

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНО РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА В ПОДСТИЛАЮЩИХ ПОРОДАХ ТЕХНОГЕННОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

© Я.Б. Петровский, 2009

Ривненский государственный гуманитарный университет, Украина

The modeling procedure of extending an upright directed hydraulic fracture in layered formations of a technogenic deposit for a case of viscous Newtonian fluid of a rupture and a non- or hardly penetrable layer, is offered. The offered analytical solution for the problem of a fracture extension allows to spot parameters of the process for each instant of a rupture considering forcing conditions and the initial state.

Введение. Проблема накопления продуктов техногенной деятельности, таких, например, как отходы горного, обогатительного, металлургического и других производств (отвалы добычи полезного ископаемого, хвостохранилища обогатительных фабрик, складированные отходы металлургии), существование территорий с локально сконцентрированным объемом активных и токсичных веществ, возникающих, к сожалению, несмотря на строжайшие меры безопасности, вследствие аварий и катастроф, требуют разработки эффективных технологий и методов, направленных в первую очередь на предупреждение, локализацию и ликвидацию их пагубного влияния на биосферу.

Вместе с тем техногенное месторождение – это уникальный источник многих видов минерального сырья, в том числе редких и рассеянных элементов. Суммарное содержание полезных компонентов, накапливающихся за 20–30 лет в техногенных месторождениях, сопоставимо, а иногда превышает их количество в ежегодно добываемых рудах [1, 2]. Разработка техногенных месторождений, как правило, экономически целесообразна, так как они находятся на земной поверхности, а горные породы в них частично дезинтегрированы. За счет использования техногенных месторождений могут быть обеспечены как существующий уровень промышленного производства при уменьшении объема добычи горной массы и снижения общей себестоимости продукции, так и оздоровление экологической обстановки в районах горноперерабатывающих предприятий и территорий, пострадавших вследствие техногенных катастроф.

Таким образом, комплексное промышленное освоение техногенных месторождений позволит в перспективе реализовать, по меньшей мере, следующие главные проблемы, обеспечивающие минерально-сырьевую независимость и экологическую безопасность: улучшить экологическую

обстановку территорий, пострадавших вследствие техногенных катастроф; снизить техногенную нагрузку на регионы, в которых производятся добыча полезных ископаемых, обогащение, горно-металлургические работы; сократить дефицит определенных видов минерального сырья.

Анализ исследований и публикаций. Проблемы объекта “Укрытие” и Чернобыльской зоны отчуждения, в общем печального примера техногенной деятельности, хорошо известны и до сих пор остаются предметом научных дискуссий, поиска оптимальных решений, разработки новых технологий, направленных на превращение территории в экологически безопасную зону [3, 4].

В работах [4–6] объект “Укрытие” предлагается рассматривать как техногенное месторождение полезных ископаемых, минеральное вещество (полезный компонент) в котором представлено ядерным топливом – диоксидом обогащенного урана. Целесообразность освоения при этом обосновывается применением инфильтрационной схемы выщелачивания полезного компонента [5], разработанными методами вскрытия месторождения с созданием одного из важнейших элементов комплекса выщелачивания – искусственного днища [6], что гарантирует исключение утечек и обеспечивает полный сбор продуктивных растворов.

Главные элементы инженерной системы комплекса выщелачивания урана при комбинированном вскрытии техногенного месторождения, расположенного в саркофаге 1, следующие (рис. 1): горные породы, находящиеся в саркофаге (руды) – 5; горные породы, подстилающие саркофаг – 9; защитный экран – 11; система горных выработок, обеспечивающих сбор продуктивных растворов – 10.

В процессе выщелачивания урана по инфильтрационной схеме (рис. 1) выщелачивающий раствор по магистральному трубопроводу 2, смонтированному на крыше саркофага 1, с использованием скважинных гидромониторов 3, в виде капель 4

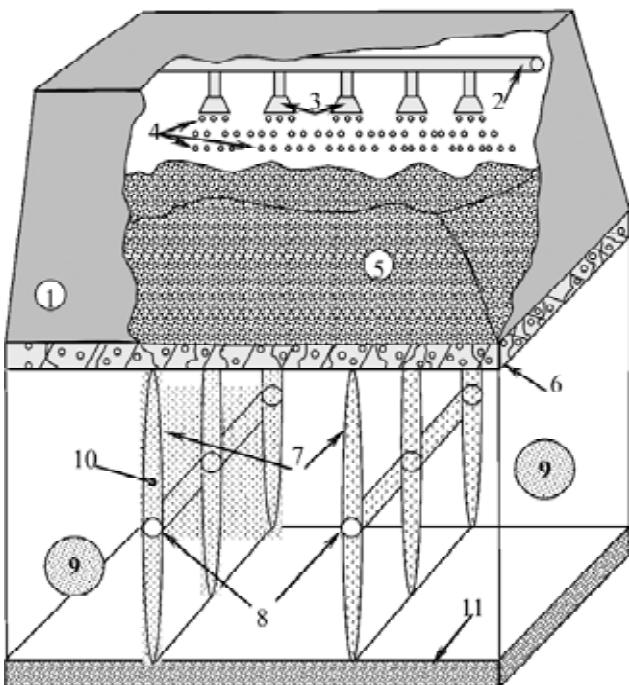


Рис. 1. Технологическая схема процесса выщелачивания при инфильтрационной схеме подачи выщелачивающего раствора

поступает на поверхность радиоактивной пыли, а затем в массив техногенного месторождения 5. По поверхности раздела топливосодержащих масс 5 и разрушенного основания 6 аварийного блока выщелачивающий раствор поступает в систему трещин основания. Затем по поверхности раздела, разделяющего основание 6 аварийного блока и кровлю подстилающих пород 9, он поступает в систему трещин 7, образованных методом гидроразрыва с использованием не извлекаемых рабочего агента и обсадных колон 8, что предупреждает смыкание трещин 7. Из системы трещин 7 выщелачивающий раствор поступает на поверхность раздела подстилающих пород 9 и искусственного днища 11. По поверхности искусственно-го днища выщелачивающий раствор, насыщенный ионами урана, — продуктивный раствор 10, с использованием гидротранспортной системы подается на сорбционные колонны.

Одно из главных условий, обеспечивающих эффективность процесса выщелачивания, согласно предлагаемой технологической схеме комбинированного вскрытия техногенного месторождения, — своевременный вывод продуктивных растворов из контакта с массивом руд развала. Поддержание указанного режима выщелачивания, гарантирующего своевременное отделение жидкой фазы от кусков руды, избавляет растворы от перегрузок как минеральными компонентами, так и радиационным воздействием. С целью улучшения фильтрационных, дренажных свойств техногенного месторождения и подстилающих пород, создания устойчивой гидродинамической

связи системы гидромониторы 3—породный массив 5—защитный экран 11 и интенсификации обменных процессов, сопровождающих процесс выщелачивания в рассматриваемой технологии работ, предлагается применение технологии гидроразрыва пласта (ГРП), что требует предварительной теоретической оценки и обоснования параметров процесса.

Формирование строго ориентируемых трещин разрыва — определяющего критерия улучшения фильтрационных, дренажных свойств подстилающих пород техногенного месторождения при процессе выщелачивания, обеспечивается созданием начальных трещин ограниченного распространения, например с применением технологии торпедирования или кольцевых кумулятивных зарядов, что является достаточно эффективным средством управления характером разрушения пород [7].

Трудности построения математической теории ГРП связаны, в частности, с большим количеством определяющих физико-механических факторов, основные из которых следующие [8]: механические свойства пород (модули упругости, прочностные характеристики породы) и ее физические характеристики (трещиноватость, пористость, наличие и свойства поровой жидкости); напряженное состояние породы; неоднородность пласта; свойства жидкости разрыва.

Поэтому технология ГРП представляет собой комплексный процесс, охватывающий аспекты нескольких научных дисциплин: гидромеханики, газовой динамики, теории упругости и разрушения материалов, теории фильтрации, реологии жидкостей и горных пород, термодинамики.

Многокритериальность проблемы ГРП, сложность исходных дифференциальных уравнений приводят не только к большим трудностям в аналитических исследованиях, но в некоторых случаях и к непреодолимым трудностям в исследований с помощью средств вычислительной техники.

Постановка задачи исследований. Известные модельные решения задач о распространении трещин гидроразрыва [7–9] разработаны применительно к вертикальным трещинам, ограниченным мощностью продуктивного пласта, и горизонтальным трещинам радиального распространения. При комбинированном вскрытии техногенного месторождения обеспечение устойчивой гидродинамической связи в системе выщелачивающий раствор—техногенное месторождение—продуктивный раствор—подстилающие породы—защитный экран обосновывается созданием в подстилающих породах трещин ГРП, развивающихся в вертикальном направлении и ограниченных инженерными сооружениями при проходке горных выработок. В связи с этим цель данных исследований — построение аналитического решения задачи о распространении трещины ГРП в

вертикальном направлении, позволяющего оценить параметры образованной трещины, а значит, и гидропроводимость подстилающих пород в предлагаемых геотехнологических условиях разработки техногенного месторождения.

Основное содержание исследований. При моделировании распространения трещины гидроразрыва в подстилающих породах техногенного месторождения учитывалось три основных типа общепринятых в этом случае фундаментальных отношений: положения механики линейно-упругой трещины; законы движения жидкости разрыва в узкой щели; уравнение неразрывности.

Пусть при гидравлическом разрыве подстилающих пород образуется симметричная относительно скважины 8 трещина 7, распространяющаяся под направленным (вертикальным) действием жидкости разрыва на высоту и глубину, достаточном для обеспечения гидравлической связи пород техногенного месторождения 5 и защитного днища 11 (рис. 1). В горизонтальном направлении трещина технологически ограничена и имеет постоянную длину $2L$.

Следуя публикациям [7–9], нарушениями сплошности среды скважиной будем пренебрегать, упругие постоянные пласта и вмещающих его пород будем считать одинаковыми, давление жидкости в трещине p – постоянным по длине трещины ($|x| \leq L$) в каждом ее горизонтальном сечении ($|z| = \text{const}$). Раскрытие трещины $2w$ в каждом сечении ($|z| \leq \text{const}$) с учетом реальных временных параметров импульса давления и размеров трещины ($tv_p > h$) можно считать квазистатическим процессом, параметры которого находим как решение двумерной задачи статической теории упругости, связывающей ширину трещины $2w$ с ее высотой распространения h и внутритрещинным давлением, заданным на ее берегах: $p(z, t) = q$, где q – постоянная внешняя нагрузка, численно равная горному давлению или его составляющей, направленной по нормали к плоскости трещины.

При принятых предположениях для моделирования раскрытия трещины используем модель Перкинса–Керна, когда в результате разрыва образуется вертикальная трещина постоянной высоты, сильно вытянутая в горизонтальном направлении. Согласно результатам [10], в данном случае распространения трещины ее раскрытие может быть представлено в виде

$$w(x, z, t) = \frac{2(1-v^2)Lq}{\pi E} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2} \left(\frac{p(z, t)}{q} - 1 \right), \quad (1)$$

где переменные z и t – параметры; v – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга.

Ограничимся рассмотрением непроницаемых или слабопроницаемых пластов на начальной ста-

дии гидроразрыва, когда утечками в пласт можно пренебречь.

В этом случае течение жидкости в трещине опишем уравнением движения, обобщенного на случай переменной ширины трещины, справедливым при числах Рейнольдса для течения вязкой жидкости в щели, не превышающих 1000 при сравнительно малых углах наклона поверхности щели [9]:

$$u = -\frac{w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (2)$$

и уравнением неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle w \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \langle w \cdot u \rangle = 0, \quad (3)$$

где $\langle f \rangle = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx$; $\langle w \rangle$, $\langle w \cdot u \rangle$ – осредненные

по раскрытию и по горизонтальному сечению трещины $|z| = \text{const}$ величины; u – скорость движения вязкой жидкости разрыва в трещине; μ – вязкость жидкости разрыва.

Эти уравнения дополняются условием “непротекания” в концах трещины для осредненного одномерного потока, определяющим закон распространения трещины:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \langle u \rangle, \quad h = h(t), \quad (4)$$

условием плавного смыкания поверхностей трещины в ее концах (аналогом условия Христиановича [9])

$$p = q, \quad z = h(t), \quad (5)$$

начальными условиями

$$l(0) = l_0, \quad p(z, 0) = p_0(z), \quad (6)$$

а также условием, устанавливающим режим нагнетания жидкости в трещину. Последнее будем считать заданным в виде расхода $Q(t)$ закачиваемой жидкости в трещину, который удовлетворяет также условию сохранения массы или объема:

$$8L \int_0^h w(z, t) dz = V_0 + 8L \int_0^t w(0, t) \cdot u(0, t) dt = Q(t), \quad (7)$$

где L – полуширина зоны разрыва, не изменяющаяся в процессе разрушения; V_0 – объем начальной трещины; $Q(t)$ – количество жидкости, закачанное в трещину за время t .

На основании формулы (1) найдем средние величины, входящие в уравнение (3):

$$\begin{aligned} \langle w \rangle &= \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{2(1-v^2)}{\pi \cdot E} Lq \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2} \left(\frac{p(z, t)}{q} - 1 \right) dx = \\ &= \frac{k\pi}{4} Y(z, t), \quad k = \frac{2(1-v^2)}{\pi E} Lq, \quad Y(z, t) = \frac{p(z, t)}{q} - 1, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\langle w \cdot v \rangle &= -\frac{1}{2L} \int_{-L}^L \frac{w^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} dx = \\ &= -\frac{1}{24L\mu} \frac{\partial p}{\partial z} k^3 Y^3(z, t) \int_{-L}^L \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} dx.\end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned}\frac{1}{2L} \int_{-L}^L \left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} dx &= \int_0^1 \left(1 - s^2\right)^{\frac{3}{2}} ds = \\ &= \int_0^1 \left(1 - s^2\right)^{\frac{3}{2}} ds = \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma(3)} = \frac{3\pi}{16},\end{aligned}$$

где $\Gamma(a)$ – гамма-функция, окончательно, для усредненного значения $\langle w \cdot v \rangle$ получим:

$$\langle w \cdot v \rangle = -\frac{\pi k^3 q}{64\mu} Y^3(z, t) \frac{\partial Y}{\partial z}. \quad (9)$$

С учетом средних значений (8), (9) для случая вязкой ньютоновской жидкости разрыва, подчиненной закону движения в узкой щели (2), уравнение неразрывности (3) принимает вид

$$\frac{\partial Y}{\partial t} - \frac{k^2 q}{16\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left[Y^3 \frac{\partial Y}{\partial z} \right] = 0. \quad (10)$$

Это уравнение достаточно хорошо изучено в общей форме записи, а именно

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} - a \frac{\partial}{\partial x} \left[\omega^m \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) относится к классу уравнений с частными производными параболического типа со степенной нелинейностью и часто встречается в нелинейных задачах тепло- и массопереноса, теории горения и теории фильтрации. Например, оно описывает нестационарный теплоперенос в неподвижной среде, когда коэффициент температуропроводности является степенной функцией температуры. Известны общие точные решения [11] уравнения (11), одно из которых для случая (10) запишем в виде

$$Y(z, t) = (Az + A\lambda t + B)^{\frac{1}{3}}, \quad A = \frac{48\lambda\mu}{k^2 q}, \quad (12)$$

где λ, B – произвольные постоянные.

Учитывая формулы (8), (12), раскрытие трещины запишем в виде

$$w(z, t) = \frac{k\pi}{4} \left(\frac{48\lambda\mu}{k^2 q} z + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (13)$$

Значения коэффициентов λ, B определим, приняв во внимание начальные (6) и краевые (4), (5) условия, а также условие (7), регламентирую-

щее режим нагнетания. С учетом начального раскрытия трещины (6) значение коэффициента B равно:

$$B = \left(\frac{4w_0}{k\pi} \right)^3.$$

На основании найденного решения (13), условия плавного смыкания поверхностей трещины в ее концах (5) и закона распространения (4) следует справедливость уравнения

$$\frac{48\lambda\mu}{k^2 q} h + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B = 0. \quad (14)$$

Подставив найденную форму решения (12) уравнения (10) в условие (7), получим следующее уравнение относительно параметров λ, h :

$$\begin{aligned}\frac{Lqk^3\pi}{32\lambda\mu} \left[\left(\frac{48\lambda\mu}{k^2 q} h + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B \right)^{\frac{4}{3}} - \right. \\ \left. - \left(\frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B \right)^{\frac{4}{3}} \right] = V_0 + Qt. \quad (15)\end{aligned}$$

Согласно условиям (14) и (15), для нахождения значений неизвестных величин h, λ в каждый момент времени t окончательно система нелинейных уравнений примет вид

$$\left. \begin{aligned}\frac{48\lambda\mu}{k^2 q} h + \frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B = 0, \\ \frac{-Lqk^3\pi}{32\lambda\mu} \left(\frac{48\lambda^2\mu}{k^2 q} t + B \right)^{\frac{4}{3}} = V_0 + Qt.\end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Исключив из системы уравнений (16) неизвестный параметр λ для случая распространения в вертикальном направлении трещины гидроразрыва, получим формулы, позволяющие оценить для любого момента времени t размеры трещины разрыва по параметрам, контролируемым на устье скважины (давление разрыва, интенсивность заливания):

$$w(z, t) = b\sigma_0 \sqrt[3]{(h-z)}, \quad (17)$$

где

$$b = \frac{\pi k^{\frac{2}{3}}}{4} \sqrt[6]{\frac{48\mu}{qt}}, \quad \sigma_0 = \sqrt[6]{\left(\frac{p(0, t)}{q} - 1 \right)^3} - B,$$

или для случая расхода жидкости разрыва:

$$w(z, t) = \frac{V_0 + Qt}{6hL} \sqrt[3]{\frac{h-z}{h}}. \quad (18)$$

Протяженность распространения трещины разрыва при этом определяется формулой

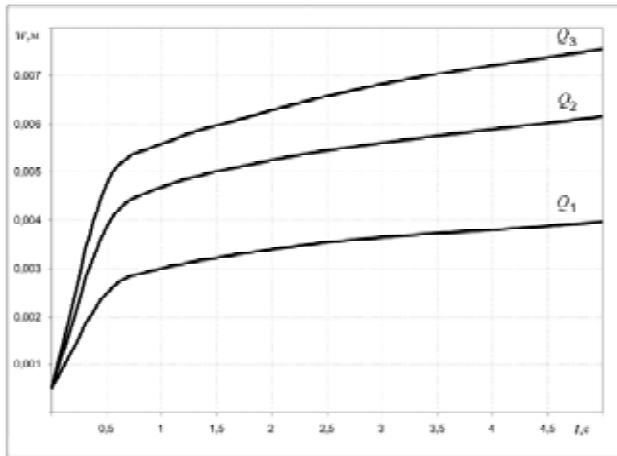


Рис. 2. Зависимости максимального раскрытия трещины разрыва от режимов нагнетания

$$h(t) = \frac{2(V_0 + Qt)q}{3\pi L(p(0,t) - q)}. \quad (19)$$

Результаты расчетов. Расчеты по предложенной методике выполнялись для примера техногенного месторождения, образованного после аварии четвертого энергоблока ЧАЭС с параметрами [4]: длина – 145 м, ширина – 98 м, мощность подстилающих пород – 18 м, объемная масса руды – 2400 кг/м³; модельные характеристики: подстилающих пород: горное давление – $q = 10^6 \text{ Па}$; $E = 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $v = 0,2$; процесса гидроразрыва: полулучина предлагаемой зоны разрыва – $L = 2 \text{ м}$; размеры искусственно созданной начальной трещины – $w_0 = 0,0005 \text{ м}$, $l_0 = 0,1 \text{ м}$; вязкость жидкости разрыва $\mu = 1 \text{ Па}\cdot\text{с}$; режимы нагнетания – $Q_1 = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_2 = 0,3 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_3 = 0,5 \text{ м}^3/\text{с}$, время разрыва $t = 0–5 \text{ с}$.

Численный эксперимент производился для указанных трех случаев режима нагнетания жидкости разрыва в горизонтальную скважину. Результаты расчетов показаны на рис. 2, 3 в виде кривых, отображающих зависимость максимального раскрытия трещины в устье и наибольшего распространения трещины для моментов времени 0–5 с от значений расхода жидкости разрыва

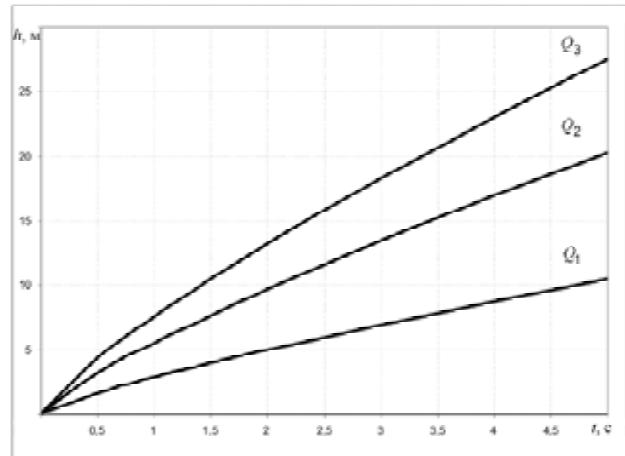


Рис. 3. Зависимости распространения трещины разрыва от режимов нагнетания

$Q_1–Q_3$ при ее импульсном воздействии на подстилающие породы техногенного месторождения.

В следующей серии расчетов исследовалось влияние значения вязкости рабочего агента (жидкости разрыва) на результат импульсного воздействия на подстилающие породы при ГРП. В качестве модельных значений вязкость жидкости принималась равной $\mu_1 = 0,01 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $\mu_2 = 0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\mu_3 = 1 \text{ Па}\cdot\text{с}$, что соответствует вязкости применяемых в технологии гидроразрыва жидкостей разрыва (вода, нефть, технические масла, глицерин). Результаты расчетов приведены на рис. 4, 5, которые иллюстрируют зависимости максимального раскрытия трещины и ее максимального распространения для времени разрыва 3 с и режима нагнетания Q_1 от вязкости жидкости разрыва.

Выводы. Предложенная методика расчета параметров распространения в вертикальном направлении трещины гидроразрыва в подстилающих породах техногенного месторождения позволяет производить инженерные расчеты размеров трещины с учетом основных факторов, влияющих на процесс распространения: механических свойств подстилающих пород, технологических параметров процесса гидроразрыва для случая вязкой ньютоновской жидкости разрыва. Наиболее опти-

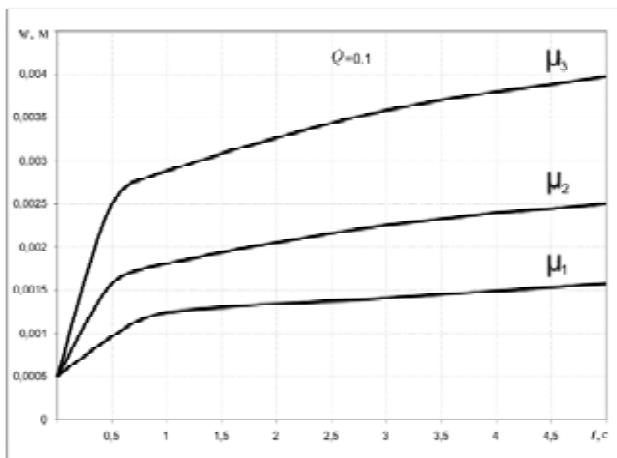


Рис. 4. Влияние вязкости рабочего агента на максимальное раскрытие вертикально распространяющейся трещины

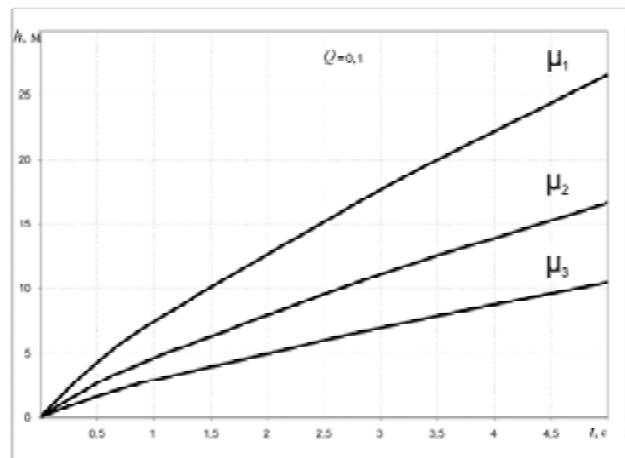


Рис. 5. Влияние вязкости рабочего агента на распространение трещины разрыва

мальные результаты расчетов по предложенной методике получены для случая жидкости, обладающей наибольшей вязкостью, когда при меньшем распространении, но достаточном для обеспечения устойчивой гидродинамической связи породный массив—защитный экран, максимальное раскрытие трещины наибольшее, что увеличивает проницаемость подстилающих пород для продуктивного раствора в процессе эксплуатации техногенного месторождения в инфильтрационном режиме выщелачивания. В дальнейшем для всестороннего анализа модели и выбора оптимального режима ГРП полученное аналитическое решение дает возможность решать обратную задачу о восстановлении параметров пласта по управляемым характеристикам, контролируемым в устье скважины, моделировать процесс с учетом движения закрепляющего агента и возможной инфильтрации рабочего агента в подстилающие породы, а также проводить исследования с учетом реологических особенностей жидкости разрыва.

1. Галецький Л.С., Науменко У.Л., Пилипчук А.Д. Техногенні родовища – нове нетрадиційне джерело мінеральної сировини в Україні // Екологія довкілля та безпека життєдіяльності. – 2002. – № 5/6. – С. 77–81.
2. Трубецкой К.Н., Галченко Ю.П., Бурцев Л.И. Экологические проблемы освоения недр при устойчивом раз-

витии природы и общества. – М.: Научтехлитиздат, 2003. – 261 с.

3. Геохимия техногенных радионуклидов / Э.В. Соботович, Г. Н. Бондаренко, Л.В. Кононенко и др. – Киев: Наук. думка, 2002. – 332 с.
4. Закономерность снижения радиоактивности техногенных формаций при бактериальном выщелачивании урана / Э.И. Черней, А.Ф. Булат, И.А. Садовенко и др. – Рівне: Волин. обереги, 2004. – 572 с.
5. Петровский Я.Б. Инфильтрационная схема выщелачивания урана из техногенного месторождения // Геол. журн. – 2007. – №2. – С. 86–91.
6. Петровский Я.Б. Способ создания искусственного днища комплекса по выщелачиванию урана // Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. – 2006. – № 67. – С. 23–29.
7. Михалюк А.В. Торпедирование и импульсный гидроизрыв пластов. – Киев: Наук. думка, 1986. – 208 с.
8. Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir stimulation. – Wiley & Sons Ltd. West Sussex, England, 2000. – 858 р.
9. Желтов Ю.П. Деформации горных пород. – М.: Недра, 1966. – 198 с.
10. Разрушение: В 7 т. / Под ред. Г. Либовица. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – 764 с.
11. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения. – М.: Физматлит, 2002. – 432 с.

Поступила в редакцию 20.02.2008 г.

Я.Б. Петровский

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНО РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА В ПОДСТИЛАЮЩИХ ПОРОДАХ ТЕХНОГЕННОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Предложена методика моделирования распространения вертикально направленной трещины гидроразрыва в подстилающих породах техногенного месторождения для случая вязкой ньютоновской жидкости разрыва и непроницаемого или слабопроницаемого пласта. Найденное аналитическое решение задачи про распространение трещины позволяет определять параметры процесса для каждого момента времени разрыва с учетом режима нагнетания и начального состояния.

Я.Б. Петровський

АНАЛІТИЧНЕ МОДЕлювання вертикально поширеної тріщини гідророзриву в підстилаючих породах техногенного родовища

Розроблено методику моделювання поширення вертикально спрямованої тріщини гідророзриву в підстилаючих породах техногенного родовища для випадку в'язкої ньютонівської рідині розриву та непроникного або малопроникного шару. Знайдений аналітичний розв'язок задачі про поширення тріщини дає змогу визначати параметри процесу для кожного моменту часу розриву з урахуванням режиму нагнітання та початкового стану.