

## ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПАРАМЕТРИ ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНОГО ДВИГУНА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ ПРИВОДУ ВІБРАТОРА. ЧАСТИНА 2

Роман Бондар

Київський національний університет будівництва і архітектури,  
Повітрофлотський пр-т, 31, 03680, Київ, Україна, e-mail: rpbondar@gmail.com

## ELECTROMAGNETIC PARAMETERS AND ELECTROMECHANICAL CHARACTERISTICS OF THE LINEAR PERMANENT MAGNET MOTOR OF THE VIBRATOR. PART 2

Roman Bondar

Kyiv National University of Construction and Architecture,  
31, Povitroflotsky Ave., 03680, Kyiv, Ukraine, e-mail: rpbondar@gmail.com

**АНОТАЦІЯ.** Розглянуто вібратор з приводом від лінійного двигуна зворотно-поступального руху. На підставі розробленої моделі отримано розрахункові вирази для електромеханічних характеристик лінійного двигуна з постійними магнітами приводу вібратора. Виконано експериментальні дослідження електромеханічних характеристик двигуна. Визначено частоту, на якій активна складова механічного опору коливальної системи має максимальне значення. Показано, що реактивний механічний опір одномасової коливальної системи має два екстремуми та визначено їх частоти.

**Ключові слова:** вібратор, електромагнітні параметри, електромеханічні характеристики, лінійний двигун, постійні магніти.

**АННОТАЦИЯ.** Рассмотрен вибратор с приводом от линейного двигателя возвратно-поступательного движения. На основании разработанной модели получены расчётные уравнения для электромеханических характеристик линейного двигателя с постоянными магнитами привода вибратора. Выполнены экспериментальные исследования электромеханических характеристик двигателя. Определена частота, на которой активная составляющая механического сопротивления колебательной системы имеет максимальное значение. Показано, что реактивное механическое сопротивление одномассовой колебательной системы имеет два экстремума и определены их частоты.

**Ключевые слова:** вибратор, электромагнитные параметры, электромеханические характеристики, линейный двигатель, постоянные магниты.

**ABSTRACT. Purpose.** Identification of electromechanical characteristics of the vibrator from linear motor parameters. **Methodology/approach.** Results of theoretical researches are grounded on a linear model of the permanent magnet motor. Numerical calculations of the linear motor parameters are gained using finite element software. The electromechanical characteristics are received using the analytical model. **Findings.** The vibrator with a linear motor drive is considered. On the basis of the linear motor model the equations for electromechanical characteristics of the linear permanent magnet motor of the vibrator are received. Experimental researches of the electromechanical characteristics of the motor are executed. Frequency on which mechanical resistance of oscillatory system has the maximum value is defined. It is shown that mechanical reactance has two extreme values and their frequencies are defined. **Research limitations/implications.** The present study provides a starting-point for further research of the influence of motor geometrical parameters on its electromechanical characteristics. **Originality/value.** The received equations can be applied to predesign of the tubular linear motor drive of vibrating devices.

**Key words:** vibrator, electromagnetic parameters, electromechanical characteristics, linear motor, permanent magnets.

### ВСТУП

Лінійні двигуни (ЛД) досить широко застосовуються як приводи компресорів, насосів, виконавчих механізмів, вібраторів та інших механізмів, що передбачають лінійне чи зворотно-поступальне переміщення робочого органа [1-3]. На сьогоднішній день вони є альтернативою традиційним приводам на основі двигунів обертання з переда-

чами, що перетворюють обертальний рух в прямолінійний. До їх переваг відносяться відсутність механічних передач, низький рівень шуму, висока надійність та покращена керованість.

Ефективна робота ЛД як складової частини часто досить складної електромеханічної системи багато в чому залежить від раціонально підібраних головних розмірів машини, параметрів обмоток та інших чин-

ників, що в подальшому зумовлять ті чи інші робочі й електромеханічні характеристики та взаємодію двигуна з робочим органом. Суттєвим є також те, що параметри коливальної системи можуть змінюватись у процесі роботи. Зміна механічних характеристик (амплітуди коливань, частоти, навантаження) зумовлює одночасну зміну електричних (струму та потужності ЛД), оскільки вони взаємопов'язані. Як правило, зазначені характеристики та залежності можна отримати на підставі експериментальних досліджень, тобто після того, як буде побудована фізична модель і змінювати щось уже складно. Натомість, проведення досліджень за допомогою аналітичних та комп'ютерних моделей значно зменшує вартість проектних робіт, спрощує процес отримання необхідних характеристик, а також дозволяє провести, за необхідності, їх оптимізацію.

В роботах [4, 5] представлено модель лінійного двигуна зворотно-поступального руху приводу вібратора. За допомогою розробленої моделі отримано вирази, що дозволяють провести розрахунок електромагнітних параметрів двигуна за геометричними параметрами його активної зони.

Метою даної роботи є отримання електромеханічних характеристик вібратора на підставі визначених в першій частині електромагнітних та геометричних параметрів лінійного двигуна.

## РОБОЧІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІБРАТОРА

Будемо вважати, що робочі характеристики вібратора з приводом від ЛД визначаються для одномасової механічної системи, в якій параметри навантаження враховуються еквівалентним коефіцієнтом в'язкого тертя  $b$ . Струм ЛД синусоїдний, а електромагнітна сила є лінійною функцією струму.

Амплітуду коливань якоря на частоті власних коливань  $\omega_0$  (коли відсутня сила інерції) можна визначити прирівнявши механічну роботу ЛД  $W_{mec}$  до роботи сил в'язкого тертя  $W_b$ :

$$W_{mec} = W_b.$$

Механічна робота на інтервалі руху якоря від положення  $-X_{am}$  до  $X_{am}$  (за умови синусоїдного струму) визначиться [6] як

$$W_{mec} = \int_{-X_{am}}^{X_{am}} F_e(x_a, i) dx_a = \frac{F_{em} \pi X_{am} (\tau^2 - X_{am}^2)}{2\tau^2},$$

де  $F_e$  – електромагнітна сила;  $x_a$  – переміщення якоря;  $i$  – струм ЛД;  $X_{am}$  – амплітуда коливань;  $\Psi_m$ ,  $I_m$ ,  $F_{em}$  – амплітуди потокозчеплення, струму та електромагнітної сили відповідно;  $\tau$  – полюсна поділлка.

Робота сил в'язкого тертя (сила тертя  $F_b$  залежить від швидкості) за півперіоду

$$W_b = \int_0^{T/2} F_b v_a dt = b \int_0^{T/2} v_a^2 dt = \frac{b\omega X_{am}^2 \pi}{2},$$

де  $v_a$  – швидкість якоря;  $\omega$  – кутова частота коливань і струму ЛД.

Отже,

$$\frac{b\omega X_{am}^2 \pi}{2} = \frac{F_{em} \pi X_{am} (\tau^2 - X_{am}^2)}{2\tau^2}.$$

Вирішуючи рівняння, отримаємо

$$X_{am} = \frac{-\tau^2 b\omega \pm \sqrt{\tau^4 b^2 \omega^2 + 4F_{em}^2 \tau^2}}{2F_{em}}.$$

Враховуючи, що в даному випадку  $\omega = \sqrt{k/m_a} = \omega_0$ , й залишаючи додатній корінь, маємо

$$X_{am0} = \frac{\tau \sqrt{\tau^2 b^2 k/m_a + 4F_{em}^2} - \tau^2 b \sqrt{k/m_a}}{2F_{em}}, \quad (1).$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружин вібратора;  $m_a$  – маса якоря.

За відомої амплітуди механічна потужність вібратора визначиться як

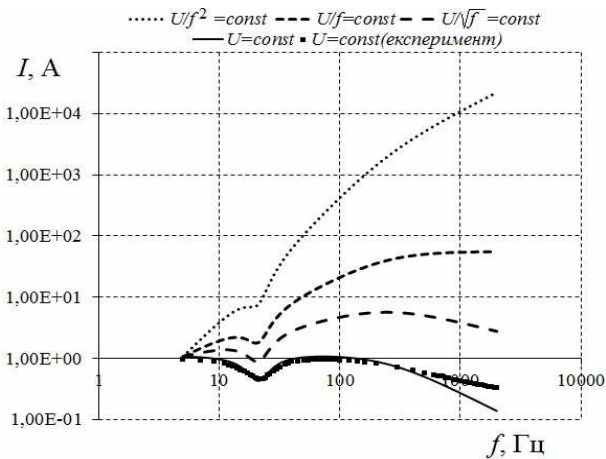
$$P_{mec} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} F_b v_a dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} b v_a^2 dt = \frac{b\omega^2 X_{am}^2}{2},$$

тобто

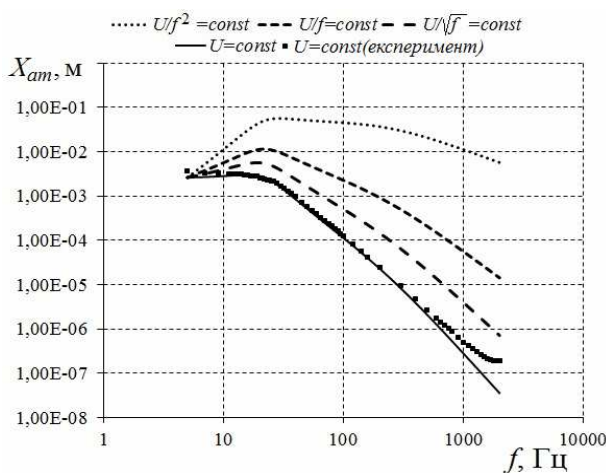
$$P_{mec0} = \frac{b\omega_0^2 X_{am}^2}{2} = \frac{bkX_{am}^2}{2m_a}. \quad (2)$$

Як впливає з (1) і (2) необхідне значення механічної потужності та амплітуди забезпечується відповідним значенням електромагнітної сили  $F_{em}$ . Оскільки остання залежить від струму, то джерело живлення ЛД має забезпечувати необхідний рівень струмового навантаження, яке визначається напругою джерела.

У випадку роботи вібратора в значному діапазоні частоти коливань необхідно враховувати спосіб зміни напруги живлення в залежності від частоти. На рис. 1, а показано залежність діючого значення струму ЛД від частоти для різних законів регулювання напруги:  $U = const$ ,  $U / \sqrt{f} = const$ ,  $U / f = const$ ,  $U / f^2 = const$  за умови, що коефіцієнт в'язкого тертя  $b$  навантаження є сталим.



а)



б)

**Рис. 1.** Регульовальні характеристики: струм статора (а); амплітуда коливань (б)

**Fig. 1.** Current-frequency (а) and amplitude-frequency characteristics (б)

Для розрахунку використовувалась модель ЛД, яка представлена в [7]. Розрахунок проводився для параметрів двигуна та вібратора, що наведені в табл. 1.

Як свідчить розрахунок, для усіх представлених законів регулювання характерним є значний діапазон струмових навантажень під час зміни частоти. Досить суттєвим є також вплив механічних властивостей коливальної системи на частотах наближених до механічного резонансу (в даному випадку  $f_0 \approx 21$  Гц), коли зростає амплітуда коливань. Для законів регулювання  $U / f^2 = const$  та  $U / f = const$  практична реалізація схеми керування в широкому діапазоні зміни частоти є неефективною внаслідок надмірних струмів. Режимми  $U = const$  та  $U / \sqrt{f} = const$  можуть застосовуватись в більших частотних діапазонах, хоча вони також не забезпечують сталі значення струму, а отже, і електромагнітної сили. Слід зазначити, що суттєвий вплив на значення струму має також навантаження. Тому для змінного навантаження та значного діапазону робочої частоти більш ефективним є режим підтримання фіксованого значення струму. Схема керування в цьому випадку може бути замкненою з контролем струму [7]. Характеристики вібратора, розраховані за умови  $I = const = 0,5A$  згідно параметрів двигуна й вібратора, наведених в табл. 1, показано на рис. 2.

Для визначення напруги джерела розглянемо рівняння рівноваги напруг в обмотці ЛД. Як було показано в [7], повний опір електромеханічної коливальної системи має електричну  $Z_e$  та механічну  $Z_{mec}$  складові

$$\underline{U} = \underline{I}(\underline{Z}_e + \underline{Z}_{mec}),$$

де  $\underline{Z}_e = R_s + j\omega L$  – повний електричний опір;  $R_s$  – активний опір обмотки статора;  $\omega L = X_e$  – реактивний опір обмотки;  $L$  – індуктивність обмотки;  $Z_{mec}$  – повний механічний опір. При цьому

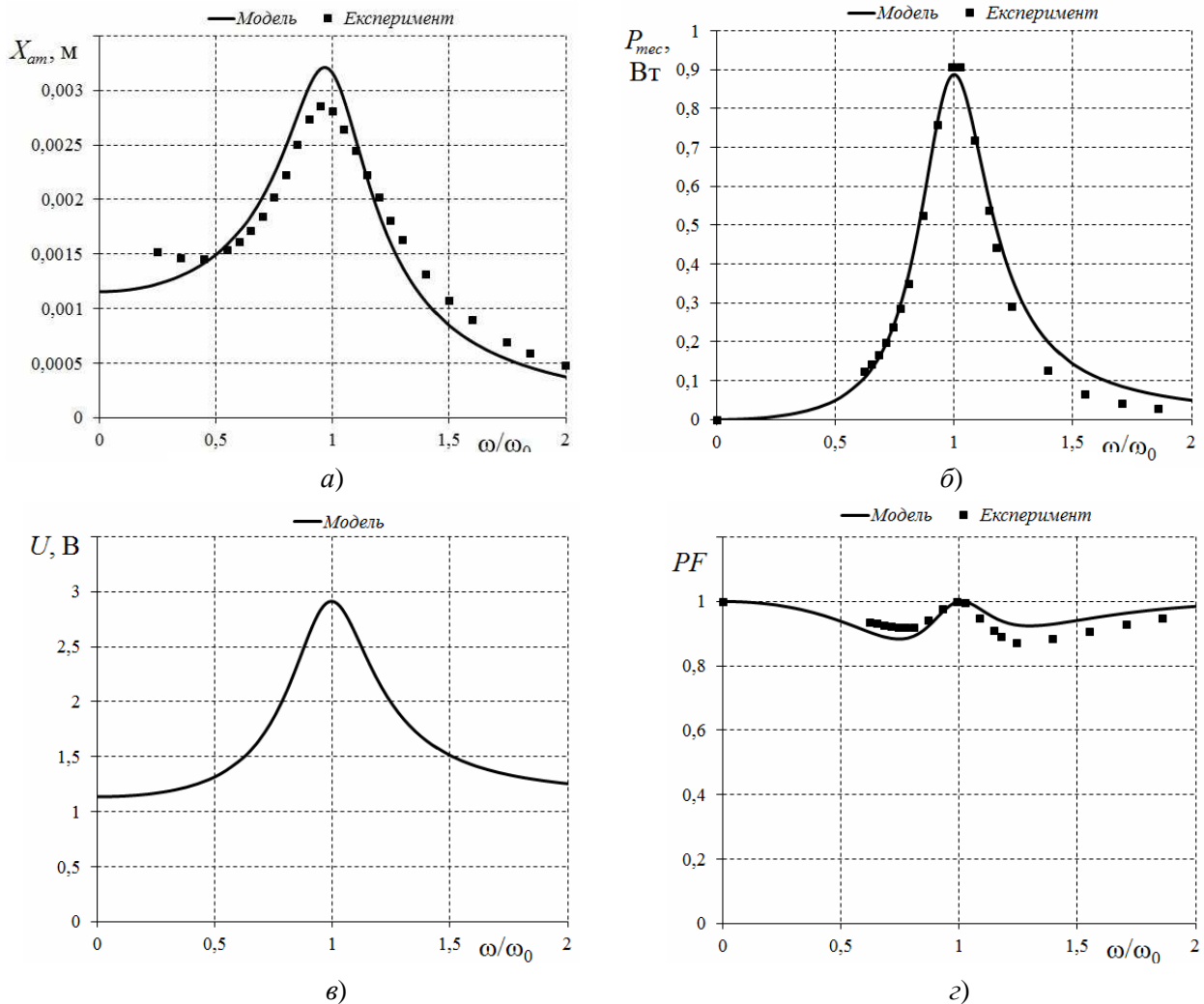
$$\begin{aligned} \underline{Z}_{mec} &= R_{mec} + jX_{mec} = \\ &= \frac{K_E K_F b \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} + j \frac{\omega K_E K_F (k - m_a \omega^2)}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $R_{mec}$  – активна складова механічного опору;  $X_{mec}$  – реактивна складова механічного опору;  $K_E$ ,  $K_F$  – коефіцієнти ЕРС та електромагнітної сили відповідно.

Максимальне значення напруги (за умови, що струм  $I = const$ ) буде відповідати випадку, коли повний опір системи матиме максимальне значення. В залежності від частоти (якщо не враховувати ефект витіснення струму та нелінійні характеристики магнітних матеріалів) зазначені опори змінюються наступним чином.

Активна складова механічного опору  $R_{mec}$ , як видно з рівняння (3), є додатною у всьому частотному діапазоні. Дослідження залежності  $R_{mec}(\omega)$  на екстремуми свідчить, що активний механічний опір має максимальне значення коли частота коливань дорівнює  $\omega = \omega_0 = \sqrt{k/m_a}$ .

Реактивна складова механічного опору, як впливає з (3), має додатне значення, якщо  $\omega < \omega_0$ , від'ємне значення, якщо  $\omega > \omega_0$ , й дорівнює нулю, коли  $\omega = \omega_0$ .



**Рис. 2.** Робочі характеристики вібратора: амплітуда коливань  $X_{am}$  (а), механічна потужність  $P_{mec}$  (б), напруга живлення  $U$  (в) та коефіцієнт потужності  $PF$  (г) для випадку  $I=const$

**Fig. 2.** Operation characteristic of the vibrator: amplitude of oscillation  $X_{am}$  (a), mechanical power  $P_{mec}$  (б), supply voltage  $U$  (в) and power factor  $PF$  (г) at  $I=const$

Активний опір обмотки  $R_s$  має сталі значення і не залежить від частоти. Реактивний опір обмотки  $\omega L$  зростає пропорційно частоті.

Прирівнявши до нуля похідну від реактивної складової механічного опору за частотою  $\frac{\partial X_{mec}}{\partial \omega} = 0$ , отримаємо рівняння, розв'язком якого є два додатні корені [8],

що визначають частоти мінімуму та максимуму відповідно:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{2\sqrt{\frac{-p}{3}} \cos\left(\frac{F}{3}\right) + \frac{b^2 + m_a k}{3m_a^2}}; \\ \omega_2 &= \sqrt{2\sqrt{\frac{-p}{3}} \cos\left(\frac{F}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{b^2 + m_a k}{3m_a^2}}, \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\text{де } F = \arctg \left[ \frac{\sqrt{-\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}}{-q/2} \right] + \pi;$$

$$p = \frac{3m_a^3(-m_a k^2 - b^2 k) - (-m_a b^2 - m_a^2 k)^2}{3m_a^6};$$

$$q = \frac{2(-m_a b^2 - m_a^2 k)^3}{27m_a^9} +$$

$$+ \frac{-9m_a^3(-m_a b^2 - m_a^2 k)(-m_a k^2 - b^2 k) + 27m_a^6 k^3}{27m_a^9}.$$

Максимум повного опору може бути визначений на підставі виразу  $\frac{\partial Z}{\partial \omega} = 0$ . Очевидно, що цей максимум знаходиться в околиці  $\omega < \omega_0$ , коли  $X_{mec}$  має додатні значення. Причому, навіть знехтувавши впливом індуктивного опору, отримаємо рівняння високого порядку непридатне для практичного використання.

Значення напруги джерела живлення має забезпечувати протікання заданого струму ЛД. Як видно з рис. 2, в, для режиму роботи  $I = \text{const}$  крива напруги має максимум в околиці точки  $\omega_0$ . З достатньою для практики точністю, для визначення напруги джерела, можливо використовувати значення повного опору на частоті  $\omega_0$ . В цьому випадку  $X_{mec} = 0$ , а вирази для опорів матимуть вигляд:

$$R_{mec} = \frac{K_E K_F}{b}; \quad X_e = \omega L = \sqrt{\frac{k}{m_a}} L;$$

$$Z = \sqrt{\frac{(R_s b + K_E K_F)^2}{b^2} + \frac{kL^2}{m_a}}.$$

Для послідовного з'єднання котушок обмотки ЛД –  $K_E = K_F = \frac{\Psi_m \pi}{\tau}$ , й необхідне значення напруги живлення визначиться виразом

$$U_0 = IZ = I \sqrt{\frac{(R_s b \tau^2 + \Psi_m^2 \pi^2)^2}{b^2 \tau^4} + \frac{kL^2}{m_a}}. \quad (5)$$

Номінальний коефіцієнт потужності за умови, що  $\omega = \omega_0$ , визначиться з наступного рівняння:

$$\begin{aligned} PF_0 &= \frac{R_s + R_{mec}}{\sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + X_e^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L^2 k b^2 \tau^4}{m_a (b R_s \tau^2 + \Psi_m^2 \pi^2)^2}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

З виразу (6) випливає, що неможливо досягти  $PF = 1$  на частоті  $\omega_0$ , оскільки для компенсації індуктивного електричного опору має бути наявна реактивна (ємнісна) складова механічного опору, яка з'являється на частотах  $\omega > \omega_0$ . В загальному випадку значення частот електричного резонансу (для одномасової електромеханічної системи в залежності від параметрів, їх може бути до двох) були визначені в [7].

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

З метою перевірки отриманих розрахункових характеристик було проведено експериментальні дослідження на фізичній моделі вібратора з приводом від ЛД, яка має такі електромеханічні параметри:

Маса якоря $m_a$ , кг	0,21
Коефіцієнт в'язкого тертя навантаження $b$ , кг/с	10,1
Активний опір обмотки статора $R_s$ , Ом	2,3
Коефіцієнт ЕРС	6
Коефіцієнт електромагнітної сили	6
Коефіцієнт жорсткості пружин $k$ , Н·м	3672

Залежність амплітуди коливань від частоти знімалась для режимів роботи  $I = \text{const}$  (рис. 2, а) та  $U = \text{const}$  (рис. 1, б). Зміну струму під час останнього дослідження ілюструє рис. 1, а. Деяка відмінність між розрахованими та експериментальними даними зумо-

влена прийнятими в розрахунковій моделі спрощеннями. Зокрема, лінійною залежністю між струмом та електромагнітною силою, що має суттєвий вплив на точність розрахунку для амплітуд, наближених до половини полюсної поділки [9]. Також лінійна модель не враховує зміну параметрів ЛД в залежності від частоти.

Залежність  $P_{mec}(\omega)$ , представлена на рис. 2, б, отримана експериментально-розрахунковим шляхом. За аналогією з електричними колами, для синусоїдних електромагнітної сили та переміщення, механічна потужність може бути визначена згідно виразу  $P_{mec} = F_e V_a \cos \theta^*$ . Тут  $F_e$ ,  $V_a$  – діючі (ефективні) значення електромагнітної сили та швидкості відповідно;  $\theta^*$  – кут між векторами електромагнітної сили та швидкості. Враховуючи, що

$V_a = \frac{E}{K_E} = \frac{IZ_{mec}}{K_E}$ , й  $F_e = K_F I$  і вводячи поняття трикутника механічного опору, як це прийнято в електротехніці (звідки  $R_{mec} = Z_{mec} \cos \theta^*$ ), можемо подати механічну потужність у вигляді

$$P_{mec} = F_e \frac{IZ_{mec}}{K_E} \cos \theta^* = \frac{K_F}{K_E} I^2 R_{mec}, \quad (7)$$

де  $R_{mec}$  – активна складова механічного опору.

Зазначений механічний опір визначався експериментальним шляхом наступним чином.

Електромеханічна схема заміщення ЛД може бути подана еквівалентною ланкою, яка містить активний опір  $R_s$  та індуктивність  $L$  обмотки статора, й механічний опір, що має активну  $R_{mec}$  та реактивну  $X_{mec}$  складові (рис. 3, а). Остання, в залежності від частоти, має індуктивний (коли  $\omega < \omega_0$ ) або ємнісний (коли  $\omega > \omega_0$ ) характер.

Якщо зафіксувати положення якоря так, щоб повністю виключити його переміщення, то зі схеми заміщення вилучається механічна ланка (рис. 3, б). Таким чином, вимірюючи відповідні параметри в обох дослідках, можна відокремити електричні опори ЛД від механічних. Вимірювання проводилось за допомогою RLC вимірювача. За-

лежність активного та реактивного механічних опорів від частоти показана на рис. 4. Суцільною лінією позначено розраховані згідно (3) для представлених вище параметрів криві відповідних опорів, маркером – результати експерименту.

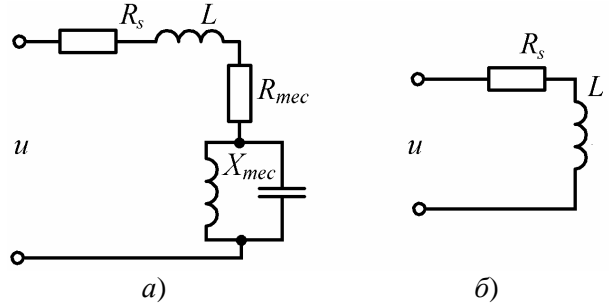


Рис. 3. Електромеханічна схема заміщення ЛД

Fig. 3. Equivalent circuit of the linear motor

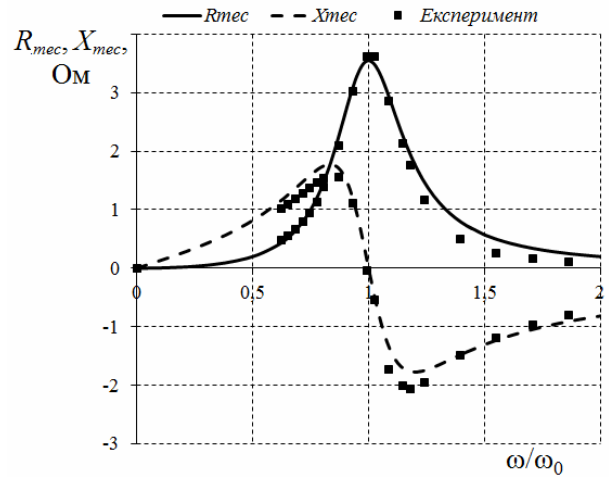


Рис. 4. Механічний опір ЛД в залежності від частоти

Fig. 4. Mechanical impedance versus frequency of the linear motor

Розрахунково-експериментальна залежність коефіцієнту потужності  $PF$  (рис. 2, з) отримана через відповідні опори згідно виразу

$$PF = \frac{R_s + R_{mec}}{\sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2}}$$

Вигляд цієї залежності визначається співвідношенням активних та реактивних складових електричних та механічних опорів. Як видно з рис. 4, реактивний механічний опір має екстремуми, які відповідають частотам, визначеним за рівняннями (4). Згідно поданих у табл. 1 параметрів, відпо-

відні частоти дорівнюють:  $\omega_1 = 158,9$  рад/с,  $\omega_2 = 110,4$  рад/с. Або у відносних одиницях:  $\omega_1/\omega_0 = 1,2$ ,  $\omega_2/\omega_0 = 0,83$ .

### ВИСНОВКИ

В роботі отримано розрахункові вирази для електромеханічних характеристик лінійного двигуна з постійними магнітами приводу вібратора.

Проведені експериментальні дослідження електромеханічних характеристик лінійного двигуна свідчать про достовірність отриманих розрахункових виразів.

Визначено, що механічний опір коливної системи має максимум на частоті вільних коливань  $\omega_0$ . Показано, що реактивний механічний опір має два екстремуми та визначено їх частоти.

Отримані рівняння можуть застосовуватись для попереднього розрахунку лінійних двигунів приводу вібраційних пристроїв під час їх проектування.

### ЛІТЕРАТУРА

1. *Boldea I., Nasar S.A.* Linear Electric Actuators and Generators. – Cambridge University Press, – 1997. – 238 p.
2. *Хитерер М.Я., Овчинников И.Е.* Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения. – СПб.: КОРОНА принт, – 2004. – 368 с.
3. *Gieras J.F., Piech Z.J.* Linear Synchronous Motors. Transportation and Automation Systems. – CRC Press LLS. – Florida, N.Y. Corporate Blvd., – 2000.
4. *Бондар Р.П.* Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин // Технічна електродинаміка. – Київ, – 2008. – №2. – С.31-35.
5. *Бондар Р.П.* Електромагнітні параметри та електромеханічні характеристики лінійного двигуна з постійними магнітами приводу вібратора. Частина 1 // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – Київ, – 2015. – №85. – С. 108-116.
6. *Бондар Р.П.* Енергетичні характеристики вібратора з приводом від лінійного двигуна з неявнополюсним якорем // Електротехніка і електромеханіка. – Харків, – 2014. – №5. – С. 19-24.

7. *Бондар Р.П., Голенков Г.М., Литвин О.Ю., Подольцев О. Д.* Моделирование энергетических характеристик вибратора с линейным электрическим приводом // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук, – 2013. – №2. – С. 66-74.
8. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. – М.: Наука, – 1968. – 431 с.
9. *Бондар Р.П.* Кутові характеристики лінійного двигуна з явнополюсним якорем приводу вібратора // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – Київ, – 2014. – №84. – С. 85-92.

### REFERENCES

1. *Boldea I., Nasar S.A., 1997.* Linear Electric Actuators and Generators. Cambridge University Press, 238.
2. *Hiterer M.Ya, Ovchinnikov I.E., 2004.* Sinhronnyie elektricheskie mashinyi vozvratno-postupatel'nogo dvizheniya [Synchronous reciprocating electrical machines]. Saint-Petersburg: Corona print, 368.
3. *Gieras J.F., Piech Z.J., 2000.* Linear Synchronous Motors. Transportation and Automation Systems. CRC Press LLS. Florida, N.Y. Corporate Blvd.
4. *Bondar R.P., 2008.* Elektromekhanichni kharakterystyky koaksial'no-liniynoho synkhronnoho vibratora ustanovky dlya beztransheynoyi prokhodky horyzontal'nykh sverdlovyn [Electromechanical characteristics of tubular linear synchronous vibrator of trenchless pipelayer]. Tekhnichna elektrodynamika [Technical electrodyamics], No. 2, 31-35. – (in Ukrainian)
5. *Bondar R.P., 2015.* Elektromahnitni parametry ta elektromekhanichni kharakterystyky liniynoho dvyhuna z postiynymy mahnitamy pryvodu vibratora. Chastyna 1 [Electromagnetic parameters and electromechanical characteristics of the linear permanent magnet motor of the vibrator. Part 1]. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativhi machyny [Mining, constructional, road and melioration machines], No. 85, 108-116. – (in Ukrainian)
6. *Bondar R.P., 2014.* Enerhetychni kharakterystyky vibratora z pryvodom vid liniynoho dvyhuna z neyavnopolyusnym yakorem [Power characteristics of the vibrator with surface-mounted permanent magnets linear motor drive]. Elektrotehnika i electromekhanika [Electronics and electrical engineering], No. 5, 19-24. – (in Ukrainian)

7. Bondar R.P., Golenkov G.M., Lytvun A.Yu., Podoltsev A.D., 2013. Modelyuvannya enerhetichnykh kharakterystyk vibratora z liniynym elektrychnym pryvodom [Modeling of power characteristics of the vibrator with a linear electric drive]. Electromechanichni i energozberigayuchi systemy [Electromechanical and saving system], No. 2(22), 66-74. – (in Ukrainian)
8. Kurosh A.G., 1968. Kurs vyisshey algebryi [Higher algebra course]. Moscow, Nauka Publ., 431. – (in Russian)
9. Bondar R.P., 2014. Kutovi kharakterystyky liniynoho dvyhuna z yavnopolyusnym yakorem pryvodu vibratora [Thrust-angle characteristics of a salient-pole linear motor drive of vibrator]. Girnichi, budivelni, dorozhni ta meliorativhi machyny [Mining, constructional, road and melioration machines], No. 84, 85-92. – (in Ukrainian)