РОЗРАХУНКОВА СХЕМА ТА КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ ПРИ ПОВОРОТІ СТРІЛОВОЇ СИСТЕМИ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА

Юрій Човнюк[1], Михайло Діктерук[2], Костянтин Почка[2], Світлана Комоцька[2]

[1] Національний університет біоресурсів і природокористування України, 03041, вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна, e-mail: ychovnyuk@ukr.net
[2] Київський національний університет будівництва і архітектури, 03680, Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

THE CALCULATION CHART AND KINEMATIC ANALYSIS OF NONLINEAR OSCILLATIONS OF LOAD DURING FREE STANDING LIFTING CRANE'S TURNING

Yuriy Chovnyuk[1], Mykhaylo Dykteruk[2], Konstantin Pochka[2] , Svetlana Komotska[2]

[1] National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, 03041, Heroyiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine, e-mail: ychovnyuk@ukr.net
[2] Kyiv National University of Construction and Architecture, 03680, Povitroflotskyy prospect, 31, Kyiv, Ukraine, e-mail: ychovnyuk@ukr.net

АНОТАЦІЯ. У статті розглянута та обґрунтована розрахункова схема стрілової системи вантажопідйомного крана з двома ступенями вільності руху в умовах рівномірного та нерівномірного повороту. Досліджений вплив відцентрових сил на нелінійні маятникові коливання вантажу на канаті. Сформульована й запропонована математична модель, яка є частиною узагальненої моделі вантажопідйомного крана, що функціонує у різноманітних режимах експлуатації. Встановлені зони безпечних амплітуд коливань і, відповідно, безпечних зон експлуатації таких кранів з позиції виключення порушень техніки безпеки при використанні стрілових систем кранів (мінімізація амплітуд нелінійних маятникових коливань вантажу на канаті).

Ключові слова: *підйомно-транспортні машини, розрахунок, кінематика, аналіз, нелінійність, коливання, вантаж, поворот, стрілова система, кран.*

АННОТАЦИЯ. В статье рассмотрена и обоснована расчетная схема стреловой системы грузоподъемного крана с двумя степенями свободы движения в условиях равномерного и неравномерного поворота. Исследовано влияние центробежных сил на нелинейные маятниковые колебания груза на канате. Сформулирована и предложена математическая модель, являющаяся частью общей модели грузоподъемного крана, функционирующего в разных режимах эксплуатации. Установлены зоны безопасных амплитуд колебаний и, соответственно, безопасных зон эксплуатации таких кранов с позиции исключения нарушений техники безопасности при использовании стреловых систем кранов (минимизация амплитуд нелинейных маятниковых колебаний груза на канате).

Ключевые слова: *подйомно-транспортные машины, расчет, кинематика, анализ, нелинейность, колебания, груз, поворот, стреловая система, кран.*

*ABSTRACT. **Purpose.** The improved calculation chart of the free-standing system of loading crane is formulated and offered. . **Methodology/approach.** One may use the system of loading crane with a two degrees of motion's freedom and in the conditions of even and uneven turn. The influence of the centrifugal forces on the nonlinear pendulum vibrations of load on a rope is investigated. **Research limitations/implicetions.** There are only two degrees of motion's freedom for investigated loading crane. The last one is in the conditions of even and uneven turn. **Originality/value.** The areas of safe amplitudes of vibrations are set and, accordingly, one may set safe areas of exploitation of such cranes from position of an avoidance of violations of accident prevention when the is free-standing systems are used. The criteria of minimization of nonlinear pendulum's vibration amplitudes of a load on a rope is proposed.*

Key words: *lifting and transport machines, calculation, kinematics, analysis, non-linearity, vibrations, load, turn, free-standing system, crane.*

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Робота підйомно-транспортних машин (ПТМ), зокрема кранів, тісно узгоджується з виробничим циклом і впливає на їх продуктивність, час і ефективність експлуатації виробничого устаткування, транспортних засобів і в цілому – на технологічний процес промислових і транспортних підприємств. Зрозуміло, що від характеру робочих рухів залежать навантажувальні, ча-

сові, геометричні, кінематичні й інші параметри перевантажувального процесу.

Істотною особливістю сучасних ПТМ є обмеження, що накладаються на їх характеристики (кінематичні та динамічні): швидкість руху вантажу, повороту стріли, прискорення, кут відхилення від вертикалі вантажу на канаті, обертальні моменти. Першочергове значення має те, що ПТМ становлять складні динамічні системи, стан котрих змінюється у часі: вони знаходяться під впливом різноманітних зовнішніх збурень (тиск та швидкість вітру, коливання температури, динамічні навантаження тощо).

Для вирішення проблеми поліпшення конструктивних і експлуатаційних показників ПТМ можна використати математичну модель процесу експлуатації реальної ПТМ і таким чином виявити умови уникнення порушень правил техніки безпеки.

Однією з причин зменшення продуктивності ПТМ є значні розгойдування вантажу на гнучкому підвісі (канаті) – так звані маятникові (нелінійні, у загальному випадку) коливання. Найбільш характерним є нелінійні маятникові розгойдування вантажу при повороті стріли крана за рахунок впливу дії відцентрової сили та сили інерції вантажу у режимах пуску/гальмування кранової системи. Отже, вантаж одночасно коливається у площині розгойдування стріли і переміщується з цієї площини. Накладання цих двох типів коливань створює труднощі для роботи оператора крана, знищує в цілому безпеку виконання різноманітних робіт. Зазвичай задля зменшення маятникових коливань вантажу збільшують час розгону або ж застосовують керований (мехатронною системою управління) електропривод, котрий розганяє й зупиняє (гальмує) кран за певним законом у часі. Саме цьому способу керування приділяється велика увага у сучасних керованих кранових системах. Однак більшість зі вказаних вище методів керування не враховують різноманітні конструктивні та експлуатаційні фактори, такі, зокрема, як зазори у передавальних механізмах і жорсткість елементів конструкції. Таким чином, актуальним завданням є саме пошук режиму повороту вантажопідйомного крана який би враховував вплив його конструктивних параметрів та особливостей.

ОГЛЯД ПУБЛІКАЦІЙ

У роботах [1…3] розглянуті елементи мехатронних систем керування електроприводом механізму повороту стріли вантажопідйомного крана, а пошук оптимальних режимів здійснення подібного маневру з урахуванням кінематичних та динамічних особливостей самого крана наведений у [3, 5]. Проблеми стабілізації режимів руху крана, за яких останній функціонує у безпечних умовах експлуатації, присвячені дослідження [4, 6, 7, 8]. Проте, на думку авторів даного дослідження, необхідно обгрунтувати схему розрахунку та математичну модель нелінійних маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі, яка б враховувала всі основні конструктивні параметри кранової системи і забезпечувала б її наявне безпечне (з точки зору техніки безпеки експлуатації ПТМ) функціонування. Крім того, розрахункова схема повинна бути уточнена й вдосконалена [5] врахуванням нелінійності маятникових коливань вантажу, що може призвести при повороті крана до значних розгойдувань вантажу на канаті. Результати цитованих робіт частково використані у даному дослідженні.

МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у обґрунтуванні й уточненні розрахункової схеми та математичної моделі повороту стріли вантажопідйомного крана, яка б враховувала вплив відцентрових сил на маятникові коливання вантажу (нелінійні за своєю фізичною сутністю), підвішеного на гнучкому канаті, і давала змогу дослідникам подібних механічних систем визначати безпечні амплітуди коливань та безпечні зони експлуатації кранової системи.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розрахункову схему стрілової системи крана з двома степенями вільності руху розроблено у [3,5].

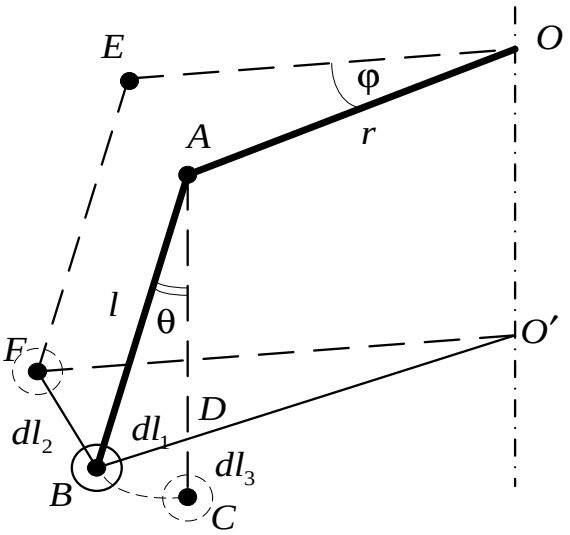


Рис.1. Розрахункова схема стрілової системи крана з двома ступенями вільності руху

Fig.1. A calculation chart of the crane's system with two degrees of motion

На рис.1 прийняті наступні позначення: m - маса вантажу, l - довжина підвісу, r - відстань від точки підвісу до осі обертання, ω - кутова швидкість повороту крана $\left(\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}(t)\right)$, θ - кут відхилення канату від вертикалі, φ - кут повороту стріли крана, $dl_1 = l \cdot \cos\theta d\theta$ - зміна відстані від осі обертання до вантажу вздовж r, $dl_2 = (r + l \cdot \sin\theta) d\varphi$ - зміна довжини дуги, по якій проходить вантаж при повороті крана навколо вісі OO', $dl_3 = l \sin\theta d\theta$ - зміна висоти вантажу.

Після визначення функції Лагранжа отримані наступні рівняння нелінійних маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі (канаті) при повороті стріли крана [3, 5]:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - \left(\frac{r}{l} + \sin\theta\right) \cdot \cos\theta \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{g}{l} \cdot \sin\theta = 0; \\ \varphi = \varphi(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, t – час, $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, g - прискорення вільного падіння.

Початкові умови для розв'язку системи (1) нульові

$$\theta\big|_{t=0} = 0, \dot{\theta} = \left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

Якщо ввести позначення [5] $\alpha = \frac{r}{l}, \beta = \frac{g}{l}$, то систему (1) можна подати у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - (\alpha + \sin\theta) \cdot \cos\theta \cdot \dot{\varphi}^2 + \beta \cdot \sin\theta = 0; \\ \varphi = \varphi(t), \end{cases} \quad (3)$$

Якщо перше рівняння системи (3) подати у стандартному вигляді, то

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + (\beta - \cos\theta \cdot \dot{\varphi}^2) \sin\theta - \alpha \cos\theta \ddot{\varphi}^2 = 0; \\ \varphi = \varphi(t). \end{cases} \quad (4)$$

Отже, маємо систему рівнянь (4), у якій нелінійні маятникові коливання $\theta(t)$ здійснюються з миттєвою частотою Ω, яка визначається наступним чином:

$$\Omega = (\beta - \cos\theta \cdot \dot{\varphi}^2)^{1/2}. \quad (5)$$

При цьому $\Omega = \Omega(\beta, \theta, \dot{\varphi}, t)$. Крім того, вказані нелінійні маятникові коливання вантажу на канаті при повороті крана здійснюються під впливом нелінійної сили тертя f_n, яка дорівнює

$$f_n = -\alpha \cdot \cos\theta \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (6)$$

Розглянемо випадок повороту крана з постійною кутовою швидкістю ω $(\frac{d\varphi}{dt} = \omega = const)$ при малому куті відхилення від вертикалі (тобто $\theta << 1$, $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$). Саме цей випадок детально розглянутий у [5]. Система рівнянь (4) у такій ситуації набуває вигляду

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + (\beta - \omega^2)\theta - \alpha \cdot \omega^2 = 0; \\ \varphi = \omega \cdot t. \end{cases} \quad (7)$$

Розв'язок (7) при умовах (2) має вигляд

$$\theta(t) = \frac{2\omega^2 \cdot \alpha}{(\beta - \omega^2)} \cdot \sin^2\left\{\frac{\sqrt{\beta - \omega^2}}{2} \cdot t\right\}. \quad (8)$$

Амплітуда лінійних маятникових коливань визначається зі співвідношення:

$$A = \frac{2\alpha}{\left[\frac{\beta}{\omega^2} - 1\right]}. \quad (9)$$

Графік залежності $A(\alpha, \frac{\beta}{\omega^2})$ наведений на рис. 2.

Отже, за наявності лінійних маятникових коливань вантажу при

$\dot{\phi} = \omega = \text{const}(0 < \theta << 1)$ у системі існує резонанс на частоті

$$\omega^* = \sqrt{\beta} = \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (10)$$

Тобто, при поворотах з частотою ω^* (це циклічна частота коливань математичного

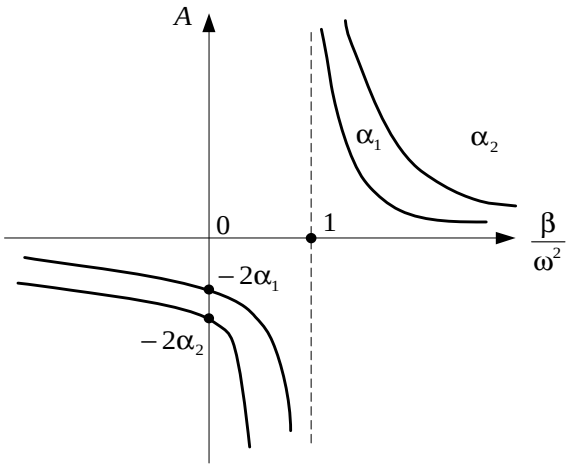


Рис.2. Амплітуда лінійних маятникових коливань вантажу у залежності від $\alpha, \frac{\beta}{\omega^2}\ (\alpha_2 > \alpha_1 > 0)$

Fig.2. Amplitudes of linear pendulum's vibrations of load in dependence on $\alpha, \frac{\beta}{\omega^2}\ (\alpha_2 > \alpha_1 > 0)$

маятника) маятникові коливання вантажу набувають значної амплітуди $A \Rightarrow \infty$. Зрозуміло, що при поворотах крана з деякою частотою ω слід уникати подібних резонансів, оскільки вони призведуть до значних розгойдувань вантажу на канаті (тобто, $\omega \neq \omega^*$).

Самі коливання зазначеного типу у випадку $0 < \theta << 1, \omega = \text{const}$ здійснюється з частотою $\tilde{\Omega}$

$$\tilde{\Omega} = \frac{\sqrt{\beta - \omega^2}}{2}. \qquad (11)$$

Умовою існування маятникових нерезонансних лінійних $(0 < \theta << 1)$ коливань є наступна

$$\omega < \sqrt{\beta} = \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (12)$$

Якщо $\omega > \sqrt{\beta}$, то при повороті крана з частотою ω відбуваються аперіодичні затухаючі з плином часу t коливання вантажу на канаті:

$$\theta(t) = \frac{2\omega^2\alpha}{(\beta - \omega^2)} \cdot \exp\left\{-\frac{\sqrt{\omega^2 - \beta}}{2} \cdot t\right\}. \qquad (13)$$

Розглянемо далі випадок, коли $\omega = \dot{\phi} = \text{const}$, а кут θ більший. У цьому випадку треба досліджувати систему (4) чисельними методами. Наближений розв'язок цієї системи можна подати у вигляді коливання з частотою $\tilde{\Omega}_n$

$$\tilde{\Omega}_n \approx \sqrt{\beta - \cos\theta \cdot \omega^2}\ / 2 \qquad (14)$$

і амплітудою

$$A_n \approx \frac{2\alpha\cos\theta \cdot \omega^2}{(\beta - \cos\theta \cdot \omega^2)}. \qquad (15)$$

Небезпечні амплітуди нелінійних маятникових коливань вантажу виникають для множини параметрів (ω, α, β), які визначаються зі співвідношення

$$0 < \frac{\beta}{(1 + \frac{4\alpha}{\pi}) \cdot \omega^2} \le 1. \qquad (16)$$

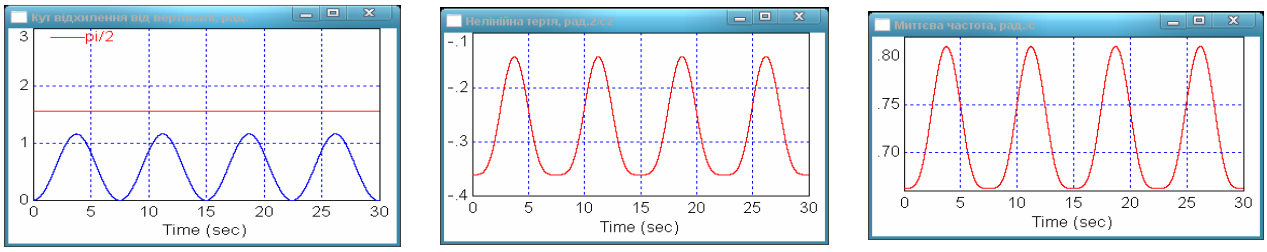
Найбільш небезпечне значення амплітуди $A_{n\,\text{н}}$ вказаних коливань визначається наступним чином:

$$A_{n\,\text{н}} \approx \arccos\left\{\frac{\beta}{\omega^2 \cdot (1 + \frac{4\alpha}{\pi})}\right\}. \qquad (17)$$

Зрозуміло, що при цьому повинно виконуватись співвідношення (16).

На рис. 3. наведені графічні залежності кута φ, його першої та другої похідних за часом від t.

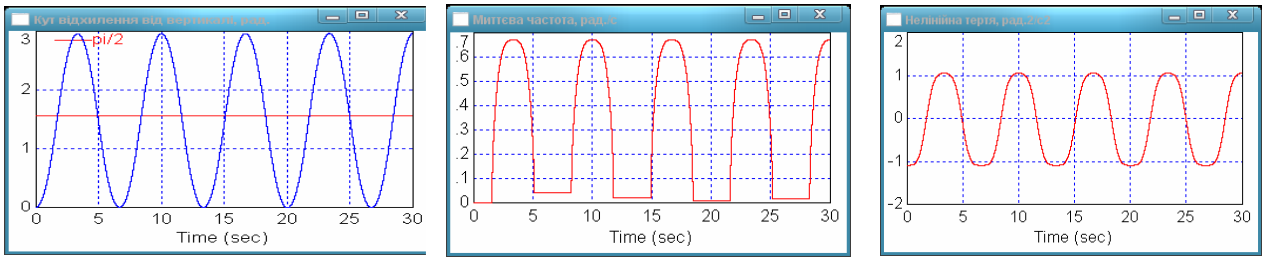
На рис.4 наведені залежності β від α й ω, які розмежовують поле параметрів (α, β, ω) на дві зони: а) зону стійкості $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$; б) зону нестійкого (небезпечного) руху вантажу при повороті крана $\left(\theta \ge \frac{\pi}{2}\right)$.



а (а) *б (в)* *в (с)*

Рис. 3. Графічні залежності $\varphi(t)$ *– а;* $\frac{d\varphi}{dt}$ *– б;* $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ *– в;* при $\alpha = 1;\ \beta = 0.8;\ \omega = 0.6\ c^{-1}$

Fig. 3. Graphic dependences $\varphi(t)$ *– a;* $\frac{d\varphi}{dt}$ *– b;* $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ *– c;* for $\alpha = 1;\ \beta = 0.8;\ \omega = 0.6\ s^{-1}$



а (а) *б (в)* *в (с)*

Рис. 4. Графічні залежності $\varphi(t)$ *– а;* $\frac{d\varphi}{dt}$ *– б;* $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ *– в;* при $\alpha = 3;\ \beta = 0.1;\ \omega = 0.6\ c^{-1}$

Fig. 4. Graphic dependences $\varphi(t)$ *– a;* $\frac{d\varphi}{dt}$ *– b;* $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ *– c;* for $\alpha = 3;\ \beta = 0.1;\ \omega = 0.6\ s^{-1}$

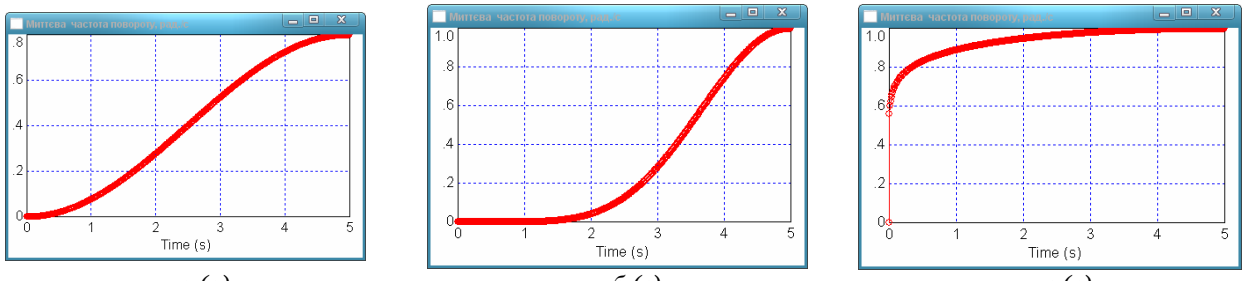
а (а) *б (в)* *в (с)*

Рис.5. Карти стійкості руху системи для різних значень α і β (по вертикалі) при:

$\omega = 0.6\ c^{-1} - а;\ \omega = 0.8\ c^{-1} - б\ \omega = 1.0\ c^{-1} - в$

Fig. 5. Maps of system's motion stability for different values α and β (for vertical lines) at:

$\omega = 0.6\ s^{-1} - a;\ \omega = 0.8\ s^{-1} - b\ \omega = 1.0\ s^{-1} - c$



а (а) *б (в)* *в (с)*

Рис.6. Закони зміни у часі частоти повороту крана $\dot{\varphi} = \omega_0 \mathrm{Sin}^n\left(\frac{\pi}{2t_п}t\right)$ при w_0=1.0 рад./с, $t_п$=5 с:

n=2 – *а;* n=6 – *б;* n=0.1 – *в*

Fig.6. Laws of crane's turning frequency variation in time $\dot{\varphi} = \omega_0 \mathrm{Sin}^n\left(\frac{\pi}{2t_p}t\right)$ for w_0=1.0 rad./s, t_p=5s:

n=2 – *a;* n=6 – *b;* n=0.1 – *c*

На рис. 5 наведені карти стійкості руху системи для α і β (по вертикалі) при різних значеннях ω.

На рис.6 зображені закони зміни у часі частоти повороту крана при його нерівномірному обертанні, які можуть бути запрограмовані мехатронними пристроями керування приводом (повороту крана).

Для дослідження нерівномірного повороту стріли крана, тобто при $\ddot{\phi} \neq 0, \ddot{\phi} = f(t)$, слід задати $\omega(t)$ залежністю, яка найбільш точно відповідає руху реальної кранової системи [6, 7]. Залежність кутової швидкості повороту стріли від часу t обирана у вигляді

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2t_n} \cdot t\right),$$

де ω_0 - кутова швидкість повороту стріли крана (усталена, що реалізується у кінці розгону при виході на стаціонарний режим функціонування), $t_{\text{п}} = 5c$ [4].

Враховуючи, що відхилення канату від вертикалі не може перевищувати 90^0, можна знайти область значень (β, α, ω), де це відхилення припустиме (рис. 3).

Слід зазначити, що за допомогою мехатронних систем керування електроприводом повороту вантажопідйомного крана можна задавати й інші закони $\omega(t)$ і $\ddot{\varphi}(t) \neq \text{const}$, зокрема

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot \sin^n\left(\frac{\pi}{2t_{\text{п}}} \cdot t\right), \qquad (19)$$

де n може набувати як значень $n > 1$ (наприклад цілих значень), так і дробових значень $0 < n < 1$ (наприклад, 0,5; 0,2; 0,1 і т. д.). У залежності від цієї обставини ($n > 1$ чи $0 < n < 1$) закон $\omega(t)$ має різний ступінь «гладкості»: а) при $n > 1$ $\omega(t)$ набуває значення ω_0 тільки у кінці перехідного періоду (пуску механізму повороту); б) при $0 < n < 1$ $\omega(t)$ набуває значення ω_0 майже одразу після пуску механізму повороту. Для обох випадків на рис. 4. наведені основні кінематичні характеристики нелінійних маятникових коливань.

ВИСНОВКИ

1. Обгрунтована математична модель нелінійних маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі (канаті) крана при його поворотах. Розглянуті варіанти руху ведучої ланки (стріли) – рівномірний і нерівномірний повороти. Розроблена математична модель є частиною узагальненої моделі крана і може бути використана для створення оптимального керування крановими механізмами засобами мехатронних систем управління.
2. Визначені значення (α, β, ω) повороту стріли крана й закон $\omega(t)$, за яких можуть виникати значні нелінійні маятникові коливання резонансного типу, що призводить до порушення техніки безпеки експлуатації устаткування. Подібних режимів функціонування слід всілько уникати.
3. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем як у режимах їх реальної експлуатації, так і на стадіях проектування й конструювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Найденко Е.В.* Микропроцессорное управление асинхронным електроприводом механизма поворота с подвешенным грумом / Е. В. Найденко // Электротехнические и компьютерные системы. – 2009. – Вып. 73. – С. 16-20.
2. *Тейляков А.Г.* Реализация оптимального управления частотным электроприводом механизма поворота / А. Г. Тепляков // Електромашинобудування та електрообладнання. – 2004. – Вып. 62. – С. 36-39.
3. *Ловейкін В.С.* Нелінійні маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі при різних режимах обертання / В.С. Ловейкін, А.В. Бойко, Ю.В. Човник // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2010. – Т. 15. – №3.- С. 41-48.
4. *Иванченко Ф.К.* Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин. / Ф.К. Иванченко и др. – К.: Вища школа, 1978. – 576 с.

5. *Янчик О.Г.* Математична модель коливань вантажу при повороті крана як безпека устаткування / О.Г. Янчик, Ю.О. Градинський // Вісник НТУ “ХПІ“. Серія “Нові рішення в сучасних технологіях“ – 2014. – № 48(1090). – С. 109-115.
6. *Zaretsky A.A.* Overtuning stability of a free standing crane under dynamic loading / A. A. Zaretsky, H. I. Shapiro // Sae technical paper series. – 1997. – No 972721. – p. 150-158.
7. *Williams W. M.* An analytis of six fatigue failures in cranes / W. M. Williams // Metal Progress. – 1981. – No 2 – p. 46-51.
8. *Човнюк Ю.* Застосування методу гармонічного балансу для аналізу маятникових коливань вантажу в процесах пуску/гальмування мостових кранів / Ю. Човнюк, К. Почка, М. Діктерук // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2011. – №80. – С. 8-13.

REFERENCES

1. *Najdenko E.V., 2009***.** Mikroprocessornoe upravlenie asinhronnym elektroprivodom mehanizma povorota s podveshennym gruzom [Microprocessor management asynchronous by an electromechanic mechanism of turn with the suspended load]. Elektrotehnicheskie i komp'juternye sistemy [Electrical and computer systems], No.73. 16-20. – (in Russian)
2. *Tejljakov A.G., 2004.* Realizacija optimal'nogo upravlenija chastotnym elektroprivodom mehanizma povorota [Realization of optimal management the frequency’s electrodrive mechanism’s turn] Elektromashinobuduvannja ta elektroobladnannja [Electrical machinery and electrical equipment.], No.62, 36-39. – (in Russian)
3. *V.S. Lovejkin, A.V. Bojko, Ju.V. Chovnju,. 2010.* Nelinijni majatnikovi kolivannja vantazhu na gnuchkomu pidvisi pri riznih rezhimah obertannja [Nonlinear pendulum vibrations of load on a flexible suspension at the different modes of rotation] Visnik Ternopil's'kogo nacional'nogo tehnichnogo universitetu [Journal of Ternopil National Technical University], Vol.15, No.3, 41-48. – (in Ukrainian)
4. *Ivanchenko F.K. 1978.* Raschety gruzopod#emnyh i transportirujuyshhih mashin. [Mathematical model of vibrations of load at the turn of faucet as safety of equipment], Kyiv, Vishha shkola Publ., 576. – (in Russian)
5. *Janchik O.G. Gradins'kij Ju.O., 2014.* Matematichna model' kolivan' vantazhu pri povoroti krana jak bezpeka ustatku-vannja [Mathematical model of vibrations of load at the turn of faucet as safety of equipment], Visnik NTU “HPI“. Serija “Novi rishennja v suchasnih tehnologijah“ [Vestnik NTU "KHPI". Series "New solutions in modern technologies"], No.48 (1090), 109-115. – (in Ukrainian)
6. *Zaretsky A.A., Zaretsky A.A., Shapiro H.I., 1997.* Overtuning stability of a free standing crane under dynamic loading. Sae technical paper series, No.972721, 150-158.
7. *Williams W. M., 1981.* An analytis of six fatigue failures in cranes. Metal Progress, No.2, 46-51.
8. *Chovnjuk Ju., Pochka K., Dikteruk M., 2011.* Zastosuvannja metodu garmonich-nogo balansu dlja analizu majatnikovih kolivan' vantazhu v procesah pusku/gal'muvannja mostovih kraniv [Application of harmonic balance analysis pendulum oscillation load in the process of starting/braking overhead crane]. Girnichi, budivel'ni, dorozhni ta meliorativni mashini [Mining, construction, road and agricultural machines], No.80, 8-13.