

НОВИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ТА НЕЛІНІЙНИХ ХВИЛЕУТВОРЕНЬ У ПРОТЯЖНИХ ГІРНИЧИХ ТРАНСПОРТНИХ МАШИНАХ

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Костянтин Почка²

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна
² Київський національний університет будівництва і архітектури, Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна

NEW METHOD OF THE ANALYSIS OF TRANSIENTS AND NONLINEAR WAVE FORMATIONS IN EXTENDED MOUNTAIN TRANSPORT CARS

Yuriy Chovnyuk¹, Mykhaylo Dykteruk², Konstantin Pochka²

¹ National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Heroyiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine
² Kyiv National University of Construction and Architecture, Povitroflotsky Prospect, 31, Kyiv, Ukraine

АНОТАЦІЯ. У статті запропоновано новий метод аналізу перехідних процесів та нелінійних хвилеутворень у протяжних гірничих транспортних машинах. Моделлю обрано подовжно-деформівний пружний стрижень, що зв'язаний з основою силами сухого, в'язкого та нелінійно-в'язкого тертя.

Ключові слова: метод, аналіз, перехідний процес, нелінійність, хвилеутворення, протяжність, гірнична машина, транспорт.

АННОТАЦИЯ. В статье предложен новый метод анализа переходных процессов и нелинейных волнообразований в протяжённых горных транспортных машинах. Моделью выбран продольно-деформируемый упругий стержень, который связан с основанием силами сухого, вязкого и нелинейно-вязкого трения.

Ключевые слова: метод, анализ, переходной процесс, нелинейность, волнообразования, протяжённость, горная машина, транспорт.

ABSTRACT. Purpose. The purpose of work consists in justification of a method of the analysis of transients and nonlinear wave formations in extended mountain transport cars. Use of the numerical and analytical approach offered in ground research, together with a method of phase portraits (classical and highest orders) allows to establish the main kinematic characteristics of objects of research and types of oscillating motions and wave formations which arise at them during start-up/braking of mountain transport cars. **Methodology/approach.** Researches in this work are of analytical character. **Findings.** As model it is chosen it is longitudinal a deformable elastic core which is connected with the basis powers of dry, viscous and nonlinear and viscous friction. The method of phase portraits (classical and the highest orders) established the main features of movement of similar mechanical systems. **Research limitations/implications.** Results of this work can be used further for specification and improvement of existing engineering methods of calculation and the analysis of transients and nonlinear wave formations at extended mountain transport cars as at stages of their design or designing, and in modes of real operation. **Originality/value.** The work has scientific and practical interest.

Key words: method, analysis, transitional process, nonlinearity, wave formations, extent, mountain car, transport.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасний рівень розвитку технології видобутку й переробки корисних копалин обумовлює широке застосування у гірничій промисловості протяжних транспортних пристроїв, характерною особливістю яких є те, що один із розмірів суттєво перевищує інші. Це стрічкові та скребкові конвеєри, шахтні підйомні пристрої, горизонтальні та вертикальні вібраційні конвеєри. Науково обґрунтоване врахування динамічних процесів, які протікають у цих машинах, є одним з основних факторів, що визначають працездатність, надійність та економічність

конструкції. Оскільки всебічний розгляд та дослідження цих процесів практично неможливі, для наближеного їх опису зазвичай використовуються розрахункові моделі.

При розрахунковому моделюванні динамічних процесів у протяжних транспортних пристроях широко використовуються моделі, основним елементом яких є пружний прямолінійний стрижень. Зрозуміло, що такі моделі не можуть відображати усі особливості прототипу. Проте часто саме вони дозволяють виявляти найбільш суттєві сторони явища, уникати накладань ефектів різної фізичної природи.

Подовжньо-деформівний пружний стрижень, зв'язний з основою силами сухого (та інших видів) тертя, широко застосовується як розрахункова схема при вивченні перехідних процесів ряду технічних пристроїв, зокрема, протяжних конвеєрних установок різного типу, які застосовуються у гірничій промисловості. Саме тому розробка прийомів інтегрування та чисельно-аналітичного розв'язку рівняння руху вказаного стрижня має безпосереднє відношення до визначення динамічних зусиль у тягових органах протяжних пристроїв при дослідженні перехідних процесів (процесів пуску/гальмування) та основних параметрів просторово-часової еволюції виникаючих у стрижнях нелінійних хвилеутворень.

ОГЛЯД ПУБЛІКАЦІЙ

Задачі розповсюдження подовжньої хвилі деформації, яка викликана кінцевим подовжнім зусиллям, у пружному стрижні, зв'язаному з основою силами сухого тертя, розглянуті у роботах [1-4]. Інтенсивні подовжньо-крутні та згинно-крутні хвилі у пружному стрижні досліджені у роботі [5]. Результати цитованих вище робіт будуть використані у даному дослідженні.

МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у обґрунтуванні методу аналізу перехідних процесів та нелінійних хвилеутворень у протяжних гірничих транспортних машинах. Використання чисельно-аналітичного підходу, запропонованого у даному дослідженні, разом з методом фазових портретів (класичного та вищих порядків) дозволяє встановити основні кінематичні характеристики об'єктів дослідження та типи коливальних рухів і хвилеутворень, що виникають в них під час пуску/гальмування гірничих транспортних машин (стрічкових та скребкових конвеєрів, шахтних підйомних пристроях).

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

1. Моделювання руху стрижня, зв'язаного з основою силами сухого тертя, під дією подовжньої сили

Розглянемо пружний стрижень довжиною l , що лежить на суцільній твердій основі (рис.1). До лівого кінця стрижня прикладена змінна у часі розтягуюча сила $P(t)$. Його рухові перешкоджають (створюють опір) сили сухого тертя q_* = $-\text{sign}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \cdot \mu \cdot \rho \cdot g$, що виникають на поверхні контакту між стрижнем та основою (g – прискорення вільного падіння; μ – коефіцієнт тертя; ρ – щільність матеріалу стрижня; u – переміщення стрижня, $u = u(x, t)$; x – просторова, а t часова координати відповідно). Зазначимо, що q_* визначає питому силу опору сухого тертя (на одиницю об'єму стрижня). Початок координат зв'язуємо з лівим кінцем стрижня, а координатну вісь Ox спрямовуємо зліва направо.



Рис. 1. Стрижень, зв'язаний з основою силами сухого тертя

Fig. 1. The core connected with the basis by powers of dry friction

За зростання сили $P(t)$ від нульового значення у стрижні (починаючи від його лівого кінця) розповсюджується хвиля деформації і у рух поступово залучаються нові елементи стрижня. У фіксований момент часу t одна частина стрижня знаходиться у стані руху, а інша – у стані спокою. Границя між обома частинами (фронт хвилі) змінюється і є шуканою функцією часу [4]. Такий процес буде мати місце до тих пір, поки фронт хвилі не досягне правого кінця та не прийде до руху весь стрижень.

Переміщення перерізів стрижня описується неоднорідним хвильовим рівнянням

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\text{sign}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \cdot q, \quad (1)$$

де q – розподілене подовжнє навантаження, що утворюється силами тертя та віднесене до одиниці маси стрижня, $q = \mu \cdot g$;

$a^2 = E/\rho$; E – модуль пружності Юнга матеріалу стрижня; $a = \sqrt{E/\rho}$ – швидкість розповсюдження подовжніх хвиль деформації у стрижні.

Гранична умова на лівому кінці стрижня виражається рівністю

$$\frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = \tilde{p}(t), \quad (2)$$

де p – задана безрозмірна функція часу, що визначається величиною сили $P(t)$; $\tilde{p}(t) = P(t)/(E \cdot S)$; S – площа поперечного перерізу стрижня.

Значимо, що права частина рівняння (1) показує наступне: сили тертя прикладені до елементів стрижня, які здійснюють рух і спрямовані у протилежному до цього руху напрямку. Зрозуміло, що у разі зростання функції $p(t)$ рух елементів стрижня здійснюється у зворотному напрямку і рівняння (1) для рухливої ділянки стрижня набуває вигляду [4]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = q. \quad (3)$$

Використаємо підхід роботи [5] і введемо наступні позначення:

$$\tilde{u} = \frac{u}{l}; \quad \tilde{x} = \frac{x}{l}; \quad \frac{a}{l} = \Omega; \quad \tau = \Omega \cdot t; \quad (4)$$

$$\tilde{\eta} = \tilde{x} - V \cdot \tau; \quad V > 0,$$

де $\tilde{\eta}$ – аргумент у рухомій (пов'язаній з виникаючою хвилею) системі координат. Вважаємо, що $\tilde{u} = \tilde{u}(\tilde{\eta})$. Тоді рівняння (1) набуває вигляду

$$\frac{d^2 \tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} = \frac{\mu \cdot g}{l \cdot \Omega^2 \cdot (V^2 - 1)} \cdot \text{sign} \left[\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right]. \quad (5)$$

У (5) і далі V вважаємо параметром швидкості розповсюдження хвилі у стрижні. Якщо $V=1$, то швидкість розповсюдження хвилі $V_w = a$, а якщо $V > 1$ – $V_w > a$.

2. Моделювання руху стрижня, зв'язаного з основою силами сухого, в'язкого та квадратичного тертя, під дією подовжньої сили

Якщо сили опору рухові стрижня складаються з кількох типів сил тертя (сухого, в'язкого та квадратичного), то рівняння (1) ускладнюється і приймає вигляд

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\text{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \mu \cdot g - \alpha \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \beta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2, \quad (6)$$

де α – коефіцієнт в'язкого тертя, $[\alpha] = 1/c$; β – коефіцієнт квадратичного тертя, $[\beta] = 1/m$.

З використанням позначення (5) рівняння (6) набуває вигляду

$$\frac{d^2 \tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} = \frac{\mu \cdot g}{l \cdot \Omega^2 \cdot (V^2 - 1)} \cdot \text{sign} \left[\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right] + \left(\frac{\alpha \cdot V}{(V^2 - 1) \cdot \Omega} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - \frac{\beta \cdot l \cdot V^2}{(V^2 - 1)} \cdot \left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)^2 \right). \quad (7)$$

3. Моделювання руху стрижня, зв'язаного з основою силами комбінованого тертя, під дією подовжньої сили.

У найбільш загальному випадку сили опору рухові стрижня складаються із сил тертя наступного виду: 1) сухого; 2) в'язкого; 3) квадратичного; 4) нелінійно-в'язкого. У цьому випадку замість (7) маємо рівняння

$$\frac{d^2 \tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} = \frac{\mu \cdot g}{l \cdot \Omega^2 \cdot (V^2 - 1)} \cdot \text{sign} \left[\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right] + \left(\frac{\alpha \cdot V}{(V^2 - 1) \cdot \Omega} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - \frac{\beta \cdot l \cdot V^2}{(V^2 - 1)} \cdot \left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)^2 + \gamma \cdot \frac{l^{n-2} \cdot \Omega^{n-3} \cdot V^{n-1}}{(V^2 - 1)} \cdot \left| \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right|^{n-2} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right), \quad (8)$$

де γ – коефіцієнт нелінійно-в'язкого тертя, $n > 2$.

Рівняння (5), (7) та (8) можна розв'язати лише чисельними методами на ПЕОМ.

Вихідні дані для таких розрахунків наступні: $\mu = 0,1$; $l = 20 \text{ м}$; $V > 1$ ($V = 1,01$; $V = 2$; $V = 3$); $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; $\alpha/\Omega = 1$; $\beta \cdot l = 1$; $\Omega = (8 \dots 25) \text{ с}^{-1}$; $n = (4; 5)$; $\gamma \cdot l^{n-2} \cdot \Omega^{n-3} = 1$.

За обраних значень вихідних параметрів задачі рівняння (7) та (8) спрощуються і приймають наступний вигляд:

$$\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} = \frac{\mu \cdot g}{l \cdot \Omega^2 \cdot (V^2 - 1)} \cdot \text{sign} \left[\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right] + \quad (7^*)$$

$$+ \left(\frac{V}{V^2 - 1} \right) \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - \frac{V^2}{(V^2 - 1)} \cdot \left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)^2;$$

$$\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} = \frac{\mu \cdot g}{l \cdot \Omega^2 \cdot (V^2 - 1)} \cdot \text{sign} \left[\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right] + \quad (8^*)$$

$$+ \left(\frac{V}{V^2 - 1} \right) \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - \frac{V^2}{(V^2 - 1)} \cdot \left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)^2 +$$

$$+ \frac{V^{n-1}}{(V^2 - 1)} \cdot \left| \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right|^{n-2} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}.$$

На рис.2 – рис.5 наведено графіки залежностей $\tilde{u}(\tilde{\eta})$, $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$, $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$, а також фазові портрети: $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)$; $\left(\tilde{u}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$ та $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$ для обраних вихідних даних.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано та обґрунтовано новий метод аналізу перехідних процесів та нелінійних хвилеутворень у протяжних гірничих транспортних машинах.
2. Як робочу модель обрано поздовжньо-деформівний пружний стрижень, що зв'язаний з основою силами сухого, в'язкого та нелінійно-в'язкого (комбінованого) тертя.
3. Методом фазових портретів (класичного та вищих порядків) встановлені основні особливості руху подібних механічних систем.
4. Результати роботи у подальшому можуть бути використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку та аналізу перехідних процесів і нелінійних хвилеутворень у протяжних гірничих транспортних машинах як на стадіях їх проектування чи конструювання, та і у режимах реальної експлуатації.

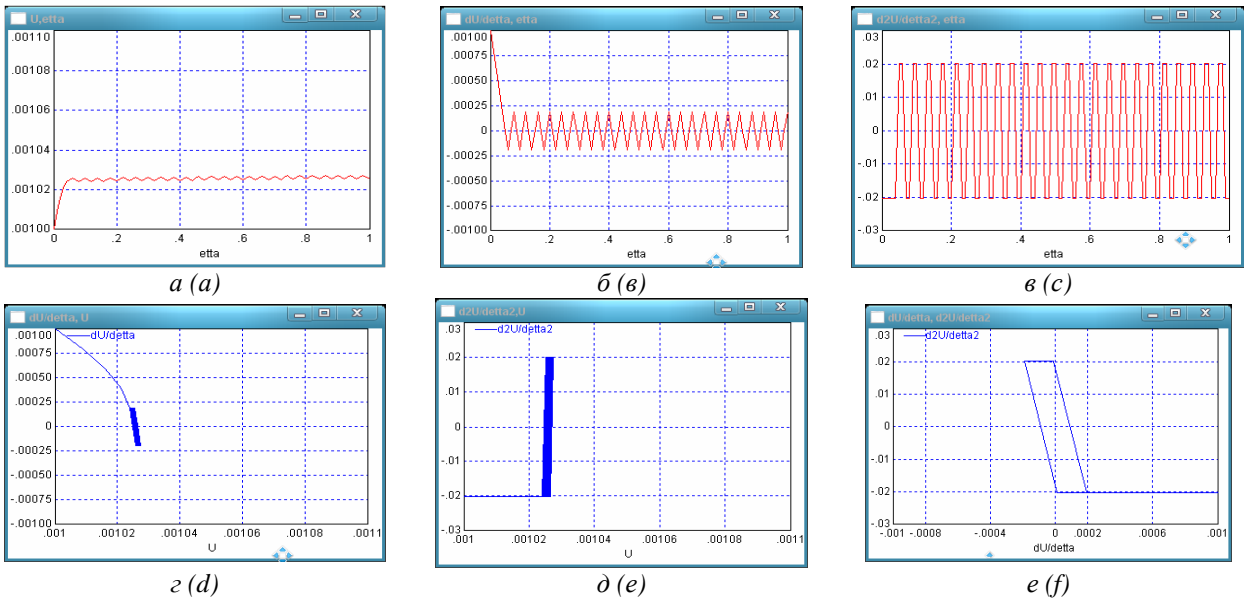


Рис. 2. Графічні залежності: $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – б; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – в; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)$ – г; $\left(\tilde{u}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$ – д та $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$

– е при наступних параметрах $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ м}$; $V = 0,9$; $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$

Fig. 2. Graphic dependences: $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – б; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – в; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} \right)$ – г; $\left(\tilde{u}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$ – е and $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} \right)$

– f at the following parameters $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ m}$; $V = 0,9$; $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$

НОВИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ТА НЕЛІНІЙНИХ ХВИЛЕУТВОРЕНЬ
У ПРОТЯЖНИХ ПІРНИЧИХ ТРАНСПОРТНИХ МАШИНАХ

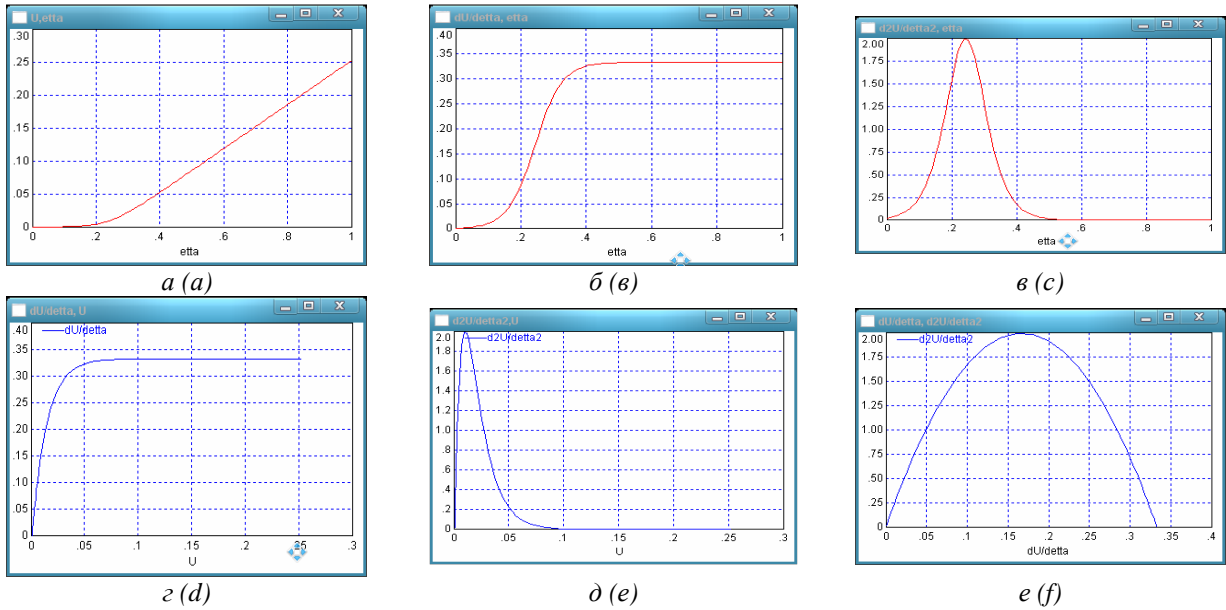


Рис. 3. Графічні залежності $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a ; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – b ; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – c ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – d ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – e та $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right)$ – f за наступних параметрах $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ м}$; $V = 3$; $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$

Fig. 3. Graphic dependences $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a ; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – b ; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – c ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – d ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – e and $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right)$ – f at the following parameters $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ m}$; $V = 3$; $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$

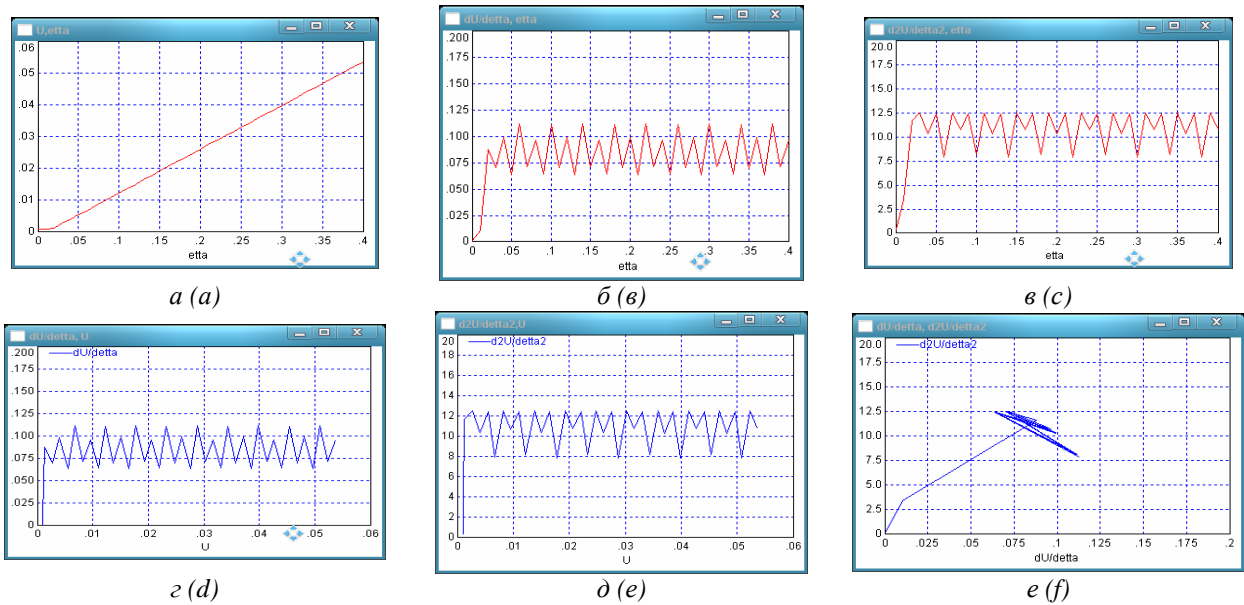


Рис. 4. Графічні залежності $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a ; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – b ; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – c ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – d ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – e та $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right)$ – f за наступних параметрах $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ м}$; $V = 7,15$; $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$

Fig. 4. Graphic dependences $\tilde{u}(\tilde{\eta})$ – a ; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}$ – b ; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}$ – c ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – d ; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right)$ – e and $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right)$ – f at the following parameters $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ m}$; $V = 7,15$; $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$

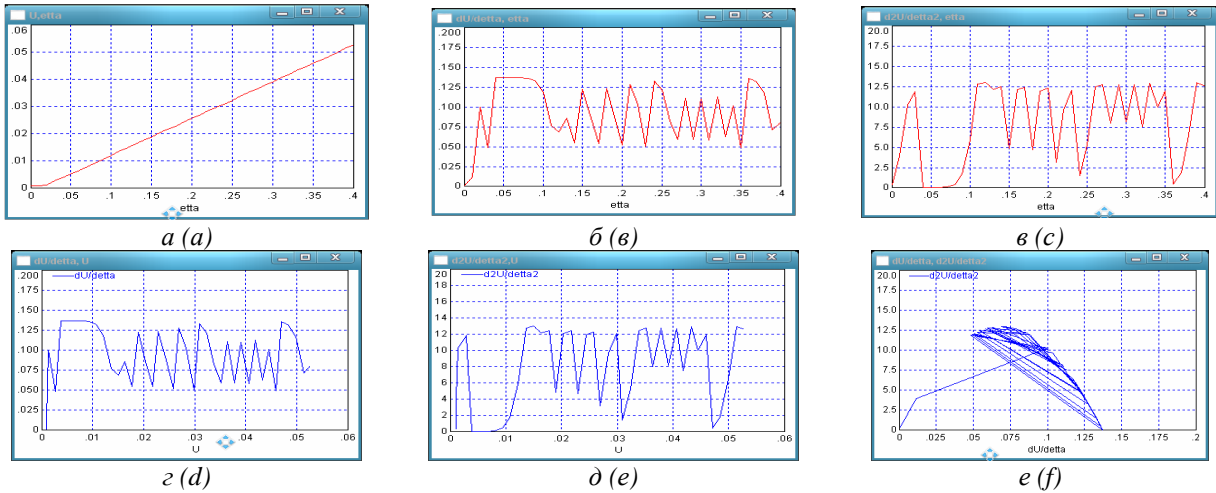


Рис. 5. Графічні залежності $\tilde{u}(\tilde{\eta}) - a$; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - b$; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} - c$; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right) - z$; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right) - d$ та $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right) - e$ за

наступних параметрах $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ м}$; $V = 7,285$; $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$

Fig. 5. Graphic dependences $\tilde{u}(\tilde{\eta}) - a$; $\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}} - b$; $\frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2} - c$; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right) - d$; $\left(\tilde{u}; \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}\right) - e$ and $\left(\frac{d\tilde{u}}{d\tilde{\eta}}; \frac{d^2\tilde{u}}{d\tilde{\eta}^2}\right) - f$ at

the following parameters $\mu = 0,5$; $l = 20 \text{ m}$; $V = 7,285$; $\omega = 8 \text{ s}^{-1}$

ЛІТЕРАТУРА

1. Заболотный Ю.В., Колосов Л.В., Раздольский А.Г. О движении упругого полубесконечного стержня, связанного с основанием силами трения // Стальные канаты. – 1970. – Вып. 7. – С. 323-326.
2. Заболотный Ю.В., Раздольский А.Г. К анализу процесса трогания ленточного конвейера // Горная электромеханика и автоматика. – 1972. – Вып. 21. – С. 43-48.
3. Раздольский А.Г. Распространение волны в упругом стержне ступенчатого сечения, лежащем на твёрдом основании // Динамика и прочность машин. – 1975. – Вып. 21. – С. 71-77.
4. Червоненко А.Г., Раздольский А.Г., Заболотный Ю.В. Динамика протяжённых горных транспортных машин. – Киев: Наукова думка, 1983. – 192 с.
5. Ерофеев В.И., Зинченко А.С., Кажяев В.И. Интенсивные продольно-крутильные волны в стержне // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2011. – № 6. – С. 24-27.

1. silami trenija [About movement of the elastic semi-infinite core connected with the basis by friction forces]. Stal'nye kanaty [Steel ropes], no. 7. 323-326.
2. Zabolotnyj Ju.V., Razdol'skij A.G., 1972. K analizu processa troganija lentochного konvejjera [To the analysis of process of start-off of the tape conveyor]. Gornaja jelektromehaniка i avtomatika [Mountain electromechanics and automatic equipment], No. 21. 43-48.
3. Razdol'skij A.G., 1975. Rasprostranenie volny v uprugom stержne stupenчатого sечenija, lezhashhem na tvjrdom osnovanii [Wave distribution in the elastic core of the step section lying on the firm basis]. Dinamika i prochnost' mashin [Dynamics and durability of cars], no. 21. 71-77.
4. Chervonenko A.G., Razdol'skij A.G., Zabolotnyj Ju.V., 1983. Dinamika protjazhjonnyh gornyh transportnyh mashin [Dynamics of extended mountain transport cars]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 192.
5. Erofeev V.I., Zinchenko A.S., Kazhaev V.I., 2011. Intensivnye prodol'no-krutil'nye volny v stержne [Intensive longitudinally torsional waves in a core]. Problemy mashinostroeniija i nadjozhnosti mashin [Problems of mechanical engineering and reliability of cars], No. 6. 24-27.

REFERENCES

1. Zabolotnyj Ju.V., Kolosov L.V., Razdol'skij A.G., 1970. O dvizhenii uprugogo polubeskonечного stержnja, svjazannogo s osnovaniem