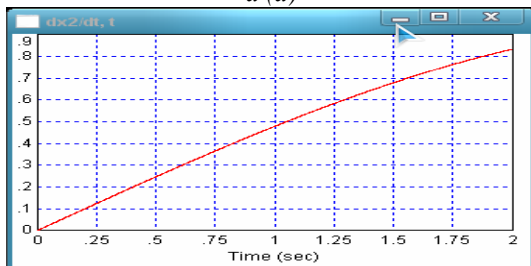
Якщо врахувати дисипативні процеси, які властиві крановим системам, у межах моделі в’язкого (ньютонівського) тертя, тоді енергосиловий критерій буде:

$$m^2 \int_0^{t_n} \left\{ \begin{aligned} & (\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \Omega^2 x)^2 + \\ & + \frac{2}{t_n^2} \left[ \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \Omega^2 x^2) + \right. \\ & \left. + 2\lambda\dot{x}^2 t_n \right] \end{aligned} \right\} dt \Rightarrow \min, \quad (31)$$

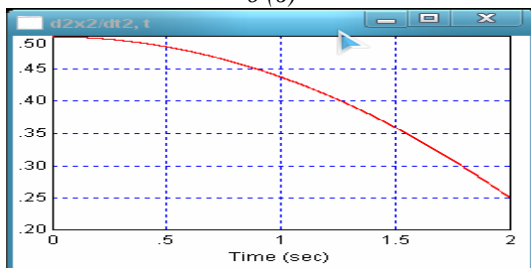
де  $\Omega \equiv \omega$ ,  $\lambda$  – коефіцієнт затухання коливань.



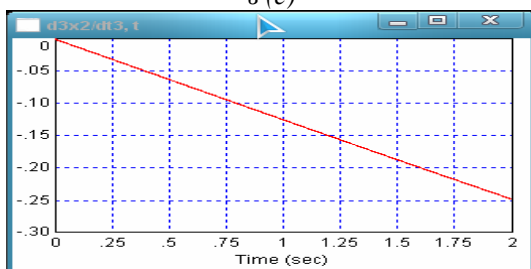
a (a)



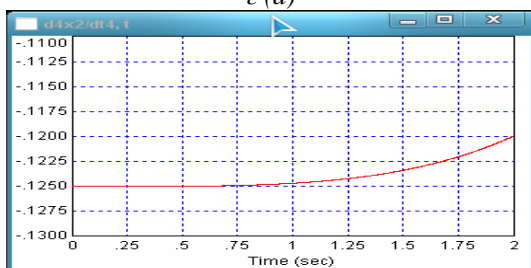
b (b)



c (c)



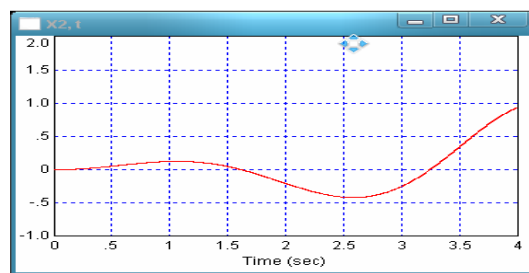
d (d)



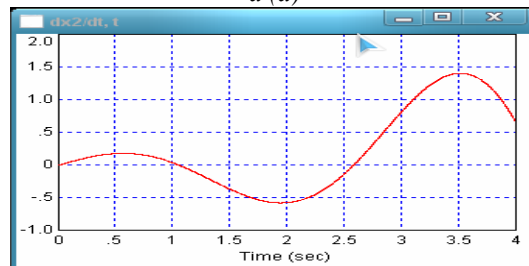
e (e)

**Рис. 1.** Графічні залежності  $x(t) - a$ ,  $\dot{x}(t) - b$ ,  $\ddot{x}(t) - c$ ,  $\ddot{\ddot{x}}(t) - d$  та  $x^{(IV)}(t) - e$  при початкових умовах  $x|_{t=0} = 0$ ,  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ ,  $\ddot{x}|_{t=0} = 0,5 \text{ м/с}^2$ ,  $t_n = 2,0 \text{ с}$ ,  $\omega = 0,5 \text{ рад/с}$

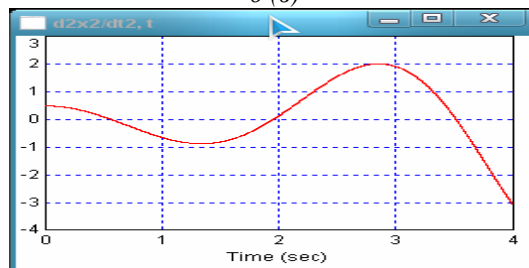
**Fig. 1.** Graphic dependences  $x(t) - a$ ,  $\dot{x}(t) - b$ ,  $\ddot{x}(t) - c$ ,  $\ddot{\ddot{x}}(t) - d$  та  $x^{(IV)}(t) - e$  under entry conditions  $x|_{t=0} = 0$ ,  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ ,  $\ddot{x}|_{t=0} = 0,5 \text{ m/s}^2$ ,  $t_n = 2,0 \text{ s}$ ,  $\omega = 0,5 \text{ rad/s}$



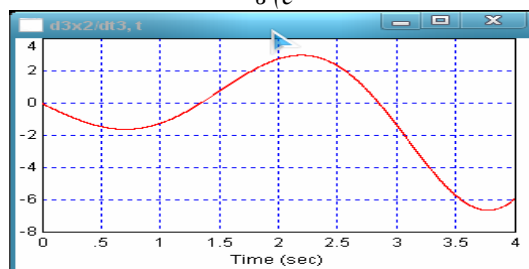
a (a)



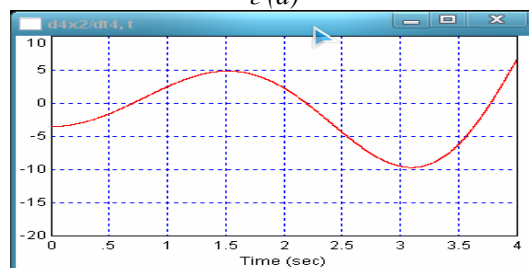
b (b)



c (c)



d (d)



e (e)

**Рис. 2.** Графічні залежності  $x(t) - a$ ,  $\dot{x}(t) - b$ ,  $\ddot{x}(t) - c$ ,  $\ddot{\ddot{x}}(t) - d$  та  $x^{(IV)}(t) - e$  при початкових умовах  $x|_{t=0} = 0$ ,  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ ,  $\ddot{x}|_{t=0} = 0,5 \text{ м/с}^2$ ,  $t_n = 1,0 \text{ с}$ ,  $\omega = 2,0 \text{ рад/с}$

**Fig. 2.** Graphic dependences  $x(t) - a$ ,  $\dot{x}(t) - b$ ,  $\ddot{x}(t) - c$ ,  $\ddot{\ddot{x}}(t) - d$  та  $x^{(IV)}(t) - e$  under entry conditions  $x|_{t=0} = 0$ ,  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ ,  $\ddot{x}|_{t=0} = 0,5 \text{ m/s}^2$ ,  $t_n = 2,0 \text{ s}$ ,  $\omega = 0,5 \text{ rad/s}$

Необхідна умова реалізації критерію (31) – рівняння Ейлера-Пуассона буде:

$$x^{(IV)} + \left( 2\Omega^2 - 4\lambda^2 - \frac{1}{t_n^2} - \frac{4\lambda}{t_n} \right) \ddot{x} + \left( \Omega^4 + \frac{\Omega^2}{t_n^2} \right) x = 0. \quad (32)$$

При  $\lambda = 0$  (32) переходить у (9), в такому разі  $\omega \equiv \Omega$ .

Чисельні розрахунки на ПЕОМ для різних значень  $\omega(\Omega)$ ,  $t_n$  та  $\lambda$  наведені на рис. 1 та 2, де подані залежності  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ ,  $\ddot{\ddot{x}}(t)$  та  $x^{(IV)}(t)$  для початкових умов типу (24).

### ВИСНОВОК

1. Запропоновано новий енергосиловий критерій оптимізації режимів руху мостових кранів у процесах їхнього пуску та гальмування. Встановлені основні кінематичні та динамічні характеристики такого руху, які залежать від співвідношення тривалості перехідного процесу (пуску чи гальмування) до періоду коливань власне кранової системи, що відповідає частоті власних маятникових коливань вантажу відносно крана за період розгону/гальмування.

2. Отримані у даному дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку режимів руху мостових кранів за процес їхнього пуску та гальмування як у режимах їхньої реальної експлуатації, так і на стадіях проектування/конструювання.

### ЛІТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Лощинин В.С.* Динамика машинных агрегатов на предельных режимах движения. – М.: Наука, 1977. – 325 с.
2. *Грузоподъемные машины* / М.П. Александров, Л.Н. Колобов, Н.А. Лобов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 400 с.
3. *Грузоподъемные краны* / Под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение. Кн. 1. – 1981. – 216 с.; Кн. 2. – 1981. – 287 с.
4. *Казак С.А.* Динамика мостовых кранов. – М.: Машиностроение, 1968. – 472 с.
5. *Лобов Н.А.* Динамика грузоподъемных кранов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1965. – 204 с.

### REFERENCES

1. *Artobolevskij I.I., Loshhinin V.S.*, 1977. Dinamika mashinnyh agregatov na predel'nyh rezhimakh dvizhenija [Dynamics of machine units on limit modes of movement]. Moscow, Nauka Publ., 325.
2. *Aleksandrov M.P., Kolobov L.N., Lobov N.A.* and others, 1986. Gruzopodjomnye mashiny [Load-lifting cars]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 400.
3. *Aleksandrov M.P.*, 1981. Gruzopodjomnye kраны [Load-lifting cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., kniga 1, 216; kniga 2, 287.
4. *Kazak S.A.*, 1968. Dinamika mostovyh kранов [Dynamics of bridge cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 472.
5. *Lobov N.A.*, 1987. Dinamika грузopodjomnyh kранов [Dynamics of load-lifting cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 160.
6. *Landau L.D., Lifshic E.M.*, 1965. Teoreticheskaja fizika. T. 1. Mehanika [Theoretical physics. T. 1. Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 204.