

## МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНИХ ДЖЕРЕЛ

Д.В. Малицький, А.Ю. Павлова, О.Д. Грицай, О.А. Асташкіна, О.О. Обідіна,  
М.Р. Махніцький, Е.М. Козловський

*Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, вул. Наукова, 3-Б,  
м. Львів, 79060, Україна, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com,  
sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com*

Розглянуто нові методи для визначення параметрів як точкового, так і розподіленого джерела. Для визначення механізму вогнища землетрусу запропоновано графічний метод. Вхідні дані: знак полярності вступу  $P$ -хвилі; кут виходу (або кут падіння)  $P$ -хвилі для кожної станції; азимуту станції. Важливою інформацією для такої задачі є дані щодо неточних вступів  $P$ -хвиль і логарифма відношення амплітуд прямої  $S$ -хвилі та прямої  $P$ -хвилі. Це дає змогу точніше визначити нодальні площини на фокальній сфері. Кут виходу (або кут падіння)  $P$ -хвилі для кожної станції та азимуту станцій розраховують з використанням програмних пакетів для кожної події. У разі недостатньої кількості станцій запропоновано визначення механізму вогнища землетрусу за допомогою методу інверсії хвильових форм з використанням лише прямих  $P$ -хвиль на кожній станції. Цей метод полягає у знаходженні тензора сейсмічного моменту за даними конкретної станції та перенесенні отриманого розв'язку в гіпоцентр події. Для визначення параметрів розподіленого джерела слід розв'язати обернену задачу. Розподілене джерело моделюють сумою точкових джерел. Отже, розв'язання задачі щодо вогнища землетрусу має два етапи: а) визначення механізму вогнища землетрусу; б) визначення посування по розриву, часів наростання (rise times) і часів розривів (rupture times) для кожного елементарного точкового джерела. З метою забезпечення коректності задачі додатково задається умова на горизонтальну компоненту хвильового числа. Реалізацію запропонованих методів для визначення параметрів як точкового, так і розподіленого джерела подано з використанням даних проекту SIV.

**Ключові слова:** точкове джерело, розподілене джерело, час наростання (rise time), час розриву (rupture time), тензор сейсмічного моменту, площина розриву, графічний метод.

**Вступ.** Визначення параметрів розподіленого джерела пов'язано насамперед із часовою залежністю переміщення на площині розриву. На сьогодні розроблено декілька методів для розв'язання задачі. Як правило, за всіма запропонованими методами модель розподіленого джерела розглядають як множину точкових елементарних джерел. Результати такого моделювання вогнища землетрусу для всіх дослідників різняться. Це зумовлено різними підходами до розв'язання оберненої задачі. Для перевірки методів наведено результати проекту SIV, які вважатимемо точним розв'язком задачі. У публікаціях [6–8, 11, 12] розвинуто методи відновлення площини розриву через визначення посування по розриву, часів наростання (rise times) і часів розривів (rupture times). Базовим твердженням для цих методів є таке положення. Якщо геометрія площини розлому відома, то пряма задача, яку використовують для інверсії посування (визначення посування), є лінійним відображенням просторової моделі (просторово-часового опису посування) щодо просторових даних (сейсмограм) з використанням теореми зображення [1]. Результати інверсії, які отримано різними методами, різняться через їхні специфічні описи моделі джерела і, відповідно, їх регуляризацію [4].

У статті розглянуто визначення параметрів розподіленого джерела у два етапи. Це пов'язано з тим, що обернена задача для такої моделі вогнища

потребує визначення фокального механізму. Тому на першому етапі запропоновано метод для знаходження тензора сейсмічного моменту за даними конкретної станції та перенесення отриманого розв'язку в гіпоцентр події. Таким чином, розвинуто метод визначення механізму вогнища землетрусу в разі обмеженої кількості даних, коли неможливе використання стандартних підходів до розв'язання такої задачі. На другому етапі запропоновано метод визначення площини розриву, а саме посування по розриву, часів наростання (rise times) і часів розривів (rupture times), коли розподілене джерело – це сума точкових джерел [2, 3, 9].

**Модель точкового джерела.** Визначення фокальних механізмів землетрусів для подій Карпатського регіону України є однією з найактуальніших проблем для місцевих сейсмологічних досліджень. За умов низької сейсмічної активності та недостатньої кількості місцевих сейсмічних станцій виникає необхідність розробляти нові альтернативні методи та удосконалювати існуючі для розв'язання оберненої задачі щодо вогнища землетрусу.

Найчастіше використовують підхід, за якого нодальні площини зображують на нижній півкулі стереографічної сітки відповідно до полярності перших вступів  $P$ -хвиль на станціях та їх розміщення в проєкціях залежно від азимуту станції і кута виходу променя  $P$ -хвилі. Доволі часто не вистачає вищенаведе-

ної інформації для визначення механізму вогнища. У такому випадку запропоновано використовувати сейсмічні дані станцій, на яких зареєстровано нечіткі вступу  $P$ -хвиль. Такі станції для стандартних методик щодо визначення механізмів, як правило, не враховували. Запропонований графічний метод використовує інформацію про неточні вступу  $P$ -хвиль, тому що це означає їх близькість до модальних площин на фокальній сфері, що є корисним для побудови фокального механізму. Крім того, для таких станцій значення логарифма відношення амплітуд  $S$ - та  $P$ -хвиль є суттєво більшими, ніж для інших станцій, де спостерігаються чіткі вступу прямих хвиль. Саме в цьому і полягає використання графічного методу з метою визначення механізмів вогнищ землетрусів для регіонів із низькою сейсмічністю.

**Теорія методу інверсії тензора сейсмічного моменту.** Мета методів інверсії тензора сейсмічного моменту полягає у визначенні тензора сейсмічного моменту із спостережуваних сейсмічних записів переміщень. Цей метод є одним із ліпших підходів до вивчення характеристик сейсмічного джерела за умови виконання двох основних припущень: по-перше, передбачається, що діє наближення точкового джерела, тобто розглядають вогнище землетрусу, яке описано сейсмічним тензором; по-друге, вибір швидкісної моделі близький до реальної структури Землі. Поширення сейсмічних хвиль від такого вогнища дає змогу визначити поле переміщень на вільній поверхні для далекої і близької зон у такому вигляді [10]:

далека зона:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} &= \sum_{i=1}^3 \int_0^{\infty} k^2 I_i L^{-1} [M_i g_i] dk, \\ u_{\phi}^{(0)} &= \sum_{i=5}^6 \int_0^{\infty} k^2 J_i L^{-1} [M_i g_{i\phi}] dk, \\ I_1 &= \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad I_3 = I_2; \end{aligned} \quad (1)$$

близька зона:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_r^{(0)} \\ u_{\phi}^{(0)} \end{pmatrix} &= \frac{1}{r} \left( \int_0^{\infty} k \cdot J_1(kr) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} M_1 \\ -M_5 \end{pmatrix} (g_{1r} + 2g_{5\phi}) \right] dk + \right. \\ &+ \left. \int_0^{\infty} \left( kJ_0(kr) - \frac{2J_1(kr)}{r} \right) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} -M_4 \\ M_6 \end{pmatrix} (g_{3r} + 2g_{6\phi}) \right] dk \right), \\ u_z^{(0)} &= \frac{1}{r} \int_0^{\infty} kJ_1(kr) L^{-1} [M_4 \cdot g_{3z}] dk, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{xz} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi, \quad M_2 = M_z, \\ M_3 &= \cos^2 \varphi \cdot M_{xx} + \sin^2 \varphi \cdot M_{yy} + \sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_4 &= -\cos 2\varphi \cdot M_{xx} + \cos 2\varphi \cdot M_{yy} - 2\sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_5 &= M_{yz} \cos \varphi - M_{xz} \sin \varphi, \\ M_6 &= \sin 2\varphi \cdot M_{xx} - \sin 2\varphi \cdot M_{yy} - 2\cos 2\varphi \cdot M_{xy}; \end{aligned}$$

функції  $g_i = (g_{iz}, g_r)^T$  містять ефекти поширення хвиль між джерелом і приймачем;  $L^{-1}$  – обернене перетворення Лапласа;  $k$  – горизонтальне хвильове число;  $J_5 = J_0$ ,  $J_6 = J_1$  – функції Бесселя.

У статті використано лише поле переміщень для далекої зони (1). Використавши матричні співвідношення тільки для прямих  $P$ - та  $S$ -хвиль [2], із рівняння (1) запишемо матричне рівняння у частотній області ( $\omega$ ) для кожної станції:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_s^{(0)} &= (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})^T = \\ &= \mathbf{K} \cdot \mathbf{M}, \end{aligned} \quad (3)$$

де вектор  $\mathbf{U}_s^{(0)}$  містить шість незалежних компонент переміщень прямих  $P$ - та  $S$ -хвиль;

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= (M_{xz}(\omega), M_{yz}(\omega), M_{zz}(\omega), M_{xx}(\omega), M_{yy}(\omega), \\ &M_{xy}(\omega))^T = M_{lm}(\omega); \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix} - \text{матриця швидкісної моделі на } i\text{-й станції.}$$

Якщо використати лише прямі  $P$ -хвилі, то матрицю  $\mathbf{K}$  можна переписати, як

$$\mathbf{K}^P = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^P & K_{22}^P & K_{23}^P & K_{24}^P & K_{25}^P & K_{26}^P \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \end{pmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} K_{11}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} \cos^2 \varphi \cdot g_{1r}^p dk, \\ K_{12}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} \cos \varphi \sin \varphi g_{1r}^p dk, \\ K_{13}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{2r}^p \cos \varphi dk, \\ K_{14}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} \cos^3 \varphi \cdot g_{3r}^p dk, \\ K_{15}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} \cos \varphi \sin^2 \varphi \cdot g_{3r}^p dk, \\ K_{16}^P &= \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} \cos \varphi \sin 2\varphi \cdot g_{3r}^p dk, \\ K_{21}^P &= \sin \varphi \cos \varphi \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{1r}^p dk, \\ K_{22}^P &= \sin^2 \varphi \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{1r}^p dk, \end{aligned}$$

$$K_{23}^P = \sin\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{2r}^p dk,$$

$$K_{24}^P = \cos^2\varphi \cdot \sin\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{3r}^p dk,$$

$$K_{25}^P = \sin^3\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{3r}^p dk,$$

$$K_{26}^P = \sin\varphi \cdot \sin 2\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{3r}^p dk,$$

$$K_{32}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} \sin\varphi g_{1z}^p dk,$$

$$K_{33}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{2z}^p dk,$$

$$K_{34}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} \cos^2\varphi g_{3z}^p dk,$$

$$K_{35}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} \sin^2\varphi g_{3z}^p dk,$$

$$K_{36}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} \sin 2\varphi g_{3z}^p dk.$$

Отже, рівняння (3) перепишемо для прямих  $P$ -хвиль у вигляді

$$U_s^{(0)P} = (U_x^{(0)P}, U_y^{(0)P}, U_z^{(0)P})^T = \mathbf{K}^P \cdot \mathbf{M}. \quad (4)$$

Розв'язок останнього рівняння для вектора  $\mathbf{M}$  на кожній станції – це так званий узагальнений розв'язок оберненої задачі [2]:

$$\mathbf{M} = (\tilde{\mathbf{K}}^P \mathbf{K}^P)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}^P \mathbf{U}_s^{(0)P}, \quad (5)$$

де  $\tilde{\mathbf{K}}^P$  – комплексно-спряжена і транспонована матриця до  $\mathbf{K}^P$ .

Рівняння (5) обчислюємо для всіх частот. Частоту функції тензора сейсмічного моменту  $M_{lm}(w)$  обчислюємо у рівнянні (5), а застосувавши перетворення Фур'є, отримуємо часову функцію тензора сейсмічного моменту  $M_{lm}(t)$ :

$$M_{lm}(t) = M_{lm} STF(t), \quad (6)$$

де  $M_{lm}$  – тензор сейсмічного моменту;  $STF(t)$  – часова функція джерела. Рівняння (6) означає, що фокальний механізм не залежить від часу. Незважаючи на те що механізм може залежати від частотного діапазону досліджуваних хвиль [12], припущення про його незалежність від часу є хорошим наближенням для визначення механізму в частотному діапазоні від прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль. Ще раз зазначимо, що результати визначення часової функції тензора сейсмічного моменту (6) можуть

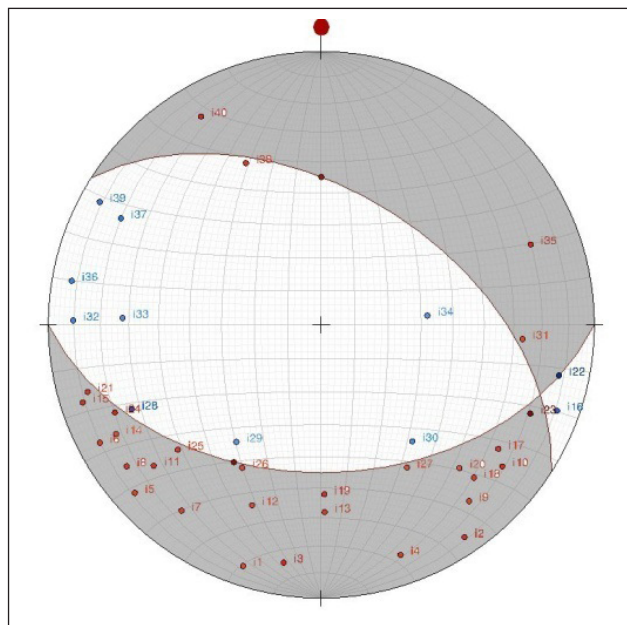


Рис. 1. Фокальний механізм, який визначено графічним методом, за даними 40 станцій для проекту SIV (inv2a)

Fig. 1. Focal mechanism determined by graphic methods, using data from 40 stations for the project SIV (inv2a)

бути отримані за сейсмічними даними тільки однієї станції.

**Числове моделювання: проект SIV (inv2a).** Проект SIV організовано таким чином, що дослідники, які беруть у ньому участь, мали змогу перевіряти розв'язки задач для визначення параметрів як точкового, так і розподіленого джерела з використанням своїх методів, знаючи точний розв'язок. Вхідними даними для розв'язання таких задач є записи (сейсмограми) на 40 станціях. У статті розглянуто два методи для визначення фокального механізму за даними станцій. Один з них – визначення механізму вогнища за допомогою графічного методу (рис. 1). Зауважимо, що фокальний механізм, визначений на рис. 1, абсолютно збігається із заданим у проекті SIV [8].

Другий метод – це визначення фокального механізму за допомогою інверсії хвильових форм за даними лише однієї станції, а саме: хвильові форми прямої  $P$ -хвилі, епіцентральної відстань, глибину залягання вогнища та азимут станції, а також рівняння (6). Швидкісну модель у проекті було задано.

Зазначимо, що процедура визначення фокального механізму за інверсією хвильових форм – це обернена задача. Тому необхідно вписати умови для коректного отримання розв'язку. На першому кроці досліджень механізм вогнища, який отримано на станції, переводимо до фокального механізму в гіпоцентрі [2]. Це означає, що, застосувавши згадану методику для визначення механізму вогнища землетрусу, заданого в проекті SIV (inv2a), дістанемо різні розв'язки за даними різних станцій. Зауважимо також вплив азимуту на станцію та кута виходу променя на отримані розв'язки. Таким

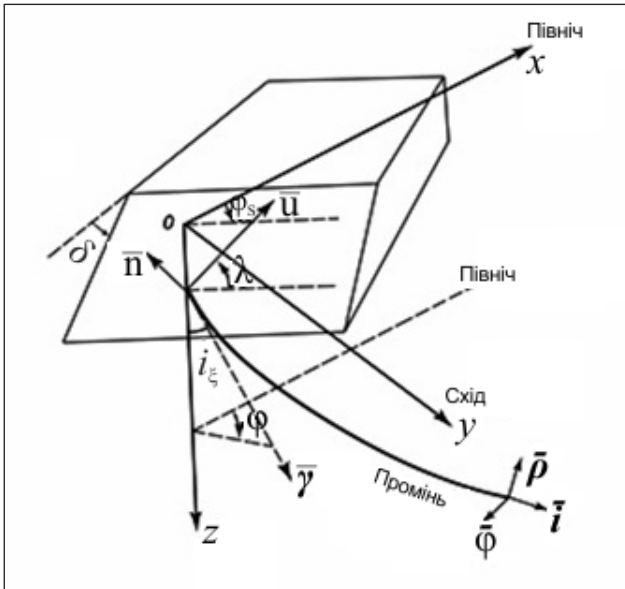


Рис. 2. Орієнтація площини розриву [1]

Fig. 2. Orientation of the fault plane [1]

чином, для зведення механізмів, які одержано на кожній станції, в один з них запропоновано перенести отриманий розв'язок у спільну точку, а саме перенести систему координат у гіпоцентр. Покажемо методику такого переходу.

Систему координат визначено через параметри механізму вогнища. Осями цієї системи є одиничний вектор нормалі до площини  $\bar{n}$ , одиничний вектор напрямку посування  $\bar{u}$  та їх векторний добуток. Відомо зображення цих векторів у декартовій системі координат  $(x, y, z)$  через параметри механізму вогнища (рис. 2), де  $x$  – одиничний вектор напрямку на північ,  $y$  – одиничний вектор напрямку на схід,  $z$  – одиничний вектор напрямку вниз [1]:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= (\cos \lambda \cos \varphi_s + \cos \delta \sin \lambda \sin \varphi_s) \bar{x} + \\ &+ (\cos \lambda \sin \varphi_s - \cos \delta \sin \lambda \cos \varphi_s) \bar{y} - \sin \lambda \sin \delta \bar{z}, (7) \\ \bar{n} &= -\sin \delta \sin \varphi_s \bar{x} + \sin \delta \cos \varphi_s \bar{y} - \cos \delta \bar{z}. (8) \end{aligned}$$

У цій системі (рис. 2) визначено вектор напрямку променя  $P$ -хвилі через кут виходу променя  $i_\xi$  та азимут на станцію  $\varphi$ :

$$\bar{\gamma} = \sin i_\xi \cos \varphi \bar{x} + \sin i_\xi \sin \varphi \bar{y} + \cos i_\xi \bar{z},$$

та скалярні добутки векторів

$$\begin{aligned} \bar{u} \bar{\gamma} &= (\cos \lambda \cos(\varphi - \varphi_s) - \cos \delta \sin \lambda \sin(\varphi - \varphi_s)) \sin i_\xi \\ &- \sin \lambda \sin \delta \cos i_\xi, \end{aligned}$$

$$\bar{n} \bar{\gamma} = \sin \delta \sin(\varphi - \varphi_s) \sin i_\xi - \cos \delta \cos i_\xi;$$

де  $\varphi_s$ ,  $\lambda$ ,  $\delta$  – відповідно простягання (strike), нахил (rake), падіння (dip);  $i_\xi$  – кут виходу  $P$ -хвилі (take-off angle) на рис. 2.

Для того щоб отримати параметри механізму вогнища в гіпоцентрі, необхідно перенести систему координат  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_1$ , зображену через параметри  $\varphi_{s1}$ ,  $\delta_1$ ,  $\lambda_1$  у точці на станції, які визначено

з тензора сейсмічного моменту, в систему  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_2$ , зображену через параметри  $\varphi_{s2}$ ,  $\delta_2$ ,  $\lambda_2$  у точці гіпоцентру. Точку на станції описано двома параметрами – азимутом  $\varphi_1$  та кутом виходу  $i_{\xi_1}$ . Для точки гіпоцентру ці параметри дорівнюють нулю, а саме  $\varphi_2 = 0$ ,  $i_{\xi_2} = 0$ .

Таке перенесення механізму із станції в гіпоцентр є обертанням системи координат  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})$  спочатку на кут  $\varphi_1$ , а потім на кут  $i_{\xi_1}$ , і для нього виконується умова збереження скалярних добутків:

$$\bar{u}_1 \bar{\gamma}_1 = \bar{u}_2 \bar{\gamma}_2, (9)$$

$$\bar{n}_1 \bar{\gamma}_1' = \bar{n}_2 \bar{\gamma}_2'. (10)$$

Обертання площини розриву на кут  $\varphi_1$  здійснено довкола осі  $z$  на площині  $(x, y)$ . У такому випадку кути  $\delta_1$  та  $\lambda_1$  не змінюються, а кут  $\varphi_{s1}$  приймає нове значення  $\varphi_{s1}'$  залежно від умов:

$$\varphi_{s1}' = \begin{cases} \varphi_{s1} - \varphi_1, & \text{якщо } \varphi_{s1} > \varphi_1 \\ \varphi_{s1} - \varphi_1 + 360, & \text{якщо } \varphi_{s1} < \varphi_1. \end{cases} (11)$$

Тоді система  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_1$  переходить у систему  $(\bar{n}', \bar{u}', \bar{n}' \times \bar{u}')_1$ , що визначається через параметри  $\varphi_{s1}'$ ,  $\delta_1$ ,  $\lambda_1$ , для механізму вогнища в точці, для якої азимут  $\varphi_1$  стає  $\varphi_1' = 0$ , а кут виходу дорівнює  $i_{\xi_1}$ . Обертання на кут виходу  $i_{\xi_1}$  здійснено у площині  $z$  довкола осі  $y$ . Тоді змінюються усі параметри  $\varphi_s$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ . Це обертання також має свої обмеження: кут падіння  $\delta$  не може перевищувати  $90^\circ$ , кут  $\lambda$  має бути у межах  $(-180^\circ, 0^\circ)$  або  $(0^\circ, 180^\circ)$ , а кут  $\varphi_s - (0, 360^\circ)$ . Для того щоб накласти додаткові умови для визначення параметрів  $\varphi_s$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ , введено ще один параметр  $i_{kr}$ . Він характеризує точку перетину нодальної лінії та осі  $x$  у системі  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_1$ . Згідно з рівняннями (9), (10), у яких ліва частина записана для системи  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_1$ , а права – для системи  $(\bar{n}, \bar{u}, \bar{n} \times \bar{u})_2$ , одержано параметри  $\varphi_{s2}$ ,  $\delta_2$ ,  $\lambda_2$  для визначення механізму вогнища в гіпоцентрі:

$$\delta_2 = \arccos(\sin \delta_1 \sin i_{\xi_1} \sin \varphi_{s1}' + \cos i_{\xi_1} \cos \delta_1) (12)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \arcsin [(\cos \lambda_1 \cos \varphi_{s1}' - \cos \delta_1 \sin \lambda_1 \sin \varphi_{s1}') \sin i_{\xi_1} - \\ &- \sin \lambda_1 \sin \delta_1 \cos i_{\xi_1} / \sin \delta_2] (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{s2} &= \arcsin \left\{ \sin \delta_1 \sin \varphi_{s1}' \sin i_{kr} + \cos \delta_1 \cos i_{kr} - \cos \delta_2 \right. \\ &\left. \cos(i_{kr} - i_{\xi_1}) / \sin \delta_2 \sin(i_{kr} - i_{\xi_1}) \right\}. (14) \end{aligned}$$

Формули (12)–(14) використано для тестового прикладу задачі inv2a, проекту SIV. Наприклад, для



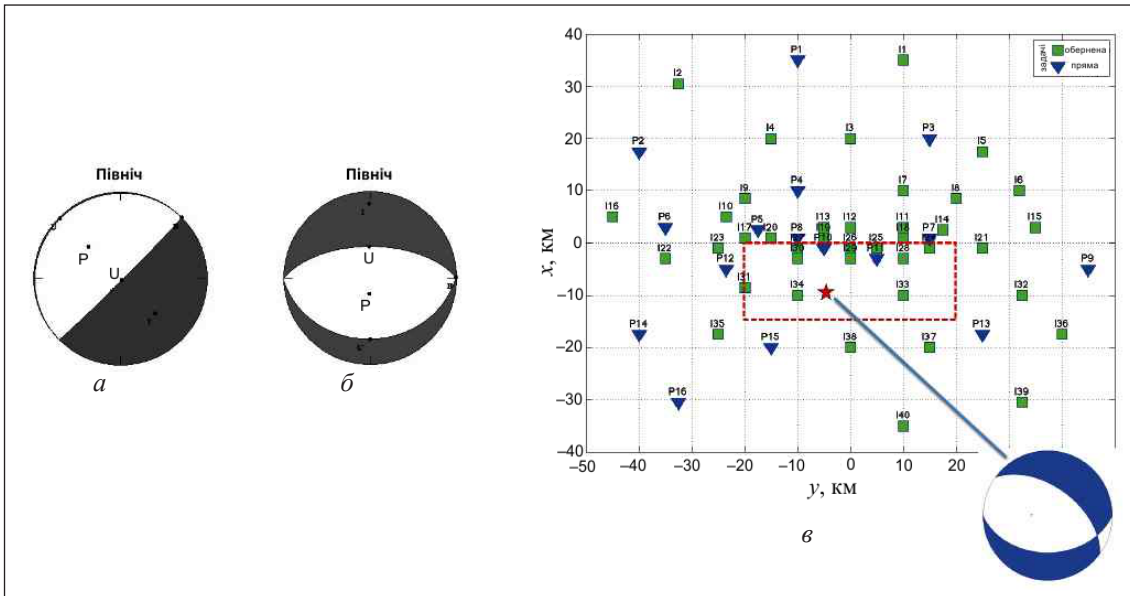


Рис. 3. Механізм вогнища, визначений за даними станції I20: *a* – з тензора, згідно з рівняннями (6); *b* – перенесений в гіпоцентр, згідно з рівняннями (11) – (14); *c* – розміщення станцій та механізм вогнища для проекту SIV(inv2a)

Fig. 3. Focal mechanism, defined according to data from station I20: *a* – using seismic tensor according to (6); *b* – transferred in hypocenter accordance (11) – (14); *c* – Map of the stations and the focal mechanism for SIV (inv2a)

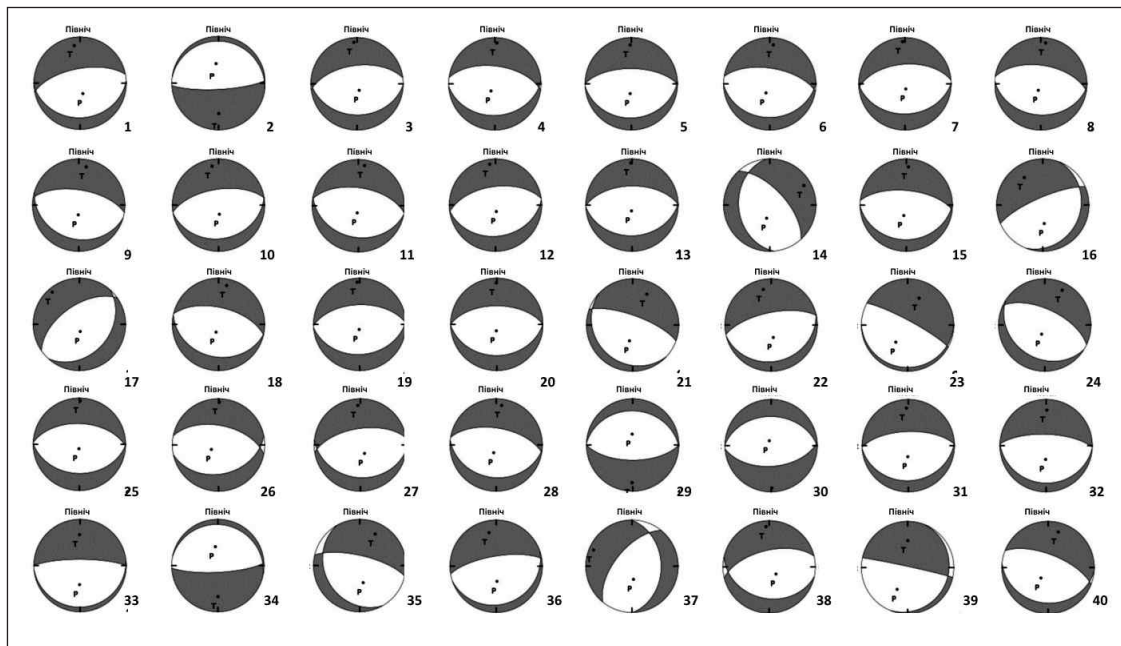


Рис. 4. Механізми вогнищ для задачі SIV(inv2a), які визначено за даними 40 станцій

Fig. 4. Focal mechanisms for the SIV (inv2a) problem, defined according to 40 stations

станції I20 розв'язки для механізму вогнища показано на (рис. 3):

На другому кроці досліджень отримано подібні механізми вогнищ (рис. 4).

**Модель розподіленого джерела. Теорія методу.**

Модель розподіленого джерела сейсмічних хвиль представлено площиною розриву, яка розміщена в однорідному ізотропному шарі, де знаходиться гіпоцентр землетрусу. Кути орієнтації площини розриву та напрямок посування є заданими пара-

метрами механізму вогнища, визначеного, наприклад, графічним методом інверсії хвильових форм (за обмеженої кількості станцій). Площину розриву завдовжки  $L$  та завширшки  $W$  розбиваємо на  $N$  підплощин однакової площі, кожна з яких є точковим джерелом та має таку саму орієнтацію, як і уся площина розриву (рис. 5).

Ці підплощини, які розглядаємо як точкові джерела, мають різні епіцентрально відстані  $r$ , та різні азимуту на станцію  $\phi$ , різні глибини залягання,

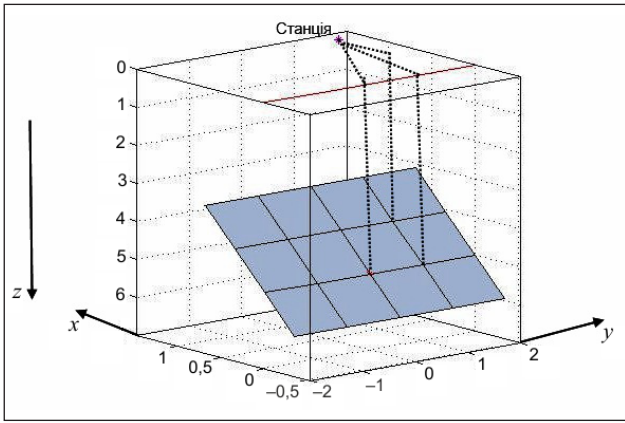


Рис. 5. Зображення площини розриву для розподіленого джерела

Fig. 5. Presentation of the fault plane for the distributed source

а отже, різні матриці середовища  $K_l$ , де  $l$  – індекс підплощини.

Поле переміщень для  $P$ -хвиль від розподіленого джерела на одній станції, згідно з рівнянням (4), можна записати у вигляді

$$\mathbf{U}^{(0)P} = \mathbf{K}_1^P \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_2^P \mathbf{M}_2 + \dots + \mathbf{K}_N^P \mathbf{M}_N. \quad (15)$$

Для кожного елементарного джерела визначимо сейсмічний момент:

$$\mathbf{M}_{0i} = \mu A u_i, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N), \quad (16)$$

де  $\mu$  – модуль зсуву для однорідного шару, в якому розглянуто площину розриву для розподіленого джерела;  $A$  – площа підплощини, яку задано однаковою для кожного точкового джерела;  $u_i$  – посування по розриву для кожного точкового джерела.

Компоненти тензора сейсмічного моменту для кожного точкового джерела запишемо так [1]:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \varphi_s), \\ M_{xy} &= M_0 (\sin \delta \cos \lambda \cos 2\varphi_s + \frac{1}{2} \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\varphi_s), \\ M_{xz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \cos \varphi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \varphi_s), \\ M_{yy} &= M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \varphi_s), \\ M_{yz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \sin \varphi_s - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \varphi_s), \\ M_{zz} &= M_0 \sin 2\delta \sin \lambda \end{aligned} \quad (17)$$

Тоді рівняння (15) з урахуванням виразів (16), (17), а також значення для векторів

$$\mathbf{M} = (M_{xz}, M_{yz}, M_{zz}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy})^T$$

перепишемо так:

$$\mathbf{U}^{(0)P} = \mathbf{K}_1^P \mu A u_1 \mathbf{f}(\delta, \varphi_s, \lambda) + \mathbf{K}_2^P \mu A u_2 \mathbf{f}(\delta, \varphi_s, \lambda) + \dots + \mathbf{K}_N^P \mu A u_N \mathbf{f}(\delta, \varphi_s, \lambda), \quad (18)$$

$$\mathbf{f}(\delta, \lambda, \varphi_s) = \begin{pmatrix} M_{xz} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi \\ M_{zz} \\ \cos^2 \varphi \cdot M_{xx} + \sin^2 \varphi \cdot M_{yy} + \sin 2\varphi \cdot M_{xy} \\ -\cos 2\varphi \cdot M_{xx} + \cos 2\varphi \cdot M_{yy} - 2\sin 2\varphi \cdot M_{xy} \\ M_{yz} \cos \varphi - M_{xz} \sin \varphi \\ \sin 2\varphi \cdot M_{xx} - \sin 2\varphi \cdot M_{yy} - 2\cos 2\varphi \cdot M_{xy} \end{pmatrix}$$

Як результат, рівняння (18) запишемо у матричній формі:

$$\mathbf{U}^{(0)P} = (U_x^{(0)P}, U_y^{(0)P}, U_z^{(0)P})^T = \mathbf{G} \mathbf{u}, \quad (19)$$

де шуканий вектор посування по розриву, елементами якого є посування для кожного точкового джерела, має вигляд  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)^T$ , а матрицю  $\mathbf{G}$  подано через її елементи у вигляді

$$g_{is} = \mu A \sum_{j=1}^6 K_{ij}^{Ps} \mathbf{f}_j, \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, 6; s = 1, \dots, N).$$

Із рівняння (19) отримаємо значення для вектора  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)^T$ :

$$\mathbf{u} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}^{(0)P}. \quad (20)$$

Таким чином, знайдено розв'язок оберненої задачі із даних однієї станції для визначення вектора посування по розриву для розподіленого джерела, елементами якого є посування для кожного точкового джерела. Для коректності розв'язання такої задачі слід використати умову на значення максимального хвильового числа, а саме [5]:

$$k_{\max}^2 \leq \frac{1}{L^2} + \frac{1}{W^2},$$

де довжину  $L$  та ширину  $W$  площини розриву визначають із спектральної характеристики  $z$ -компоненти переміщення на станції через швидкість поширення  $P$ -хвилі у шарі  $V_p$ , де розміщене джерело і кутові частоти  $\omega_{c1}$  і  $\omega_{c2}$ :

$$L = \frac{3,36V_p}{2\sqrt{3\pi\omega_{c1}}}, \quad W = \frac{3,36V_p}{2\sqrt{3\pi\omega_{c2}}}.$$

**Числове моделювання: проект SIV(inv2a).** Розглянемо застосування теорії визначення параметрів розподіленого джерела, використавши дані проекту SIV (inv2a). Площину розриву моделюємо прямокутником завдовжки  $L = 40$  км, завширшки  $W = 20$  км. У статті [5] показано, що будь-яка функція швидкості розриву з  $k$ -залежністю часу наростання (rise time)  $\tau$ , а саме  $k^{-1}$  і  $k^{-2}$  посування по розриву забезпечує визначення часових параметрів розриву. Для такої моделі максимальне значення часу наростання  $\tau_{\max}$  знаходимо через максимальне значення посування  $L_0$  і швидкість поширення розриву  $V$ :  $\tau_{\max} = L_0 / V$ . Отже, у статті [5] час наростання (rise time) для кожного точкового джерела визначено так:

$$\tau(\mathbf{k}) = \frac{\tau_{\max}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L_0 k}{a}\right)^2}}, \quad k = |\mathbf{k}|, \quad (21)$$

де коефіцієнт  $a = 0,5$ ;  $k$  – хвильове число.

Для визначення параметрів площини розриву всі хвильові форми на 40 станціях було профільовано band-pass фільтром у межах від 0,04 до 0,5 Гц. Таке фільтрування вхідних записів використано і в статті [4]. Для цього випадку в результаті моделювання і по-

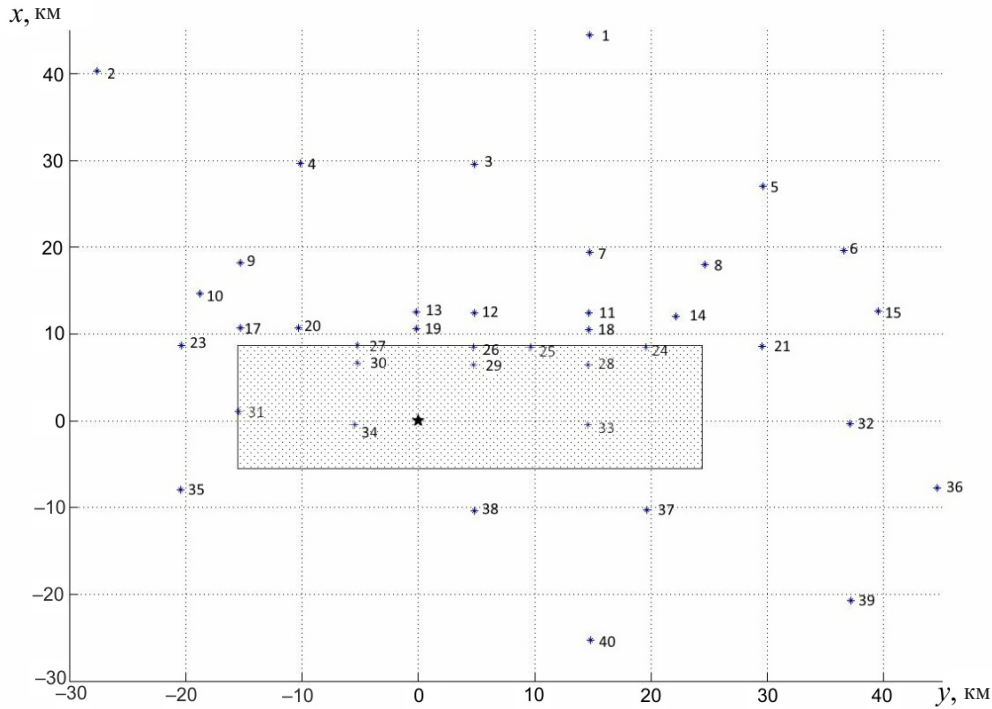


Рис. 6. Розміщення 40 станцій і поверхнева проекція площини розриву. Дані з 9 станцій (виділений прямокутник): 134, 129, 130, 126, 125, 133, 131, 128, 124, використано для визначення параметрів розподіленого джерела

Fig. 6. Placing of 40 stations and surface projection of the fault plane. The data from 9 stations (rectangle): 134, 129, 130, 126, 125, 133, 131, 128, 124 are used to determine the parameters of distributed source

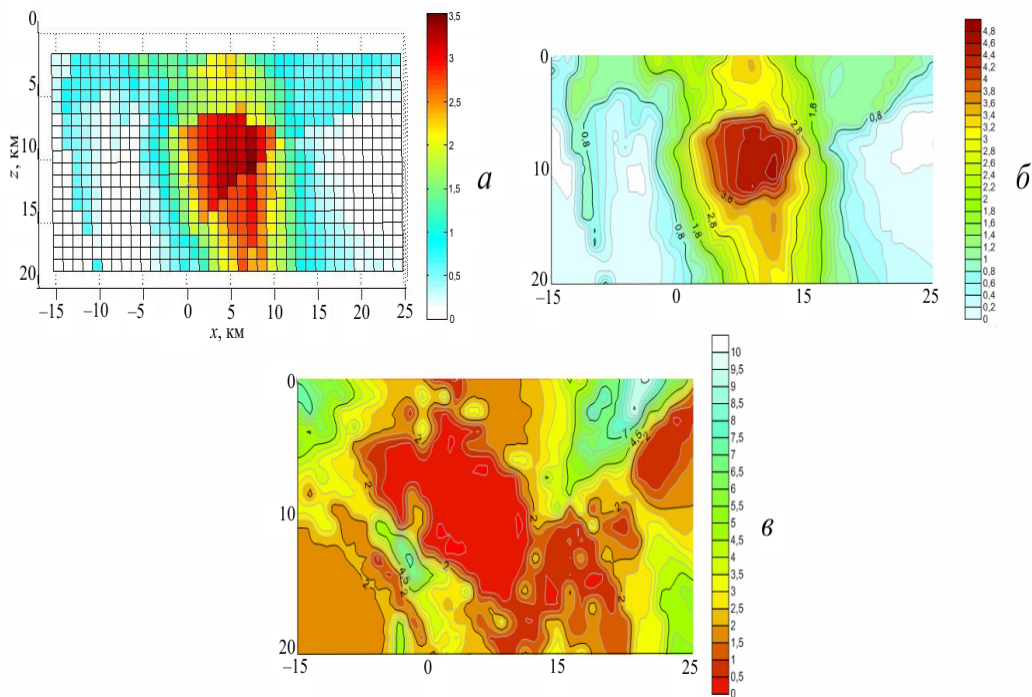


Рис. 7. Результати для проекту SIV(inv2a): а – посування по розриву; б – часи наростання (rise times); в – часи розриву (rupture times)

Fig. 7. Results for Project SIV (inv2a): a – slip; б – rise times; в – rupture times

рівняльного аналізу з правильним розв’язком, який представлено у проекті SIV(inv2a), ми визначили, що використання хвильових форм лише 9 станцій дає найліпший результат. Це станції, які розміщені у межах проекції площини розриву (рис. 6).

Розв’язок задачі для розподіленого джерела означає отримання таких значень: 1) вектора посування, компонентами якого є посування від 686 точкових джерел і який визначено підсумовуванням посувань від таких джерел на 9 станціях (рис. 6) з



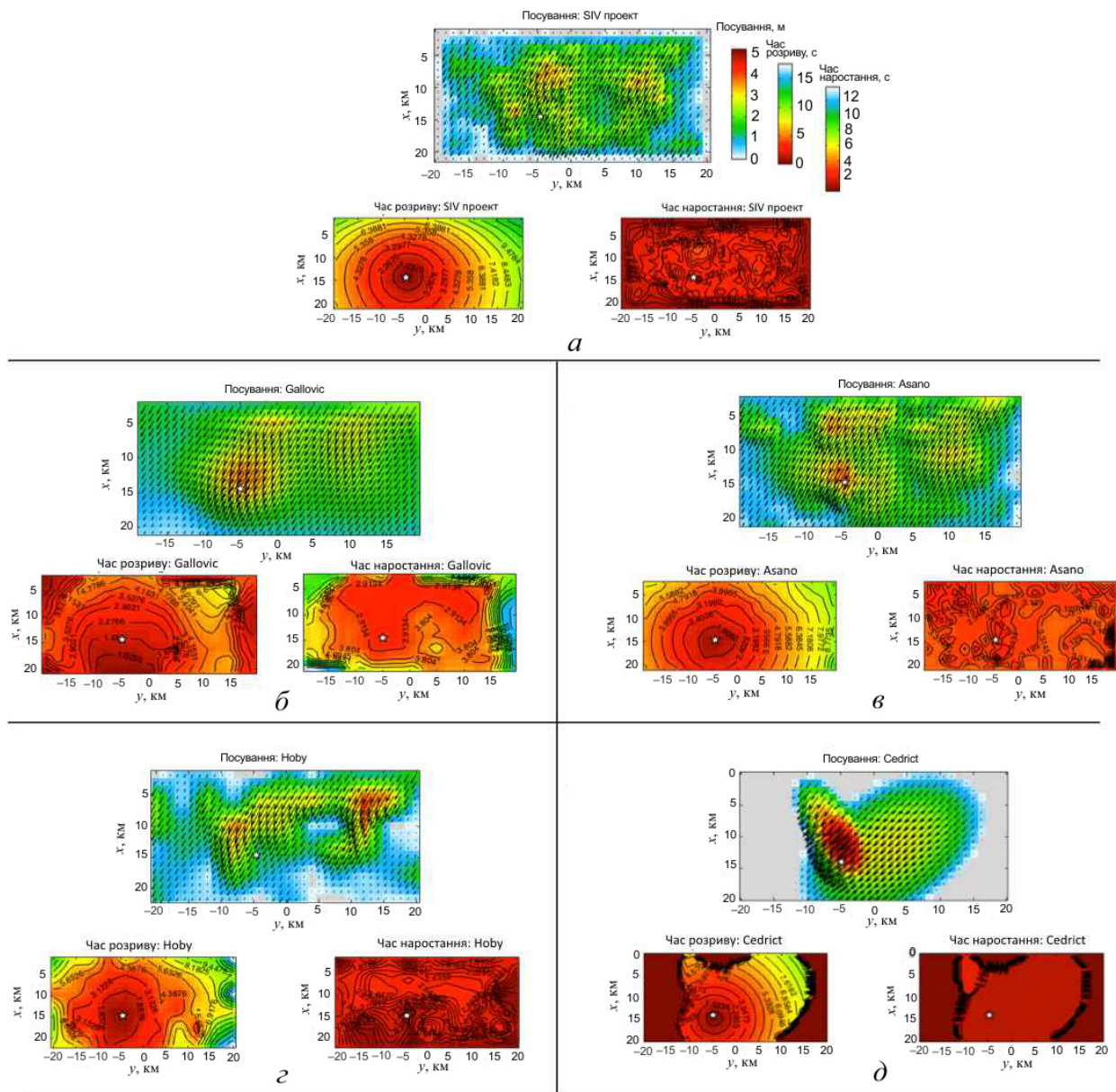


Рис. 8. Визначення параметрів розподіленого джерела для проекту SIV(inv2a) [8]: а – точний розв’язок; б – д – за результатами інших дослідників

Fig. 8. The distributed source parameters for the project SIV (inv2a) [8]: а – the exact solution; б – д – the results of other researchers

використанням формули (20) для кожної станції; 2) часів наростання (rise times), які визначено підсумовуванням часів наростання на 9 станціях з використанням формули (21) для кожного точкового джерела; 3) часів розриву (rupture times), які визначено за даними 9 станцій і розраховано для кожного точкового джерела як середнє значення часів, які отримано із залежностей посування від часу. Цей час розраховано на осі абсцис від початку запису для посування до його максимального значення. Подібні розрахунки для проекту SIV(inv2a) показано також у статті [4]. Отримані результати для розподіленого джерела за запропонованим нами методом для проекту SIV(inv2a) показано на рис. 7. На рис. 8 представлено результати, які отримано іншими дослідниками, а також точний розв’язок [4, 8].

Зауважимо, що область з більшими значеннями посувань знаходиться в середині площини розриву, а максимальне посування – над гіпоцентром. Отримані розв’язки (див. рис. 7) узгоджуються з розв’язками, визначеними іншими методами (див. рис. 8).

**Висновки.** Наведено моделі як точкового, так і розподіленого джерела. Розглянуто два методи для визначення фокальних механізмів. Перший ґрунтується на розміщенні станцій на фокальній сфері (нижня півсфера) за полярностями прямих  $P$ -хвиль, азимутами на станції і кутами виходу  $P$ -хвилі із вогнища на станцію. За обмеженої кількості станцій запропоновано метод визначення тензора сейсмічного моменту через інверсію хвильових форм. У випадку розподіленого джерела розглянуто метод для значення вектора посування, компонентами



якого є посування від 648 точкових джерел (проект SIV(inv2a)), часів наростання (rise times) і часів розриву (rupture times). Порівняльний аналіз результатів для параметрів точкового і розподіленого джерел, які отримано авторами статті та іншими дослідниками в рамках проекту SIV(inv2a), показав, що запропоновані методи можуть бути використані для розв'язання задачі визначення характеристик вогнища землетрусу, що буде зроблено для подій Карпатського регіону.

#### Список бібліографічних посилань

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы: в 2 т. М.: Мир, 1983. 520 с.
2. Малицький Д.В., Муйла О.О., Грицай О.Д. та ін. Вогнище землетрусу: моделювання, визначення параметрів і використання. *Геоінформатика*. 2016. № 1(57). С. 66–78.
3. Малицький Д.В., Муйла О.О., Грицай О.Д. та ін. Розподілене джерело: результати моделювання та перспективи використання для задач сейсмології. *Вісник КНУ, серія Геологія*. 2015. Т. 2(69). С. 96–101.
4. Gallovic F., Ampuero J.-P. A new strategy to compare inverted rupture models exploiting the eigen-structure of the inverse problem. *Seismol. Res. Lett.* 2015. V. 86. P. 1679–1689.
5. Gallovic F., Brokesova J. The k–2 rupture model parametric study: example of the 1999 Athens earthquake. *Stud. Geophys. Geod.* 2004. V. 48. P. 589–613.
6. Gallovič F., Zahradník J. Toward understanding slip-inversion uncertainty and artifacts: 2. Singular value analysis. *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116, iss. B2. DOI: 10.1029/2010JB007814.
7. Hartzell S., Liu P., Mendoza C., Ji C., Larson K.M. Stability and uncertainty of finite-fault slip inversions: Applications to the 2004 Parkfield, California, earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 2007. V. 97, iss. 6. P. 1911–1934.
8. Mai M., Schorlemmer D., Page M. et al. The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project. *Seismological Research Letters*. 2016. V. 87, no. 3. P. 690–708. DOI: 10.1785/0220150231.
9. Malyskyy D., Muyla O., Hrytsai O. et al. Moment tensor in version of waveforms. *Visnyk KNU, Geology*. 2015. V. 1(68). P. 80–86.
10. Malyskyy D., Kozlovsky, E. Seismic waves in layered media. *J. of Earth Science and Engineering*. 2014. V. 4. P. 311–325.
11. Shao G.F., Ji C. What the exercise of the SPICE source inversion validation BlindTest 1 did not tell you. *Geophys. J. Int.* 2012. V. 189. P. 569–590.
12. Zahradník J., Gallovič F. Toward understanding slip-inversion uncertainty and artifacts. *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115, iss. B9. DOI: 10.1029/2010JB007414.

Надійшла до редакції 13.03.2017 р.

## МОДЕЛИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

Д.В. Малицкий, А.Ю. Павлова, О.Д. Грицай, А.А. Асташкина, О.А. Обидина,  
Н.Р. Махницкий, Э.М. Козловский

Карпатское отделение института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, ул. Научная, 3-Б, г. Львов, 79060, Украина, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com, sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com

Рассмотрены новые методы для определения параметров как точечного, так и распределенного источника. Для того чтобы определить механизм очага землетрясения, предложено использование графического метода. Входные данные: знак полярности вступления *P*-волны, угол выхода (или угол падения) *P*-волны для каждой станции, азимуты станций. В случае недостаточного количества станций предложено определение механизма очага землетрясения с помощью метода инверсии волновых форм с использованием только прямых *P*-волн на каждой станции. Этот метод заключается в вычислении тензора сейсмического момента по данным конкретной станции и перенесении полученного решения в гипоцентр события. Для определения параметров распределенного источника необходимо решить обратную задачу. Распределенный источник моделируется суммой точечных источников. Таким образом, решение задачи по очагу землетрясения осуществляется в два этапа: а) определение механизма очага землетрясения; б) определение передвижения по разрыву, времен нарастания (rise times) и времен разрывов (rupture times) для каждого элементарного точечного источника. Реализация предложенных методов для определения параметров как точечного, так и распределенного источника представлена с использованием данных проекта SIV.

**Ключевые слова:** точечный источник, распределенный источник, времена нарастания (rise time), времена разрыва (rupture time), тензор сейсмического момента, плоскость разрыва, графический метод.

## MODELS OF SEISMIC SOURCES

*D. Malytskyy, A. Pavlova, O. Grytsai, O. Astashkina, O.O. Obidina, M.P. Makhnitskyy, E. Kozlovskyy*  
Carpathian Branch of the Institute of Geophysics, NAS of Ukraine, 3B, Naukova Str., Lviv, 79060, Ukraine,  
e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, susyinet@gmail.com, sac1@ukr.net, obidinaeriol@gmail.com

**Purpose.** The paper proposes new methods to determine the parameters of the point and the extended sources of earthquakes.

**Design/methodology/approach.** The source mechanism of an earthquake is determined by a graphic method from polarities of the P-waves first arrival, emergence angles (or angles of incidence) of the first P-waves at the stations, and station azimuths. The accuracy of the nodal planes on the focal sphere in the graphic method is significantly improved by accounting for important additional information contained in fuzzy P-wave arrivals and the logarithm of S- to P-wave amplitude ratio. Emergence angles of P-waves at the stations, and station azimuths are calculated using a software package for each of the events. In case of an insufficient number of stations, we propose an earthquake mechanism to determine by inversion only waveforms of direct P-waves at the stations.

**Findings.** The inversion method consists in determining seismic moment tensor at a station and subsequently translating the solution into the event's hypocenter. The extended source is modeled by solving the inverse problem as a set of point sources and their parameters. The problem of the earthquake source is therefore solved in two steps: 1) identification of source mechanism; 2) determination of slip, rise time, and rupture time for each of the elementary point sources. Correctness of the problem is improved by adding a constraint on the horizontal component of wave number.

**Practical value /implications.** Using the data from the project SIV, we present practical application of the methods to determine both the point and the extended sources.

**Keywords:** point source, distributed source rise time, rupture time, moment tensor, fault plane, graphic method.

### References:

1. Aki K. Richards. P. Quantitative seismology. Theory and methods. Moscow, Mir, 1983, 520 p. [in Russian].
2. Malytskyy D., Muyla O., Hrytsai O. et al. Earthquake: modeling, parameter definition and application. *Geoinformatika*, 2016, no. 1(57), pp. 66-78 [in Ukrainian].
3. Malytskyy D., Muyla O., Hrytsai O. et al. Extended source: simulation results and prospects for the problems of seismology. *Visnyk KNU, Geology*, 2015, vol. 2(69), pp. 96-101 [in Ukrainian].
4. Gallovic F., Ampuero J.-P. A new strategy to compare inverted rupture models exploiting the eigen-structure of the inverse problem, *Seismol. Res. Lett.*, 2015, vol. 86, pp. 1679-1689.
5. Gallovic F., Brokesova J. The k-2 rupture model parametric study: example of the 1999 Athens earthquake. *Stud. Geophys. Geod.*, 2004, vol. 48, pp. 589-613.
6. Gallovič F., Zahradník J. Toward understanding slip-inversion uncertainty and artifacts: 2. Singular value analysis. *J. Geophys. Res.*, 2011, vol. 116, iss. B2, DOI:10.1029/2010JB007814.
7. Hartzell S., Liu P., Mendoza C., Ji C., Larson K. M. Stability and uncertainty of finite-fault slip inversions: Applications to the 2004 Parkfield, California, earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 2007, vol. 97, iss. 6, pp. 1911-1934.
8. Mai M., Schorlemmer D., Page M. et al. The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project. *Seismological Research Letters*, 2016, vol. 87, no. 3, pp. 690-708, DOI: 10.1785/0220150231.
9. Malytskyy D., Muyla O., Hrytsai O. et al. Moment tensor in version of waveforms. *Visnyk KNU, Geology*, 2015, vol. 1(68), pp. 80-86.
10. Malytskyy D., Kozlovskyy, E. Seismic waves in layered media. *J. of Earth Science and Engineering*, 2014, vol. 4, pp. 311-325.
11. Shao G. F., Ji C. What the exercise of the SPICE source inversion validation BlindTest 1 did not tell you. *Geophys. J. Int.*, 2012, vol. 189, pp. 569-590.
12. Zahradník J., Gallovič F. Toward understanding slip-inversion uncertainty and artifacts. *J. Geophys. Res.*, 2010, vol. 115, iss. B9, DOI: 10.1029/2010JB007414.

Received 13/03/2017